Flatterland

二维国内外

数字漫游奇历记

【英】伊恩·斯图尔特/著 暴永宁 胡晓梅/译

湖南科学技术出版社
Hunan Science & Technology Press

二维国内外

1884年，英国正处在维多利亚女王统治的时代。一位名叫埃德温·艾勃特·艾勃特——没错，这个名字里有两个艾勃特：一个是名，一个为姓——的学者，写了一本经典科普名著，它就是《神奇的二维国》*(Flatland)*。讲述了一个名叫二维国的、有两个维度的欧几里得平面世界。在这个二维国里，生活着一些几何图形：有直线、三角形、四边形、五边形，等等。这是一本有着严肃科学寓意的著述。艾勃特的目光并非集中在当时的读者所熟知的第三维上，而是第四维度：维数大于三的空间是否能够存在呢？这第四维当向何处安放呢？为了化解读者对这一古怪概念所存的芥蒂，艾勃特引导大家去设想二维国民会如何面对可能存在着第三维的观念。

《神奇的二维国》问世后不出一个月便再次印行，而且一直不断再版至今。科学的发展和社会的动荡，都未能使这本书湮没无闻。《神奇的二维国》不但有多种版本，还有若干作者为它写了续集和姐妹篇。

《二维国内外》正是这样一本书。本书借原书的情节，虚拟原书主角的后代继续多维的空间旅行，介绍了当代数学和物理学的新发现和新观点。本书被《自然》杂志誉为100多年前那本经典名著的"超级续书"。

■■ 责任编辑／吴　炜
整体设计／刘苏斌

ISBN 978-7-5357-5242-0



9 787535 752420 >
定价：35.00 元

Flatterland

二维国内外

数字漫游奇历记

【英】伊恩·斯图尔特／著　暴永宁　胡晓梅／译

湖南科学技术出版社
Hunan Science & Technology Press

图书在版编目（CIP）数据

二维国内外：数字漫游奇历记／（英）斯图尔特著；暴永宁，胡晓梅译．—长沙：湖南科学技术出版社，2008.4

书名原文：Flatterland

ISBN 978-7-5357-5242-0

Ⅰ.二… Ⅱ.①斯…②暴…③胡… Ⅲ.二维-普及读物 Ⅳ.O1-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 049991 号

二维国内外

——数字漫游奇历记

著　　者：［英］伊恩·斯图尔特

译　　者：暴永宁　胡晓梅

责任编辑：吴　炜

出版发行：湖南科学技术出版社

社　　址：长沙市湘雅路 276 号

http://www.hnstp.com

邮购联系：本社直销科 0731-4375808

印　　刷：长沙瑞和印务有限公司

（印装质量问题请直接与本厂联系）

厂　　址：长沙市井湾路 4 号

邮　　编：410004

出版日期：2008 年 4 月第 1 版第 1 次

开　　本：700mm×960mm　1/16

印　　张：21.25

字　　数：453000

书　　号：ISBN 978-7-5357-5242-0

定　　价：35.00 元



作者原序

从《神奇的二维国》到《二维国内外》

有时候，作家的头脑中会冒出个念头来。这个念头有可能会盘旋多年，然后有朝一日落地生根。是呀，念头落地生根也许并不很难——找到合适的表述就是了。《二维国内外》正是这样一个落地生根的念头。让我来谈一谈它是如何写成的，以及我为什么要写它。

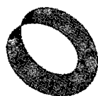
1884 年，英国正处在维多利亚女王统治的时代。一位名叫埃德温·艾勃特·艾勃特——没错，这个名字里有两个艾勃特：一个是名，一个为姓——的一贯制中小学校长（他还是位研究莎士比亚的学者），写了一本经典科普名著，它就是《神奇的二维国》①。此书是用 A·方方——A. Square 的笔名发表的，讲述了一个名叫二维国的、有两个维度的欧几里得平面世界。二维国中的情况也都是当时的几何教科书中所涉及的——他就职的学校，可能就讲授这些内容。在这个二维国里，生活着一些几何图形：有直线、三角形、四边形、五边形，等等。这位方方先生②的观念相当狭隘，很能反映出维多利亚时代的特点。因此，当他听说有关存在着第三个维的传言、又从来自这个第三个维度的一位名叫圆球公的来客那里得到了证实时，他的这一观念受到了巨大冲击。

《神奇的二维国》问世后不出一个月便再次印行，而且一直不断再版至今。科学的发展和社会的动荡，都未能使这本书湮没无闻。《神奇的二

---

① 有中译本，陈忱译，科学普及出版社，1991 年。——译者

② 作者是以第一人称的方式展开全书的，因此，书中的主人公即是作者自托的人物。——译者



维国》不但有多种版本，还有若干作者为它写了续集和姐妹篇。狄奥尼斯·伯格[1]的《圆球国》和基·杜德尼[2]的《扁宇宙》，都是这样的例子。

《二维国内外》也是这样的一本书。

《神奇的二维国》是一本有着严肃科学寓意的著述。艾勃特的目光并非集中在当时的读者所熟知的第三个维上，而是第四个维度：维数大于三的空间是否能够存在呢？这第四个维当向何处**安放**呢？为了化解读者对这一古怪概念所存的芥蒂，艾勃特引导大家去设想二维国民会如何面对可能存在着第三维的观念。

此书作者还有另外一个目的，而且同前面一个颇不相同，这就是嘲讽一下维多利亚女王统治下英国那种僵化的社会结构，包括等级制度和特权社会；妇女地位的低下更是作者的抨击目标。为此，作者在书中将妇女设定为只有一个维度的线段，她们的社会地位甚至低过最细窄的等腰三角形，与圆形的司神职者相比更是远远不如。《神奇的二维国》当时是、今天也仍旧是一部发人深省的书。有些支持妇女解放的人，对艾勃特在书中对女性的讽刺之言产生了误解，为此，作者在再版书的序言中不得不为方方先生辩解一下，说他——

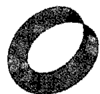
已经改变了自己接人待物的标准，对妇女、等腰三角形（亦即下等阶层）有了新的看法……但是，作为一名历史学家，他接受了——或许是过于全面地——认同着二维国民、甚至三维世界的历史学家（他对后者的见解也是了解的，只是对最近的动态不甚了然）的普遍观念，即对妇女与大众的命运不屑一顾，从不曾认为他们身上有任何值得认真对待的东西。

从书中可见，艾勃特其实是位社会改革主义者。二维国那褊狭的社会体系，使他发出担心的呼吁；而他心目中的解决方案，是实施不分社会阶

---

① 荷兰数学家与作家（Dionys Burger，1892～1987）。——译者

② 全名为亚历山大·基瓦丁·杜德尼（Alexander Keewatin Dewdney，1941～），加拿大数学家与计算机学家。——译者



层和性别的平等教育政策。

有关第四维的探讨，在艾勃特生活的时期正进行得非常热烈。艾勃特本人对此的兴趣，也比 H·G·威尔斯的著名科幻小说《时间机器》早十年表现出来。《时间机器》先是在 1894～1895 年间被《新书评论》分期转载，随后，海因曼出版社又在 1895 年发行了单行本。所有的优秀科幻作家莫不使自己的故事立足在艰深科学知识的坚实背景上。威尔斯也是如此。对这篇小说而言，这个背景就是书中的时间旅行者：

“但是，等一等。一个**瞬时**立方体能存在吗？”

“不懂你的意思。”菲尔比说。

“一个马上消逝的立方体能够实际存在吗？”

菲尔比沉思起来。

“显然，”时间旅行者继续说，“任何实体必须有四维延续，必须有长、宽、高，还有——持续性。……

“……实际情况是存在着四个维，其中三个我们称之为三维空间，而第四维是时间。然而，存在着一种倾向，在前三维与第四维之间画一条不实际的区分线，因为我们的知觉，从我们生命的开始到终结，恰好是沿着第四维向同一个方向间歇地移动的。”

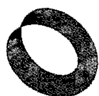
“……”

“但是某些有哲学头脑的人一直在问：为什么一定是三维——为什么没有另一个方向与其他三维直角相交？仅仅在大约一个月以前，西蒙·纽科姆教授①就在纽约数学协会上阐述了这个问题。”②

---

① 原译者注：纽科姆（Simon Newcomb，1835～1909），美国天文学家，美国天文学会第一任会长，开创全世界统一的天文常数系统，著有《球面天文学纲要》、《通俗天文学》等。

② 转引自中译本《威尔斯科幻经典》、《时间机器》，人民文学出版社，2006 年 1 月，郑须弥译。



威尔斯在这篇小说中提到了西蒙·纽科姆，正说明在19世纪末时，高维几何在数学界所引起的动荡。阿瑟·凯莱（1821～1895）①和詹姆斯·约瑟夫·西尔维斯特（1814～1897）②，是特别起到了重要作用的人物。西尔维斯特在美国工作过，并成了美国数学的奠基人。他的有关高维的若干想法，后来被赫尔曼·闵科夫斯基（1864～1909）用于物理学研究，并在阿尔伯特·爱因斯坦（1879～1955）后来建立相对论的工作中起了作用。

前面给出了若干年份，是因为作者希望大家知道，《神奇的二维国》就是在这样的环境中问世的。艾勃特一生著述甚丰，估计有60部左右，但所有其他作品，都远不能与此书相提并论。艾勃特是位有献身精神的教育工作者，显然理解“严肃科学”与“板脸科学”的区别，再加上他对当时若干科学前沿研究的热情与理解，遂使世界得到了一部经典名著。

当21世纪降临人间时，数学与科学都已同19世纪时大不相同。当年的四维空间概念，比之当前几何学家与物理学家提出的种种令人瞠目的有关空间的演绎——无穷维空间、无维数空间、非整数维空间、有限点空间、弯曲空间、与时间交混的空间、根本不存在的空间，等等，实在只是小儿科了。用艾勃特当年的旧瓶，来有效地装进内容多多的新酒，就是在我头脑中落地生根的念头——一个**不坏**的念头。

不过我得承认，我之所以写这本书，也怀了一个也许说不上不坏的念头。我一直在写些连载性东西，这使我想到，既然《神奇的二维国》讲述的是某位名叫A·方方的经历，那么，我这本书就未尝不可让这位方方先生的现代后裔上阵。艾勃特早已告诉我们，方方先生是有子嗣的。不过，他倒是没有提起，方方先生的名字中的那个“A”是指什么。这让我费了些脑筋。突然间，我的脑子中灵光一闪，悟出了这个“A”的指代——

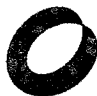
这个“A”，显然是指“阿尔伯特”(Albert)！

本书的英国读者会立即领会到其中的就里：英国电视台曾播放过一档肥皂剧节目，剧名是《东伦敦人》——作者本人并不太喜欢这档节目，而

---

① 英国数学家（Arthur Cayley）。——译者

② 英国数学家（James Joseph Sylvester），曾两度在美国长时间工作。——译者



且也不喜欢肥皂剧，不过，事物的发展，是可能演变入智界①的。《东伦敦人》就属于此种情况。**不管是不是这样，**反正这部肥皂剧是以伦敦的一个名叫“阿尔伯特广场”的地方为地理背景展开的。这是一个虚构的地方，伦敦市中心并没有什么阿尔伯特广场。不过，在这座城市里，有阿尔伯特厅、阿尔伯特纪念堂、阿尔伯特堤坝等与阿尔伯特挂钩的地方。阿尔伯特是当年维多利亚女王的丈夫，而且得到了女王的深情眷爱。因此，伦敦到处都是与这个名字有关的地方。艾勃特的这本书正写于维多利亚女王时代，而且也讽刺了这个时代的种种价值观……对了，作者笔名中的那个“A”**正应当**是指阿尔伯特，而“方方”的英文，不也就同广场是同一个词——square 吗？

虽然在伦敦并不存在什么阿尔伯特广场，但却存有别的与姓氏有关的广场，如格罗夫纳广场、贝克莱广场（有一首歌，歌名就叫做《夜莺在贝克莱广场歌唱》）和莱斯特广场，等等。于是乎，方方先生的家系族谱也就有了：阿尔伯特、格罗夫纳、贝克莱、莱斯特……

女性一支又该如何命名呢？在二维国里，妇女都是些线段。在我的这本书里，中心角色应当是位女性——符合写作传统，是吧？至于她的名字嘛，不妨就叫维多利亚。伦敦城里与维多利亚有关的地名同样有一大串，有一个大火车站就取这个名字。从该火车站有一条地铁通向尤斯敦火车站（也是一个大车站），这条线路惯称维多利亚线，女人的形体也是线——就用维多利亚来称呼书中的女主角吧！维多利亚的昵称是维琪，因此，这位女子又叫维琪。至于维琪的母亲呢，我则让她对应另外一条地铁线——裘碧丽线，因此，她就叫做裘碧丽好啦。

这样一番周折之后，整个故事都有了全部落脚点，所有的情节也都迅速得到了铺排：年轻的女主角维琪是阿尔伯特的玄孙女，一个生活在接近

---

① 智界（extelligence）是作者在他的另一本早些时的著述《事实与认识》（*Figments of Reality: The Evolution of the Curious Mind*）中创造出的一个与 intelligence（智力）相对的词语，表示存在于人类的意识之外，但有助于人更好地进行意识活动的知识环境。就译者所知，extelligence 一词尚未有相应的正式中文译名，故暂译为“智界”，以资完成翻译工作并抛砖引玉。——译者

于20世纪60年代的英-美社会中的女性，是一个彻底现代化的女子。为了故事叙述的方便，又给她安排了运用互联网的环境。随着二维国中妇女不断挣脱传统束缚，男子主宰一切的维多利亚文化开始式微。就在这种背景下，维琪发现了一本古旧的笔记，是她高祖阿尔伯特当年所撰写的《神奇的二维国》的原始手稿，从此便对三维世界着了迷。她的父母得知此事后惊恐不已。维琪瞒着双亲，沿着高祖父的"棱迹"——四边形只有棱，没有双足，因此不能说什么足迹——前进，向宇宙中的第三维世界进发……并最终取得了成功。

我还得给维琪提供一位向导——在《神曲》一书中但丁巡游地狱时，不也得靠那位维吉尔①一路指引吗？方方先生当年是得到了圆球公的领引的……维琪不是更应当得到来自某个更全能、更熟悉种种数学空间和物理空间的智者的指点吗……一连好几个星期，我都在考虑这个问题，结果在一个夜晚，我突然想起了一种儿童玩具。这种玩具是用橡皮制成的，呈圆形，橘红色，顶上生有两只角，还画着两只眼睛和咧开大笑的嘴巴。娃娃们就骑在这个玩具上，小手抓住它的两只犄角，在地上蹦来蹦去。人们管这种玩具叫"路路蹦"（它的笑容取材于某个外星人的形象）。显然地，路路蹦是适合在各个数学空间里蹚行的理想角色。于是乎，向导也就有了。

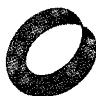
在此之后我所要做的，就是决定**哪些**空间比较重要、应当纳入本书内容。为此，我参考了现今数学领域和物理学领域前沿阵地的现状。啊，对了，我还得给这本书起个名字。我最后选定的，是反映出与《神奇的二维国》一书有系列关系的题目——《二维国内外》②。这是一系列考虑的必然结果，希望读者能够理解。

祈请读者诸君宽容作者不自量力，对《神奇的二维国》这部经典著作

---

① 古罗马时代最著名的诗人。但丁在他以第一人称手法所写的长诗《神曲》中，让他的灵魂出现，引导自己在天堂、地狱和炼狱游历。——译者

② 原书名为 *Flatterland*，系从艾勃特的原作名 *Flatland* 脱胎而来。*Flatland* 若直译应为《平面国》，对应的 *Flatterland* 若直译则可译作《更平国》。由于 *Flatland* 的中译本早已定名为《神奇的二维国》，又考虑到本书涉及的范围很广，而且作者在这里所用的"更"也另有他意（参看第十七章），故定名为《二维国内外》。——译者

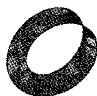


的狗尾续貂之举。至于我无法追随艾勃特所用的维多利亚式的优美散文风格的原因，读者必是能够理解的：在现代化的环境里，人们需要有现代化的节奏。所幸的是，《神奇的二维国》一书的精髓，并不曾被我的大不敬举动亵渎。（大家不妨细读一下，本书中所引用的《神奇的二维国》原文，可是只字未动的哟！）

伊恩·斯图尔特

考文垂，2000年7月

目 录



第一章

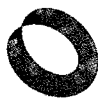
第三个维度

从具有三个维度的位置上观察，二维国是一个带着若干欧几里得几何的清峻之美的奇特世界。事实上，二维国**确是**欧几里得几何世界的一部分，几何构筑起了这个平面世界，处处都有芸芸二维众生的忙碌痕迹。在这个世界里，有线段、三角形、正方形、多边形、圆形……等民众。他们作为多边形活着，吃多边形食物，喝多边形饮料，享受多边形爱情，生育新多边形，最后作为多边形向世界道别。对此，他们习以为常，从不觉得有什么不对劲之处。这个平面就是他们所能看到、听到、感觉到的一切。对他们而言，这就是整个世界。

这种认识只要不受搅扰，本是**真确**无误的。

然而在二维国里，时代正在变化。

这所房子虽是已不入时的老式五边形结构，但所处位置极好，就坐落在国政宫所在的同一条街道上。这所住宅当年是由格罗夫纳·方方先生的先祖购置的，到目前已由这个家族居住了近150年了，目前虽已呈现老态，但仍然是个舒适的寓所：宽大的门厅、七个供男子住的房间、两个供女子住的房间、一间书房，还有一间由过去仆佣住的大房间改造的厨房，另有一个凹入式餐厅，再就是一个储藏室，里面堆满了杂物，散发着霉味。出于安全考虑，男子和妇女用的门是分开的——妇女们是线段，顶尖和底尖都相当细锐，被戳中可不得了。一位中年妇女正在厅堂忙碌着，在她那两个邋遢的四边形儿子和整洁的线段女儿离开后进行扫除。为了避免男子们

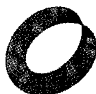


意外撞到自己的尖端而被刺伤，她将身体向两侧不停地摆动着。总的来说，她是乐天知命的。她发现，生活虽然不很充实，但总还算是舒适。

她的女儿维多利亚——爱称是维琪——正在储藏室里生闷气。二维国对女性是歧视的。女性被男子视为头脑简单的一维生物，只能干粗活贱役，就连男子中地位最低的等腰三角形也比妇女的地位高些，而二维国的男子们世世代代都竭力维持着这一状态。他们未必有意如此……大概是习惯成自然地……总之是不怀恶意地。无论如何——他们确实认为这是唯一的可能（至少大多数二维国民都这么认为）。这些男子们从未想过二维国社会里可以存在别样的秩序，也的确从未考虑过，自己所珍视的那些二维国的社会信条，是基于偏见和未加验证的假设。在二维国，一个国民的社会地位是由长了多少条边和几何形状有多么规则所决定的。这是客观的标准，因此正确性无可置疑。大家都认为不可能有别样的秩序。

最高等级的阶层是圆形，即教士暨贵族阶层：他们显贵而荣耀，几乎近于神圣，但同时也是能够想象出的最最自负傲慢的一群家伙——这是由他们近于完美的形状决定的。他们实际上并非真正的圆，只不过是边棱数很多的多边形。为保护隐私，他们出现在本书中的名字都是虚构的——本书中有关二维国的许多情况都是这样处理的。然而，在二维国社会一成不变的表象后面，已然刮起了变革之风。这股风开始时相当微弱，是从“轴心帮”与“同盟帮”间长达六年的战争中开始刮起的。这场战争淡化了二维国男子之间的等级差别，也将妇女——她们的形状都是线段——送进了军工厂和行政管理部门。让男子们吃惊、也令妇女们暗自得意的是，她们出色地完成了先前只属于男子的工作——或许还过于出色了呢。国务厅里已经有官员在非公开场合讨论是否让妇女们再回到家里去。可是覆水难收，不管再花费多大气力，也无法让社会回到原来的状态了。从那以后，又是几十年过去了，随着技术进步给社会带来的不可避免的附加影响，当初的微风，现在已经劲吹了。

如果给维琪以足够的机会，她会让这股劲风更变成咆哮的飓风。要知道，她并非不喜欢男孩子——可他们也太狂妄自大了呀！有些男孩子，如



果不表露出那种假作矜持的酸态，也不相互比较彼此的边数，还是很可爱的。事实上，她现在呆在积满灰尘的储藏室里，正与男孩子有关——想找到几件妈妈的旧衣服，晚上穿了，跟罗杰·长方一起去跳迪斯科呢。当前复古服饰风行一时，而她就是希望找到几袭老式衣服，好令其他姑娘妒忌得顶尖发绿。

到目前为止，她只找到了一块虫蛀了的抹布和一盒她父亲穿旧的露肉线背心①。(其实，二维国民的多数服装本就是些线段，他们就用这些线段把自己的身体包绕一下并用粘袢固定，只让生着眼睛的一部分露在外面。)维琪觉得，她要是穿了一件这样的背心出门的话，妈妈裘碧丽看见了一定会大惊小怪。

她注意到角落里有一组矩形盒子，其中一个被挤压得变了形，边角处也都磨坏了，看来里面大有希望；不过要够到这只盒子却非易事，于是，她用力拖开旁边的一个盒子。这样一弄，盒子一下子被撕破了，发霉的硬纸板散了架，里面的东西散落在储藏室里，摊得到处都是。

“维多利亚？维多利亚？怎么啦？你没事吧，亲爱的？”

维多利亚叹了口气：“我没事，妈妈。不过是一只旧盒子破了。”

“哦，听起来的动静倒像是跑来了一群椭圆牛呢。小心点儿，亲爱的。把你弄乱的地方给收拾好了。”

“好的，妈妈。”维琪随即着手收拣那些滚落到地面的旧东西，塞回已经坏得一塌糊涂的盒子里。当快要收拾完的时候，她注意到一本破旧的书。(准确地说，不能说是一本，而只能叫成“一绕”，因为在二维国，读物就是将类似于摩尔斯电码的符号录在一条条线段上，而不是一张张纸上；写好后便将它绕成螺线形……生活在一个你们称之为“地球”的星体上的读者们，诸如此类的事情，我是不可能一一解释的。因此，如果我用到了某些地球上所用的术语，而读者们觉得用在文中没有意义时，例如

---

① 作者这里的原文有 string 一词，与 vest 这个词连用，本是指有洞眼的短袖或无袖上装，但照字面讲又可理解为“线段充当背心”的意思，故有下文的“其实……”一段文字。译文是意译的。——译者

说，维琪——记住，她生来是一条**线段**——捡起了什么或搬走了什么，这时，你就应当设想我是用了三维世界中等价于二维世界动作的词语。)

总而言之，我们以后还是将这“一绕”称为书吧。它滑到了一些残破陶器的后面，维琪差点没能发现它。

好奇心驱使她展开了这卷书。虽然这是一间储藏室，她阅读起来也不困难，因为在二维国，光线完全可以照射到每个角落并且钻进缝隙里。至于光从何而来，则完全是个秘密——即使是二维国最伟大的学者，即使目前已经到了二维国纪年的21世纪末，这个秘密也未被揭开。不过，光的无处不在，给二维国的建筑带来的结果，是房屋一律不需要有窗户。

这本书是用老式字体手写的。扉页处写着标题：《神奇的二维国》，副标题是《多维世界的故事》。作者署名为A·方方①。维琪最初以为这是某种关于二维国地理、历史和社会学的儿童初级课本，可是当她浏览书中内容时，却发现其中有些很私密的东西。除了没有编排日期，它差不多就是一本日记。然而，当书翻到一半多一点的地方时，她偶然碰到了一款日期。

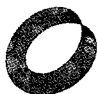
梦想成真

> 此乃二维国纪元1999年的最后一天。滴滴答答的雨声早已宣布了夜幕降临。我正陪伴着妻子，坐在那里冥想幕幕往事，展望即将到来的一切——新的一年，新的世纪，新的千禧年。

嘿！这本书差不多有100年了呀！维琪继续往后读，希望发现更多的线索。这是个古怪的故事，讲述了一个陌生来客，一个能够改变尺寸的圆——一个来自“空间”的古怪生物。那么，这该是某种科幻小说了？不少男孩子对科幻一类东西挺入迷的呢。这时，书中的一句话吸引了她：

---

① 中译本没有副标题，并给出了作者的真实姓名E·A·艾勃特。——译者



说真的，看来你连什么是空间都不知道呢。你以为空间只是二维的吧？我再告诉你第三个维——除了长和宽以外，还有一个高。

噢，有关三维的事情，物理学中是谈到了的。当然，空间是二维的，怎么可能会是别的呢？但是据信，可以将时间看作一个维度，从而形成了一种三维“时空连续”理论。当然，这并不是**真实的**，只是数学上的一种虚构。而且维琪发现这种概念不得要领，因为无论如何你是画不出三维图像的。当真要做的话，甚至连**二维**图像都是画不出的——如果你要在二维国作画，就不得不把真实的二维空间投射到一条直线上，也就是要搞视觉把戏。至于雕塑作品，则是纯粹的二维存在，就如同味觉和听觉一样。因此，一个**移动**着的雕塑可以被看作是三维的——这本书里的陌生客就是这样的。一个移动的雕塑在讲话——多奇怪的想法！

她越读就越觉得困惑。不管这个陌生来客是什么，他所说的三维空间，并不是维琪的物理课本中所指的那个约定出来的三维时空连续体的概念。按照陌生客的意思，第三个维度不是时间！以后面这两段文字为例，它们讲的是什么意思呢？

> 你生活在一个平面内。设想你称之为二维国的世界，就是人们称之为流体这个东西的广大的表面，你和你的国民们就在这个面内，或者说在这个面里活动，但是不能上升或下降。
>
> 我不是平面图形，而是一个立体。你称我为圆，可实际上我不是一个圆，而是叠在一起的无数多个直径从零至十三英寸的种种大小不等的圆……

上升？下降？叠在一起？如果这位 A·方方写的是关于时空连续的内容，他肯定会采用**前**和**后**等字眼。这些术语——她试图参阅书中前后文的内容来理解，但是不起作用——真是些怪异而没有意义的杜撰词汇。

维琪把这本怪书收进身侧的边包。这种服装配件目前非常流行，无论老少都喜欢，连男士们也都爱穿，只不过他们称之为“侧袋”，以区别于“边包”这一女式称法。她想以后再仔细读读这本书。现在有更为急迫的问题：找几件合适的衣服，穿了去跳迪斯科。

“我不明白，你们这些小青年为什么非要穿父母穿过许久的旧衣服不可，”妈妈絮叨着。“你知道，那件顶装是我结婚后不久你父亲送给我的，那时候我穿着很合身。我得说，亲爱的，这颜色适合你。”要是倒退几代光阴，裘碧丽是不可能讲这些话的——那时候规定“颜色只能是灰的”。但是，这种对颜色的旧偏见，由于《着色议案》① 引起的消极抵制的逐渐影响，已经慢慢地淡化了（也许应当说是“彩化”才更合适些），只有文身还被继续禁止。不过，就连这一禁令，也因高等阶层的年轻妇女中开始流行起涂顶尖膏的时尚而受到冲击。

“不过，亲爱的，它得好好熨一熨，”裘碧丽接着絮叨，“你愿意让我来……”

“新衣服太常见，妈妈。我想看起来有所不同嘛。”

“跟什么不同，亲爱的？”

“嗯，就是……就是不同嘛！就像我所有的朋友那样。”

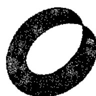
“那么就是不同而同了，亲爱的？”

“哼！您又拿我开心了！”

妈妈微微一笑（二维国妇女们的微笑，就是以特殊的方式扭摇自己的顶尖）。维琪把自己找到的宝贝衣裳，还有那本书，都拿到自己的小房间里。她的衣服都存放在房间里。屋里还有她的其他自用物品——一个平行四边形熊宝宝和一个残破的多边形白马王子玩具，虽然她已长大，但是对这些玩具很有感情，所以还一直收藏着；一部磁线放音机和好几百条磁线卷；朋友们的来信；课本；还有——她的快乐和骄傲——一台新式家用电

---

① 参看《神奇的二维国》，第九章“着色议案”。——译者



脑，键条、磁线阅读器、打印机、扫描仪等设备一应俱全。这台电脑装配了 2D 图形加速器，并有 20 兆内存。这部电脑还附带有一份免费赠品：一部被商家称为“随便放”的信息储存器，用以存放朋友们的联系信息和一部储量很大的日记。“随便放”通过不可见光与电脑连接。这还不够，一旦她攒够了钱，还要添置一台解调器，并说服老爸再加租一条电话线路，然后接入因特线冲浪。要说服老爸估计不会困难：她只需要跟朋友在电话机两端聊它几个小时，然后在老爸自己要用电话而阻止她煲电话粥时哭天抹泪，抱怨不打电话会毁了她的生活。一个月前，她的朋友迪莉已经拿自己的父亲试过这招了——当天她家里就加装了第二部电话。

顺便提一句，二维国的电话系统是精良技术的杰作。在二维世界中，没有办法铺设对行动无碍的电缆网络——在这里既无地下也无天上。但是你完全可以不采用电缆，而是利用某个频率的无线电波，该频率电波可以穿透二维国的大多数对象，尤其是房屋和生物。如果分布在各地的中继器足够多，衰减的信号便会被不断增强从而保持强度，而当遇到不能穿透的对象时就变换途径。该系统运行得相当好。尽管有一些消费团体开始担心，如果过多地使用电话，可能会引起一种叫做“质心肿”的传染性疾病的大流行，但幸运的是，二维国民们似乎没有受到这种几乎无处不在的强辐射的影响。

恰在维琪想到父亲的时候，父亲就工作结束到家了。格罗夫纳是个身材宽大、性格温和的正方形……不是啦，他已到了中年，原来的正方形实际上已成了梯形，这主要因为裘碧丽是个好厨师。像往常一样，他工作结束后顺路去接读小学的儿子贝克莱和莱斯特回家。格罗夫纳到家后，亲了亲裘碧丽和维多利亚，就身子一歪，往壁炉前的长沙发一倒，让松软、带点弹性的沙发垫紧贴着他的三条边。（在二维国，坐着家具、卧着家具、倚着家具都是一回事——说是**穿戴**家具也未尝不可咧。这些动作在二维国里通常是分不清的。）

两个男孩子奔进了花园里，晚饭没好是不会进屋的。

“维琪，乖宝贝儿，帮爸爸拿罐啤酒过来好吗？工作一天了，整整 12 个小时呀！”

老是这样。但是，关于再加一条电话线的打算，将“您自己去拿好了，老爸”这句话挡在了嘴边。她顺从地慢慢走过去，从冰箱里取了一个大长方罐的熟啤酒。

他“噗”地一声拉开易拉罐顶端的拉线，啜起啤酒来。“谢谢，甜心。”还行，至少他道了句谢。“宝贝，我喜欢你的鞋子，顶装也很好，很适合你。”

“这件是你……我的意思是，它确实很好，对吧？我在储藏室里找到的。”

“我一直想把储藏室清理一番，”格罗夫纳说，“那里尽是些没用的旧东西。有些东西在那儿已经呆几十年了。把它们送到捐赠中心去，做点好事。”

说起旧东西来，让维琪想起了她的发现，便不经意地说道：“爸爸，这倒提醒了我：我在储藏室发现了一本滑稽可笑的旧书，它看起来很有趣。真的很有趣。”

“一本书，是吗？嗨，储藏室那么大的地方……里面一定会有些书……”

“这本书是手写的，很像日记。作者名叫A·方……”

她爸爸的身体唰地伸得笔直，蹦出了包着他的沙发。他手里啤酒罐没抓住，滑落到地板，几滴啤酒溅到火里发出嘶嘶的声音。“什么?”

“书里写的全都是一个古怪神秘的陌生访客，他来自三维……”

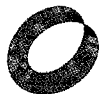
格罗夫纳蓦地变得怒气冲冲，全身都现出灰色来：“维多利亚，你不要再提那个你刚才没说全的名字！老天啊，我原以为这个家族已经摆脱了多年前的那场大灾大难了呀!”

维琪不懂自己做错了什么：“但是爸爸，那只是一本旧……”

一向沉静的裘碧丽，轻轻碰了碰她女儿的一侧：“维多利亚，等到男孩们睡了，你爸爸会给你讲述一段这个家族的历史。”

格罗夫纳惊恐地看着妻子。“丽丽，你觉得现在应该……”

“她大了，应该了解严酷的现实了，亲爱的格罗夫纳。况且，她也必



须知道该如何具体应对这件事。她已经成年，应该知道她高祖父的事情了。”

刚才那句“严酷的现实”从妻子嘴里说出，格罗夫纳还是第一次听到，因此弄得一时不知所措。“丽丽，这真讨厌。这个阿尔伯特老祖已经给家族带来了太多的不幸啦!”

“爸爸，那个‘A’就是‘阿尔伯特’吗？这本书是阿尔伯特·方方写的？他是我的高祖父？什么是第三维度，爸爸?”

“维多利亚，我刚告诉过你不要提到这个……”

“格罗夫纳，已经太迟了。我们不能对自己的女儿隐瞒咱家的过去，”裘碧丽说，“况且那完全是很多年前的事。时代在变化，她有权利知道这些。再说，你以前又答应过的……”

格罗夫纳·方方无奈地倒回沙发。“是的，我答应过。但是我本想等她再长大些……是的，是的，我会告诉她的。我就是觉得，很难习惯这个家里的小丫头变成了大姑娘，是吧?”

“晚饭后，”裘碧丽趁热打铁地又找补了一句，“男孩儿们睡觉后就谈。”

格罗夫纳无可奈何地表示同意:“是的，丽丽，晚饭后，照你说的办。”

裘碧丽已经在往半圆形的碗里盛食物了，维琪奔向大门，把门猛地敞开:“贝克莱！莱斯特！吃饭了!”

孩子们唧唧喳喳小声聊天的声音从男孩们的卧室飘过来。格罗夫纳没有理睬。他深深吸了口气，试图鼓起勇气，揭开古老的——而他一直希望忘掉的——方方家族的一段秘密。

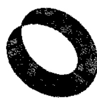
看到丈夫为难的样子，裘碧丽就快刀斩乱麻地开了头:“维琪，我们一直不曾跟你谈论过你的高祖父阿尔伯特，是因为他是死在监狱里的。”

“丽丽!”

“不必拐弯抹角，格罗夫纳。你的曾祖父阿尔伯特的确死在狱中呀。”

“是的，但他不是个罪犯。”

“我说过他是吗？告诉维琪，他做了什么，才使自己陷入囹圄的。”



“嗯……好吧。你看，我们的祖先阿尔伯特……丽丽，我非说不可吗?”

“是的。”

格罗夫纳咕哝着，只好接受现实。“好吧……维琪，阿尔伯特老祖……可以说是家里的祸胎。可以说，他……脑袋里尽想些荒唐事，都是些关于他称之为‘三维世界’的胡扯。那是一个虚构的世界，和我们的世界有所不同。他如果只停留在幻想阶段倒也无妨，但他……他又有了别的名堂。他相信那是个真实的世界。他声称他已经接待过一个三维世界的来访者，此来访者名叫圆球公。”

“多好玩儿的名字。这个圆球公就是我在阿尔伯特的书中读到的那个陌生客吗?”

“就是他。阿尔伯特甚至称他自己亲身造访过三维世界，圆球公就是他的向导。”

“哇噻！嗨，那可真带劲!”

格罗夫纳叹了口气。**青年时代的天真热情呀**……“维琪，在一百年前，谁说出这样的话，一准会进监狱。因为它们表明这是异教徒，是反对教会的喻示。无论谁声称自己造访过另外的世界，都无疑是疯子。”

“喔!”

“所以你看，甜心，这可不是咱家引以为荣的事情。更糟糕的是，老阿尔伯特还有个哥哥，也不幸进了监牢，据信是因为他目击了某件事——一次神灵附体之类的烂事。”他停顿了一刻，使劲透了一口气，但仍没觉得好过些。他憋着嗓子说:“你**真的**想所让有的街坊邻居知道，你有两位有精神病的祖宗吗?”

对此前景，维琪有些拿不准——为了自己的信念遭受监禁相当浪漫，这不是当了自由斗士了嘛！至于目击一次超自然的造访，那更是酷事。“我说，爸爸，那都发生在一百年前呀!”

“可污点还留着呢，维琪。如果你的朋友们发现了阿尔伯特老祖的事儿，你就可能发现，他们中的一些就不再是你的朋友了。我承认，大家如



今对宗教已经不像1999年时那般痴信了，但是如果有谁被认为精神状态不稳定，那还是会受到大家冷遇的。”

“您的意思是说，他们仍然像过去那样眼界狭小，且缺乏想象力吧。”维琪想。这番话倒让她有所冷静了。

“维琪，你读了老阿尔伯特的那本书了吗？”

“只读了一些片段，爸爸。我只是……随便翻了翻。”

格罗夫纳放心地吁了口气：“还好，至少它还没来得及把你带坏啰。”

“读起来还算……有趣。我打算以后读完它。”

“不成！”格罗夫纳立即条件反射地叫出了声。“对不起，宝贝儿，但是我想这不是适合你读的东西——谁也不适合读。”

维琪觉得，根据《二维国宪法》，这是对她的权利的侵犯。“为什么不能？”

“看看它给老阿尔伯特带来了什么，”格罗夫纳带着一丝苦笑说，“想想它会给你、给我们带来什么……书在你的房间里，是吧？好孩子，去给我拿来。”

维琪不喜欢他的语气：“但是，爸爸，那是历史文献呀！”

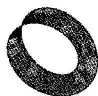
“更像是精神病病历。我自己去拿。你把书放哪儿了？”

维琪恳求地望着妈妈：“妈妈！爸爸会毁掉它的！您能不能制止他呀？”

裘碧丽摇动了一下自己的顶尖和底尖表示否定：“我很抱歉，但你父亲是对的，亲爱的。家丑不可外扬。过去的事木已成舟，我们就不要老想着了。你应当知道有关老阿尔伯特的事情，是因为他的名字以后有可能会被提到，因此你需要知道如何应对。但是你**不必**读那本让他入狱的破烂东西。它无论如何不适合年轻姑娘。”

“噢，妈妈，要是您知道我读过的那些内容的话……”维琪心想。但她知道自己是不占“顶风”的，因此说出来的却是另外的话：“爸，妈，等一等，我去取书。但是，给我几分钟，OK？我只是想自己独自想一想。我起誓把书给您之前不去读它了。求您相信我好吗？给我点面子行不行？”

她父亲点头同意，她母亲则露出得意的微笑。维琪垂头丧气地溜了



出去。

“事情相当棘手，”格罗夫纳说，“我心情很沉重。你是不是认为我们应该——”

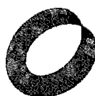
“她说让我们相信她，亲爱的。我们应该做到。”

“当然。丽丽，处理这些事你很在行。”

他们等着。一刻钟后，维琪回来了。她把书放在父母面前，顶尖木然没有表情。

格罗夫纳将书展开了一部分，检查了书名并抽查了几处行文，确认了这就是那本东西。他们相信了她——事实证明她是**可以**信赖的。“早就该烧掉的，”他说，然后，他把书投进了火中。“你该准备去见你的小伙子罗杰了，这个小子运气不错。出去高高兴兴地玩吧。”

维琪泪眼汪汪地看着火焰将她高祖父毕生的工作变为青烟和灰烬。“一切都听您的，爸爸。”她说。



第二章

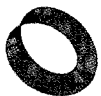
维多利亚的日记

2099 年戊月 25 日，周甲

今天是个急风暴雨的日子。亲爱的日记，我被弄得晕头转向，现在还发懵呢。想想看呀，我居然有个不光彩的祖先！真是**匪夷所思**！我的高祖父阿尔伯特为了自己的信念而身陷囹圄，并被认定是个死心塌地的邪教徒。我还告诉你，他写出的东西可真**刺激**!!!!! 我简直不知道**从什么地方**说起!!!!! 总的来说，书中的内容涉及……

维多利亚停住了，因为她找不到合适的字句，在自己的加密日记中给出对阿尔伯特的评价。

在格罗夫纳烧掉阿尔伯特的书——**老爸呀老爸，你还知道有“言论自由”一说吗？你知道“独立自主权”是指什么吗？**——之后，维琪就逃到自己的小房间，倚着二维国里为女子充当床铺的窄垫，哭了个不亦乐乎。听见父亲踮着底尖离开房门口，她还啜泣了好几分钟，哭声才渐渐减弱并最后停住。然后，她浓浓地涂了不少顶尖膏，找出一条比平常出门去跳迪斯科时父亲会允许她穿出去的短裙更露的裙子穿好，然后钻进妈妈那件精彩的旧顶装里。这时她才注意到，它有股子怪味儿。她顶尖挂着冷笑，眼里却流着泪水，连睫毛膏都给冲掉了。其后她到大厅去接受妈妈的检查。裘碧丽注意到睫毛膏被泪水弄糟的痕迹，便对格罗夫纳让敏感的女儿不快的行为责备了一番，然后把她拖回房间补妆。十分钟后，罗杰如约而至，陪伴维多利亚到迪斯科舞厅去。格罗夫纳看起来安静了许多，根本就没提



裙子的事儿——他晓得现在是视而不见的时候。

舞会很不错。罗杰把维琪送回家时，比规定的截止时间还提前了五分钟——此时最好表现出服从的姿态来。跟父母道了晚安后，维琪回到了自己的房间。

没有几秒钟，她便打开了“随便放”，进入日记项中。有很多事她得趁着还没忘记的时候赶紧录入日记。

……总的来说，书中的内容涉及一种新的**宇宙**。是的，一种全新的**宇宙**。而令我激动至极的是，我的宝贝日记，这位阿尔伯特老祖还真地**到过那儿!!!!** 当然，老爸叫我把阿尔伯特的书奉呈权威——权威者，**他自己**之谓也。我应该料到他会那么干的。这本古老的书对我来说太有趣了，但父亲不会让我读它，更不肯让我收存它。结果是他付之一炬——正不出我之所料。

幸好老爸不会使用电脑，而且肯定不懂如何使通过“最优私钥加密过程”形成的密码文字解密，所以我可以向你放心地倾诉我那亲爱的老爸一丢丢儿都不知道的事情(“一丢丢儿”是什么意思，你自己去琢磨好啦)。我的确向老爸老妈做过保证，在他们让我单独呆在自己房间内惋惜即将失去那重要史料的15分钟里，不去读阿尔伯特老祖的那本颠覆性的小册子。我**信守**了诺言，对此你不必惊讶，我得恪守家教，做个“言必信，行必果”的乖孩子嘛!

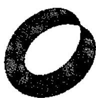
可是，我并没有承诺……

维多利亚暂停了输入——最好先检查一番“那个”文件是否能够打开，是否完好无损，免得当着自己的日记丢顶尖。

她启动了电脑，检查了“那个”文件。

完好无恙。

……可我并没有承诺**以后**不去读它呀！现在，你恐怕要问：你老



爸不是都烧掉了吗，又怎么读哇？（有问题就敞开问吧您呢！）亲爱的日记，你既然问到了，我就不妨告诉你：我的机灵之处就在这里。你看，在那要紧的15分钟里，我并没有像老爸无疑认为的那样，因不得不把书交出去而哭个不停。我当时所做的，是将阿尔伯特老祖的杰作扫描到了我那可爱的小电脑里。现在，这份文件我在计算机里有两个拷贝，另外还有三个磁线备份，在"随便放"里也有一份备件，所以阿尔伯特·方方先生的言论再怎么危险，在他的后代（也就是我）手里也是安全的!!!! 我现在要从头到尾通读一遍，并在亲爱的日记**你这里**如实记录我的发现。但是你得对我有耐心，因为我必须不让父母发现我在读它，否则就得吃不了兜着走喽。是不是啊？

现在再聊点私事。我跟你谈谈罗杰吧!!!! 他真的电力十足，是我**好久好久**以来约会过的绝对最讨女孩子喜欢的四边形了。他真懂得怎样让女孩子开心……

日子一天天过去，涉及老阿尔伯特和他那些古怪念头的话题已不再被提及。罗杰·长方也"失了宠"，被特雷弗·梯形取代。格罗夫纳·方方先生觉得，这真是"一蟹不如一蟹"——瞧哇，特雷弗还不如罗杰规则呢。但他没有吱声，借以表明自己思想新潮，不存偏见，知道要紧的是看品行，而不在于论角数边。但他仍深深地期望，他的女儿最终能找到一个正五边形男子，同他结婚，给他们老俩口生很多外孙子外孙女——外孙子最好是些六边形，就像任何一个有好家世好教养的姑娘那样。

但是，这位姑娘的心却在别处。禁果的诱惑的确不可抵御，这种诱惑把她越来越深地卷入到她的先祖那疯狂的幻想之中……

2099年戊月26日，周乙

我亲爱的日记：

我已十分确定，阿尔伯特老祖的故事并非胡编乱造。我敢肯定，他说的那个圆球公是**当真存在**的，就如同我敢肯定正方形有四个角那



样。我的依据是，整个故事太富想象力了，不可能是杜撰的，而且肯定不可能在前一世纪的知识环境中实现。阿尔伯特老祖给大家造成的印象总体而言是枯燥呆板、资质平庸——他也的确才不压众。甚至连立方体这种简单的三维概念也难以接受。其实我的老祖啊，一个立方体，不就是一系列相同的正方形串起来的结果，好比一个正方形不过是一系列相同的线段串起来所成的那样吗！这甚至对我都是相当明显的呀！（当然得承认，我在物理学课程中已经接触过立方体的概念，即它是正方形持续了一定时间间隔的时空图像。）因此，阿尔伯特老祖的那些有如化外奇谈的想法，一定也是来自**化外**。而这个化外，就真可能是在二维国以**外**。如果真有这么个地方的话，为什么不能有一系列的圆片——这些圆片是大小不一的——构成拜访阿尔伯特的那位圆球公呢？

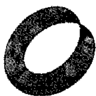
圆球应当是存在的，即便它只是一个存在于理想的高妙世界里的理论设想。我也敢肯定，阿尔伯特老祖所提到的**那位**圆球公也应当是存在的，而且存在于一个更为现实的世界里，这就是这本书中称之为"空间"的地方。如果圆球公造访过阿尔伯特老祖，说不定他的后代之中也会有谁来造访**我**吧？

看来，唯一的问题是引起那个世界的注意。这可真是件难办的事儿。

不管怎样，我正在写一些用于分析阿尔伯特老祖那本东西的计算机程序，搜寻可能隐藏着的信息。他应当是给后代留一些棱丝顶迹的。

随着维多利亚对阿尔伯特的书越来越入迷，她呆在自己房间里搞电脑的时间也越来越长。格罗夫纳·方方先生对此很赞赏。一天晚间，女儿说了句要考试了，有要紧的功课得做，随即便奔回自己的房间。格罗夫纳听了后对妻子说："看来维琪长大了。我就知道电脑对孩子的学习有好处嘛。"

裘碧丽却并不这么肯定。根据她的经验，女孩子在维琪这个年龄，一



旦表现出新的习惯，就是操心的时候到了。但是干嘛去破坏格罗夫纳的心境呢。她要不事声张地注意观察女儿，好让自己放心。

到目前为止，维多利亚已将《神奇的二维国》中的很多内容记得滚瓜烂熟了。她还学着去怀疑书中的内容，并发现了一些荒诞之处。其中最明显不过的是老阿尔伯特郑重宣告说，二维国民在代代相传的过程中，每一代的规则程度几乎都有增加的趋势："我们还有一条自然法则：男孩总能比他父亲多生出一条边来。按此规律，每一代就会提高一个等级，直至成为贵族。这样，四边形的儿子是五边形，而五边形的儿子是六边形，以此类推。"这完全是无稽之谈！先拿她的两个弟弟莱斯特和贝克莱来说吧，爸爸格罗夫纳是正方形，他们不也还是正方形吗？其次，如果对至少经历有25万代的二维国民进化史稍作考察，就足以断言阿尔伯特的这一结论大有纰漏。如果他是正确的，现在二维国的每一位男公民都该是至少拥有25万条边的几近完美的圆了！然而，即使目前地位最高的教士，边数也没能超过100呢！

阿尔伯特老祖**当时**为什么会这样说呢？维琪认为有这样几种可能：首先应当考虑到，即使老阿尔伯特的著作写成之后又过了一代，"绵绵地质时"的说法①和漫长进化过程等新概念仍然没得到普及，所以阿尔伯特的这一错误实在不足为奇。或许是由于他那个时代的社会等级制度森严，导致阿尔伯特将改变本阶层处境的**期望**，寄托给了某种自然律，而出于普通二维国民肯定都渴望着自己至少地位能抬升一级的意愿，使少数的偶然"成功"——以当时的标准而论——莫名其妙地被硬提升到了自然法则的位置。那句"按此规律"正道破了这种实情。几年前她就从生物学中了解到，实际情况非常一般化：大多数男性后代与其父辈的边数一样多，有一小部分边数会减少，一般只少**一条**边，而几乎同样一小部分会多出一条边，只有极其少的部分确实会增加两条或更多条边。在时间的长河中，多

① 指英国地质学家詹姆斯·赫顿（James Hutton，1726～1797）针对基督教义中认为地球只存在了六千年的论断而在其名著《地球的理论》中根据丰富的地质学证据，指出地球存在的时间要远为漫长的著名断语。——译者

边形边数的“随机行走”导致了少量“圆”（其实是边数很多的多边形）的出现，但是绝大多数公民仍然是等边三角形、四边形、五边形或六边形。至少，这种情况存在于正规阶层之中。至于不正规的阶层——主要是三角形，他们也有类似的变化，只不过不是表现为边数，而是边的长度比例。

或许，阿尔伯特言过其实的目的，是为了取悦读者？或者他只是侈谈某种愿望，并假设会得以实现？毫无疑问，他隐瞒了很多在当时社交往来中可能是讳莫如深的话题。例如，一种“五星娃娃”——五边形的边发生**内陷**所致的严重畸形，这本书中就从来没有被提到过。其实一般百姓都知道这种孩子的存在，而且通俗地称为“凹边子”，这样的婴孩一般都只能活不多几年。

所有这些，都无法面对一个更实在的观察结果，这就是女性对于后代子孙的遗传贡献得不到解释。只是老阿尔伯特戴起了男性立场的有色眼镜，致使他甚至连这个问题想都不曾想过。但是，妇女的形状是线段，为什么一代复一代地就**永远**是线段呢？

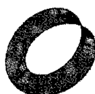
维多利亚躺在卧室的壁炉前面浏览这本书，在查找这个奇怪的难题的求解线索时，她有了一个重大发现。

2099年戌月27日，周丙

我终于有了发现!!!!!

昨天晚间，当我第无数次在阿尔伯特老祖的著作中查找线索时，终于在书后发现了一些棱丝顶迹。这位老祖真有两下子，竟然用很浅的墨水以微型字体书写了一些极难辨认的东西。不过我的扫描仪有很高的对比度。后来，我又用因特线进载了一些图像处理软件，进一步提升了其性能——哈，你瞧！它们是一组组用点和线分开的数字：

18.3.1.12|6.12.2.90|2.6.2.69|16.1.3.20|20.14.1.29|4.1.2.15|
19.1.3.1|19.1.3.2|8.1.1.3|11.2.1.28|12.2.1.2|6.13.2.40|
18.2.1.3|7.3.4.28|12.11.1.13|11.2.1.14|14.2.1.28|14.2.1.18|
18.15.2.18|3.1.1.1|18.1.4.10|4.1.4.16|4.1.3.29|18.20.1.6|



6.1.2.32|22.2.3.15|22.2.3.17|13.6.3.21|13.6.3.35|13.6.3.16|
21.4.2.17|13.6.4.15|1.3.2.20|21.7.3.58|21.7.3.59|9.4.4.16|
16.1.3.27|3.3.1.11|3.3.3.15|1.2.1.11|5.5.2.26|5.12.4.13|
7.4.3.24|3.3.2.4|3.3.1.11|12.3.3.34|8.1.1.7|7.1.1.20|
14.1.1.18|3.3.1.24|1.2.1.15

我在这个计算机文件中，还发现了其他一些类似的内容。

这必定是个密写文件（真是有些陈词滥调啦）！不过，这可是**激动心灵**的哟！如果阿尔伯特老祖费尽周折地加进了这些看起来怪怪的信息，那它必定重要。而且出于某种原因，他想不让漫不经心的读者注意到。为什么呢？我倒有个看法。毕竟，**我**不能算个漫不经心的读者，这种信息的对象，就是我这类有心寻找比《神奇的二维国》中的记载内容更深一层的读者，就是对第三维度痴迷到能够发现几乎无法发觉的信息的读者。

你认为我发现这些密码是因为运气好？亲爱的日记，那你可是对我的大不敬哟。为此我要立刻中断这篇日记。你真不该对我说这种话的。

维多利亚呆在自己房间的时间越来越长了。裘碧丽的疑虑日增，但却说不出自己在怀疑什么，当女儿去学校不在家的时候，裘碧丽天天翻她的屋子，却没有发现什么不当之物，只有一些写满了数字和符号、看起来像数学作业的东西。

摘自维琪的笔记摘要

■ 这些东西不可能是字符代码，因为它们之中有90这样的数字，而我们的字符表一共只有73个元素。

■ 我试过了所有从因特线进载来的解密软件，都无法破解。它既不是换位密码，也不是多码代替密码，而当时公开密钥加密系统还没有问世，所以——老天保佑——不会是这个东西。它也不可能是随意

加了密就完事的结果：它需要解码，否则阿尔伯特老祖就不会把它放进书中了。但是，可以肯定的是，它是为那些愿意竭尽努力揭秘的读者准备的。

■ 这些数字分为四个一组：18. 3. 1. 12 一组，然后 6. 12. 2. 90 为一组，等等。这是为什么呢？

■ 这些数组有些特点：每组数的第一个都不超过 22；第二个数除了个别达到 15，通常是 2 或 3 这样小的数；第三个数**总是**很小，最大不过 4；但是第四个数有时大到接近 100。这**必定**有其道理。

■ 肯定有某种**密钥**——说不定就是某种名著。我试过《乱世佳线》、《失乐方》、《双圆记》、《莎士扁亚全集》[1]，以及各式各样宗教经卷，却都无功而返。阿尔伯特老祖会选哪种书呢？这可把我给难住了。

■ 我真是傻瓜！明摆着有一本书——《神奇的二维国》本身啊。但是，这些数字有何**含义**呢？

■《神奇的二维国》有 22 章——每个数组的第一个数字都不超过 22！我确信……

■ **有了**！一切都豁然开朗。每一组的第一个数代表章，第二个数代表在相应章中的段落，第三个数指定那一段落中的句子，而第四个数确定了该句子中的词。

多么原始粗糙的法子！但是照这个方式一查，密码就解开了。这封密信的内容如后：

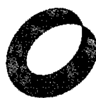
致意有志于按图索骥之有识之士：本法甚为繁复且孕凶险，切勿外泄意图。如欲圆球公循信号前来，只需做图一幅，使之可见于第三维，图须呈半圆、一圆、一双无底边之等边三角形与两个共有一侧边之矩形……

2099 年戌月 28 日，周丁

现在，我明白阿尔伯特老祖这封密信的内容了。虽然语法时有不

---

① 这是作者的文字游戏：给二维国“经典著作”所起的类似于西方文学名著、并带有二维特点的名称，相应的名著为《乱世佳人》(《飘》)、《失乐园》、《双城记》和《莎士比亚全集》。——译者



通之处——我猜测，这是因为他难以在书中寻得确切词语，所以不得不用意思相近的词汇代替。密信的大部分是关于构建某种类似于几何图形的说明，看来颇含玄学意味，因为乍一看仿佛全无结构。

我搞来一些小棍棍什么的，将它们抛撒在地板处，好得到一些启示，猜一猜密信里说的是什么难以理解的形状。

[后来附加的内容：我弄明白了。看看这张图，它就是从第三维的位置处看来，大概应有的形状：



图 2 - 1

但是，阿尔伯特老祖的说明相当模糊，因此造成了误解，使我把第三个字符弄颠倒了。他还自称是个数学家呢！老祖啊，你得知道，在数学领域里，关键就是要精确呀！①]

我现在遇到的问题是，把这个图形摆放在**哪里**，才可以让它能在这个第三维那里看得见？对此我束手无策——阿尔伯特老祖的密信里没有提供任何线索。

[许久以后又增加的内容：当其时我并未悟出，二维国的各处——包括壁橱内部和我的内脏器官——从第三维的位置那里都是可见的。是的，在我读到过的一些片段里，阿尔伯特老祖就是这么写的，但是它们当时没能引起我的注意。我真傻。]

我可是累坏了，亲爱的日记，该美美地睡个好觉了。其余部分等到明天再猜吧。

---

① 这一图形是四个字母：c，o，w与e。第三个字母因方位未能说清楚而上下颠倒了，改过来后即为c，o，m和e——即come：来。——译者

第三章

来客造访

许许多多的事不停地在维多利亚的脑海里翻腾着，害得她难以安眠；好不容易迷迷糊糊睡着了，却又怪梦连绵。在半梦半醒的黑甜乡里，她仿佛在飘荡中听到一个声音。起初这声音很微弱——没有清晰的语句，只是声调像是在说话，也就刚刚能听到。但慢慢地，这个声音变得越来越响……直到她心一惊，就完全醒过来了。

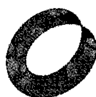
她全身本能地一阵颤栗，记起了老阿尔伯特的书中的一句描写："*我觉得房间里好像又有了一个人。顿时，一股冷气袭遍我的全身，使我感到毛骨悚然。*"

是圆球公！他一定就在附近！就在那个不可思议的第三维里，徘徊在距离二维国不远的地方！此时此刻，他一定把她家，包括她的房间甚至她的五脏六腑都看了个透。她不无惶恐地意识到，晚餐在自己胃里的消化过程也正被他一览无余。真太恶心啦！老阿尔伯特可从来没提起过这样的事呀。——他无疑曾感受到内脏被看到的事实，但一定因为这样的内容过于不雅而有意略去了。

刚才的声音又出现了。这次，她听清了是在说什么——"对不起，有谁要找我吗?"接着，不可思议的事情发生了：她突然看见，一个点出现在房间的正中间，像一个个头很小的女子，不过看阴影的情况，更像是一个特别小的圆圈。

是个橙色的什么东西。

来客并没有从门那里进来——那扇门还是严严关着的，可一眨眼就出



现在房间中央了。这就是圆球公吗？照维琪的设想，他会有高大昂藏的形象呢！老阿尔伯特曾提及，圆球公是由很多大小不一的圆片叠合而成的，最小的会缩成一个点，因此有些圆必定会非常小。

不远处又出现了第二个点，并随即扩大变成一个橙色的小圆片。是**两位**圆球公联袂造访？

还是那个不知从何来而的声音在说话。"喂？这里有谁吗？你有什么要求吗？"接着，第三个圆又出现在前面的两个圆之间。它虽然比那两个大，但仍然小于二维国普通的成年圆。



图 3－1

来了多少位圆球公？三位吗？他们为什么都身着橙红色外套？（他们是佛教长老吧？要不然怎么会"老"在"长"呢?）是不是在二维国的平面之……下（或上?），藏着**一大堆**这样的圆球公呢？**在这样的地方还可能有什么呢？**

这个想法令她心悸，但也令她意识到，必须抓住这个机会快速做出反应。如果对方这次没能联络成功，就可能再也不会来了。真走运——这座房子年代虽久，墙壁倒是很厚。她用自己认为圆球公们听得见、但又不至于被自己父母发觉的声音说："有的。有我。我在家里。"但立刻意识到自己刚才所说的没有多少内容，所以又补充了一句："我的名字叫维琪，我……我想会一会第三维的来客。"

三个圆发生了一系列复杂变化，像几片液片迅速融合到了一起。她根据自己对阴影的体验，判断这三个圆如今变成了如图所示的形状：

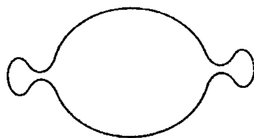


图 3－2

随后，这个形状又像充了气似的，很快胀成了一个相当规整的圆片，快得连她的目光都几乎无法跟踪。但这个圆片的特殊之处，在于其大小总不是一成不变的，这使得她看着有点眼晕。

"就这么**一件事**吗?"来访者说，"就只对**第三维**感兴趣吗?"

维琪刚才这样说，是因为希望从第三维谈起。不过，老阿尔伯特在他的书中也谈到了更奇异的地方，这使她在应答时更注意措辞："多少维都可以，先生，只要多于二维就成。"



“那么你走运啦，”来访者说，“说到维度，我可是驾轻就熟的咧。”他停顿了一息，又接着说道：“况且，如今的情况更理想，一来你并不是我的第一个听客，二来你又是个二维国的‘小老平’。”

这话听起来似乎并不很礼貌，但是向来自另一个世界的超级生灵指点有关社交的繁文缛节，恐怕未必相宜。“先生，请问您是位圆球公吗？”

一阵大笑震得她耳鸣。“我？圆球公？我荣幸地告诉你，我可没有他们那样呆板单调。”

“嗯，那么……你又是谁呀？”

“我，”这个生物自豪地宣称，“是个路路蹦。”

“这可是个怪名字。”维琪脱口而出，说完就后悔了。

“一点都不怪，”来客说道，“这是个好名字。”

“为什么？”

“因为——这不是显然的吗？因为我可以在空间到处蹦跳哇。”

2099 年戊月 29 日，周戊

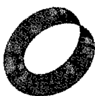
亲爱的日记：

我颇花了点工夫，才搞清楚路路蹦的这番话是什么意思。我最初以为，这位先生所说的“空间”，就是指“距离”，就像我们说两栋楼之间的空当时的所指。

其实根本不是这个意思。

对于路路蹦而言，**空间**就是整个世界！而且，它就是一个完完整整、独立自主的**宇宙**。二维国是一种空间，而阿尔伯特老祖所说的奇特的三维世界又是另一种空间，但就连那个三维世界，也无非有如冰片山之尖顶。阿尔伯特老祖也谈到过有个被自以为是的国王统治着的一维国，还有那个自认为至伟无比的零维国的国王。他居然宣称什么“存在便是无比之福。除彼之外，岂有它哉！”这位路路蹦还强烈暗示着一种“更高的神奇境界……超立体……超超立体……”

请注意：你和我可能觉得这些内容难以接受，但在路路蹦却会是



老生常谈了。多维空间——也称高维空间，在他早就是旧闻啦。他——据这位路路蹦告诉我，路路蹦一共有七种性别，另外还有一种是无性别的。和我打交道的这一位，声音听起来像个男的，就用“他”来指代好了。他在谈吐中涉及的尽是些很有分量的内容。什么不是整数的维度啦（你能相信吗?)、无穷维度啦、弯曲空间啦、波动空间啦，还有爆炸的空间什么的……此外还有只包含一个个分离点的空间啦、根本不成其为空间的空间啦，等等。跟他的知识相比，我简直就是个“空”间啦，哈哈！

他称自己为“路路蹦”，说他可以“在空间到处蹦跳”。但我弄不明白，他是指只有一个空间、而自己能在其中来往呢，还是指空间不只一个，而他能在其间往返。（我看他对此也有点含糊）。也许他是指后一个意思吧，因为我听说，他们都生活在一个名叫“数宇”的大统一泛空间内，还称之为GUM。瞧，对于这一套折磨大脑的东西，我知道的并不比你多。所以，亲爱的日记呀，就不要指望我有所澄清了吧，至少目前还不要指望。

我和路路蹦的交谈大概太长了些，我听到妈妈睡醒了，悄悄来到我房间外面听声。好在路路蹦说他明晚会再来找我，并且会带来一种叫做“太虚感传器”的东西。

我不知道这个“太虚感传器”是什么，甚至也不知道他说的是不是这个名称。

裘碧丽确实变得非常担心。现代道德观当然很好——不，实际并非全都很好，而是太松太软了，尽管她不无伤感地觉得，她来到这个世界的时间实在是早了一代。但是，如果格罗夫纳发现她的宝贝女儿维多利亚一大清早就在自己房间里同一个男子独处，一定会气疯的。

裘碧丽相信确有其事。她已经醒了过来，听到家里某处隐隐约约地有说话声。起初她以为是来了盗贼，就悄悄溜出房间，准备好了用自己尖利的底尖刺击入侵者。她既不害怕也不犹豫，由于所有的二维国妇女都生就

一付线型体形，两端都像针尖般锐利，是很有威慑力的武器。她们出生后就接受训练，以便在必要时利用这天生锐器。在二维国，罪犯是无任何权利可言的——权利只有在同意遵守《共同法》法规后才能获得，任何国民不得两头的好处都占着。但是，当她偷偷接近出声的地方后，发现说话的声音来自她女儿和一个陌生男子（她是从声音来判别的）！她最大的担心被证实了：她早就觉得，维琪近来的改变，肯定是某种不正常行为的征兆。

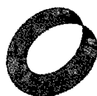
毫无疑问，都是那台电脑惹的事儿。她本不应当同意让格罗夫纳买那个玩意儿的，可他丈夫一旦脑子里产生了某个念头，不管多么愚不可及，都是没办法打消的了。

她踮着底尖悄悄靠近，声音突然消失了。但她还是听到了维琪同意第二天晚间与陌生客再见面的约定。**行啊，咱们等着瞧**！

裘碧丽尽量悄无声息地溜回自己的房间。方方先生家又重新恢复了沉寂，不过现在已经是**蓄势待发**的一种。

维琪**当时**并没有听错，路路蹦说要带来的东西确实叫做太虚感传器。据他说，这种仪器有“开眼”的功能——当然不能根据字面意思了解。这个小东西尽管外表不起眼，使用起来却特别安全，因为它多半仅存在于数字的超现实部分。路路蹦还进一步明确解释道，太虚感传器能扩大她的精神视野，改变她的观点，将思维引向新领域。她要做一个空间旅行家，太虚感传器就犹如她的太空服。只要将若干超维触点插进她精巧的大脑组织——由于她的大脑只在东南西北四个方位受到保护，而在上方和下方则毫无阻隔，因此只是一次简单的手术。手术之后，她便可以产生**身临其境**的体验，从而理解数字中种种奇妙的空间。至于路路蹦，他是不需要装入任何外来之物的。他只需靠一种叫做“想象力”的东西，就可以从一种空间转换到另一种空间。而二维国民则需要外来的技术支持，才能克服自身固有的局限。

由于维琪和路路蹦一门心思地安装太虚感传器和调整使用参数，没有注意裘碧丽正在靠近他们。虽然门相当严实，裘碧丽还是可以清楚地听到他们的交谈。虽然有些话她听不懂，但从“重新插入”之类词语听来，里



面所做的事情未必是恪守男女之大防的。

当听到这个陌生男子催促维琪“干起来”时，裘碧丽再也按捺不住了。她气愤地推开维琪房间门，冲到房间里，使劲摆动着如针的底尖……她看到的，是面前被这突如其来的闯入惊呆了的女儿……和一个非常英俊的，披着最炫目的橘红色外罩的圆。

裘碧丽蓦地呆住了，不知所措。至少她的女儿很有**眼光**啊——单从这个男子的着装来看，就不会是等闲之辈。裘碧丽纳闷，维琪如何能够交到这样一位体面男子呢？但是与这种阶层打交道从来不会有好结果——他们只是要占了你的身子，然后就将你抛弃掉。裘碧丽尖叫一声“底流坯！吃我一尖！”便向闯入者发起进攻，想给他的身体留个新记号。但是对方似乎轻而易举地就避开了她那很尖的底端。**仿佛间**她听到了维琪的声音说：“别担心，妈妈……”然后就是一片寂静。

维琪同她那个贵胄情侣一起不见了。

裘碧丽越来越害怕，她搜遍了屋里的每个角落。她**知道**他们并没有从房门出去，而那是唯一可能的出口。他们就是一下子无影无踪了。

当格罗夫纳醒来时，看到的只是失魂落魄的妻子，绝望地在女儿房间里的每一件家具和童年玩具后面翻寻，一面哭得“线身寸断”。

维琪已经认定太虚感传器真**酷**。诚然，要习惯它需要一番努力。不过，一旦掌握用他们的术语去理解那些崭新几何形体的本领，而不是总想着它们具有与你生来所熟知的空间雷同的性质，就可以去体会其新奇。而这肯定使你认识到，自己过去所熟知的空间概念是多么狭隘。没有太虚感传器，你只好依靠自己的想象力，而有了这个东西，想象就变得很容易，可以**真实体验**到平素只在梦中才能有的感觉。维琪现在明白了，当初二维的平面世界突然延伸到实实在在的三维世界，真的开辟出新的方向时，阿尔伯特老祖所产生的是何等的感受了。而且现在，她也才真正看到了路路蹦的模样。他生着双角、咧着大嘴，身子圆鼓鼓的。他其实根本不是一个、两个或三个圆片。她过去一直受着二维范围的约束，看见的都是路路

蹦的二维截面。当他做上下——她现在才真正明白了这两个字的含义——移动时，横截面会一直变化着。他当初穿越二维国平面上升时，维琪看到的是如图所示的变化：

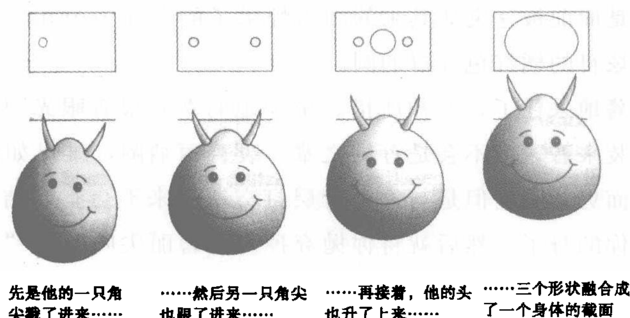


图 3-3

当时她曾觉得，有些时刻的形状变化是非常复杂的，但现在却都清楚了：复杂就复杂在他的尖细双角与圆滚滚的身体连到一起的部位。

这也就是老阿尔伯特当初之所见！只不过圆球公的形状没有路路蹦这么复杂，只是单纯的一个圆球罢了。

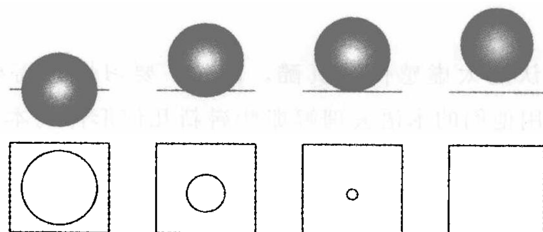
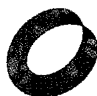


图 3-4

当圆球公向二维国平面上升但未及该平面时，他是不可见的。当他的表面开始触及二维国平面时，现身便开始了，而且是无中生有式地出现——先只是一个点，然后变成个小圆，小圆随之变大……当圆球公的“赤道”平面与二维国平面切合时，圆形横断面的直径就是圆球公的直



径——但区区一个圆面怎能代表整个圆球！如果圆球公再接着往上升，他的横截面就会逐渐收缩，直至最后成为一点，然后消失不见。

什么是数宇？

数宇是超越于时间与空间的……是超越了智能和智界[①]的……它超越思想，甚至也超越了超越。在数宇之内——其实，这个“……之内”的用语显然不妥，因为像“之内”和“之外”的用语只适用于一个个的独立空间，不能用于深奥莫测的数宇，并非只有**已经**存在的时间和空间，也并非只须再加上**将要**存在、甚或**可能**存在的时间与空间，它还包含（又是一个语意不详的词）不可能存在的时间和空间，因为只有这样，不可能存在之物的危险作用，才能得到认真对待。

数宇包含所有的数字。

数宇包含所有的形状。

数宇包括所有的几何学。

数宇包括所有的矢量、矩阵、排列、组合、合并、分离、投影、单射、满射、双射、半群、变换、关系、函数、函子、泛函、代数群、超流形、代数 K 理论、拓扑 K 理论、膜理论、曼德勃罗集、幂集、子集、超集……多了去啦！

数宇包括所有的数据结构。

数宇包括所有的数学方法和过程。

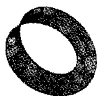
数宇包括所有逻辑结构的规范化描述。

数宇包括所有非逻辑结构的非规范化描述。

如果某一天，有谁通过某种努力，发明了一种既不属于时间、也不属于空间、但无论怎么看都应当属于同一范畴的新**东西**（既然说到范畴，这里就不妨提一句，数宇包含了所有的范畴）……那么，如果有谁真的得到了这种东西，那么无论他拿出来的是什么，都将已经存在于这个唯一的数

---

① 关于智界这一词语，请参看作者原序中的译注（第 5 页）。——译者



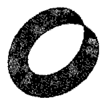
宇之内。（只是要注意，“将”、“已经”、“存在”和“之内”都是不当的词语，对此，大家恐怕是已经猜到了罢。或许只有“唯一的”这个词语没有什么问题。）

路路蹦通常使用“地球体”这个名称代表亲爱的读者诸君栖止的处所。地球体与老阿尔伯特所谓的“三维世界”**并非**一回事——但是它们之间有紧密的联系。三维世界是对产生于地球体上的某些几何概念的抽象，而地球体则是**真实**的存在。地球体有历史，有地形地貌，它同数字之间的关系极其错综复杂。

即使哲学家们（指地球体上被称为“人”的这一生物中的特别一类）也不会怀疑地球体与数字之间有着紧密联系——应当说，是与之**有关**但并非在它**之内**（这个“之内”并非前文的那个“之内”……但是前面已经说过，这里就不再赘谈了，敬请原谅）。从某种意义上说，数字是存在于地球体上的集体智慧的思想产物，是生存在地球体上的智慧生物——这里称之为地球人——的思想构筑。而它自身又是实在的，实在到在地球体所在的宇宙内，每个原子都按其规律行事。地球体所在的宇宙在行事时所遵从的规律，就是从数字中获取的。

对不对姑且不论，至少地球人是这么认为的。

这是一个深奥的哲学难题。在地球体所在的宇宙中，万事万物**真地**都服从来自数字的规律吗？抑或这是地球人与生俱来的偏见所形成的幻象认识？地球体所在的宇宙果真是用**数学**构筑成的吗？数学会不会是地球人用思维造出来的？地球人数学家们愿意认为他们的宇宙是由数学构建的，但这毕竟只是一种朴实的设想。地球人物理学家们也愿意认为它是由物理学构建的，地球人生物学家们则愿意认为它是由生物学构建的，地球人哲学家们又愿意认为它是由哲学构建的（我来告诉你一个秘密：真的这么回事。构成地球体所在宇宙的基本单元是**逻辑原子**，一个非常微小的逻辑单元，只有哲学家才可望有能力进一步细分它。）地球人蔬菜商们也愿意万物就是由胡萝卜、土豆之类构成；地球人出租车司机们也愿意相信自己无所不知，并愿意同乘客分



享之；地球人美容师们则愿意让美寓于万物之中，并愿意相信自己比其他一切生物都更接近美——不论数字有何种属性，美肯定是其中至高无上的。

当然，能够领略数字之美，需要有后天的学习过程。

在与数字有关（但未必在数字**之内**）的种种生物之中，地球人是极为特殊的一种。这是因为，他们始终弄不清楚自己属于什么空间（抑或时间、时空或者别的什么）。长期以来，地球人一直认为，他们生活在一个刚性的、有三个维度的环境中，并称之为三维世界。时间无非是从中流过的一个独立且只有一个维度的量。这就是著名的地球人牛顿的时空观：绝对存在的、均匀流驶的时间，绝对存在的、均匀伸延的空间，以及其中绝对存在（但绝对不均匀分布的）物质。三维世界是数字的正宗组分，但是地球人现在认定——这是正确的——自己并非真地生活在这样的三维世界里。他们可能生活在弯曲世界中，说不定还在波动世界里起伏，或在量子场中搏击？（也许用“博弈”更合适些，因为量子场是由**可能性**亦即**概率**构筑起来的。）但地球人总拿不定主意，每过十年八年的，他们的观念就会彻底改变一番。

告诉你吧，过不了多久，二维国民也会重新思考自己的世界本性的。

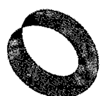
2099 年戊月 30 日，周己

我们一直在考察三维世界！（我们也考察地球体，但后者要复杂得多。）同二维国一样，它是一个**欧几里得**空间。路路蹦最初提到这四个字的时候，我还问他“欧吉利”是个什么东西，为什么空间会是它的。他期期艾艾了一阵子，然后说在数字这个巨大无朋的万花筒的某处，有一个名叫欧几里得——不是“欧吉利的”——的地球人，他首先归纳出了一套几何学知识，了解二维国世界的面目，靠的就是他的贡献。

我认为这个说法至少值得商榷，因为所有的历史书都告诉我们，二维国的地貌状况，最早是一个叫克利斯托弗·哥量布[①]的探险家首

---

① 原文为 Marco Polygo，是从意大利探险家 Marco Polo（马克·波罗）一词变化而来，而 Polygo 又同多边形 polygon 字形相近。中文译文改为与发现美洲大陆的探险家克利斯托弗·哥伦布相近、又有测量字样的哥量布，以尽量体现作者遣词用句的风趣。——译者



先搞清的。然而，我还得靠着路路蹦一路保证我的安全呢，所以最好还是不要招惹他为妙。

无论如何，亲爱的日记，能够多领略一个维度，效果真是无比震惊。不仅仅是球体、立方体、四面体等等——得承认，这些几何体明摆着就是圆形、正方形和三角形的延展。任何一个二维国民，在看到相应的一系列横断面后，都能够对它们的本来面目有一定的认识。但是，在三维世界中有**更多**的有趣事情，而它们是完全无法在二维国范围内得到体现的。

有些事情相当简单。在二维国，如果你用钉子钉透一块木板，木板就会一碎两片：

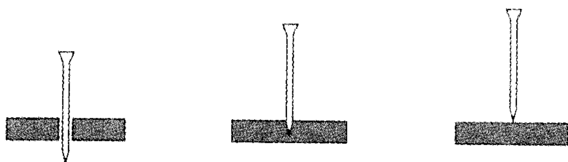


图 3-5

但这样的事情在三维世界里就**不会**发生。在三维世界中，电话之间可以用线连接起来，而不会因此将大家拦住无法通行。他们的做法是使线路**入地**（这是一个我刚学会的新词，意思是往一个叫“下”的方位）。

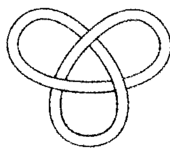
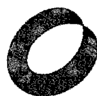


图 3-6

有些事看来简直不可思议。最使我入迷的是他们称为**纽结**的小玩意儿。它就是一圈线，像个圆环，但有些部分会从自己内部穿出！！！这样的纽结使这圈线缠在一起，无法展成为普通的圆环。二维国的维数太少，容不下扭结的存在。

路路蹦说，即使是三维国民（哦，其实他称他们为“地球人”，这两者有一点微妙的差别，但是他后来才给我做了解释），对三维的感觉也并非完全到位——比如，**纽结**就给他们带来了麻烦！他说，这是因为地球人的眼睛看东西实际上是二维的。他们看到的只是物体的



二维**射影**，不是真正的**整个**物体。因此，他们对于自己所生存空间的直觉判断很容易被扰乱。

比如，路路蹦给我出了这样一个难题。三维世界中一个各边均为单位长度的立方体，沿着它的形体打洞（但不是像二维国的平板那样被拆裂），洞的截面为正方形，再让另一个立方体穿过去。OK？问题是求出能够挤过这个洞的最大立方体。

亲爱的日记，我知道你在想什么。显然，你认为不可能使一个较大的立方体从较小的立方体中穿过。但那是二维国的思维方式。你必须认识到，第二个立方体是可以斜穿过洞的。如果倾斜度**合适**，你可以使一个边长为1.06单位的立方体穿过边长为1个单位的立方体空洞，就像图中所示的那样：

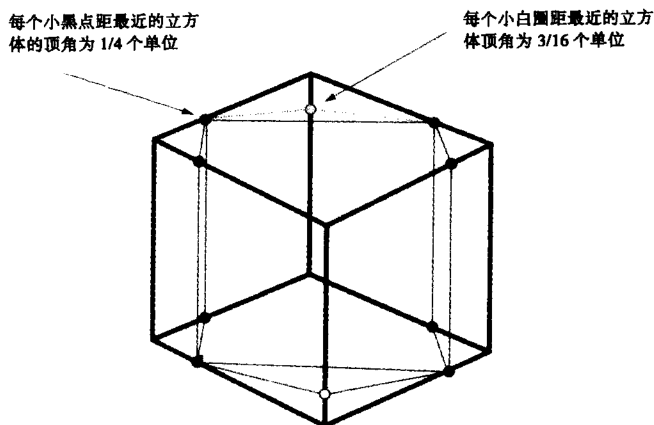


图3－7

因此，在三维世界里，你可以将一个较大的立方体穿过较小的立方体（知此情者并不多也）！

另一方面，还有一些事情，三维国民**自信**是知道的——而且看来**的确如此**——但要**证明**它们正确却并不容易。最能产生震惊效果的，是果蔬商们该如何堆码橙子的问题……

“这个问题被称作开普勒猜想，得名于一个名叫约翰内斯·开普勒[①]的信奉玄学的地球人数学家，曾是地球人过去一直无法解决的最古老的数学难题之一，”路路蹦说，“很久后才得到解决，因此就成了地球人最近**解决**的数学难题之一了。”

“这个难题有多少年了？我的意思是说，在地球人解决之前，它存在了多少年？”

路路蹦搔了搔自己的一只角：“按地球体上的纪年，应该追溯到1611年，也就是二维国纪年的1711年。巧得很，二维国的纪年比地球体上的纪年恰恰早了整整100年。这个问题是地球体纪年的1999年解决的，所以它存在了388年！”

“这是个什么问题呢？”

“有关堆码圆球的最好方式。告诉我，维琪，二维国的果蔬商们是如何摆放水果的？我是指圆形水果，比如……呃，圆果？”

这是个简单问题。小时候，维琪总喜欢到果蔬商的六角形店里去逛。那里的水果是分类整齐摆放的。当然，方果通常就摆成一个大方形，因为这样摆放根本不会留空隙。圆果则被摆成蜂巢状。会有空隙，而空隙是无论如何会有的，但以这种方式排列空隙最小：

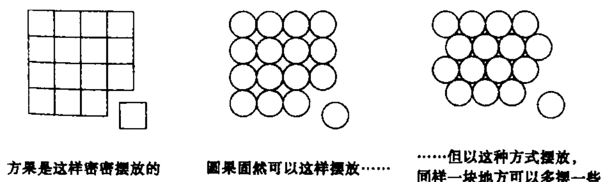


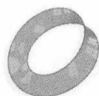
图 3-8

二维国民对两种摆放形式都很喜欢，因为第一种基于正方形，第二种基于正六边形。（如果你看不出六边形来，不妨看任何一个圆及围绕着它的那些圆——一共六个，再加中间的那个，正好构成一个正六边形。）

“还不错”是路路蹦对维琪所讲方式的评语。“但是你如何**知道**这种六

---

① 指德国杰出数学家与天文学家约翰内斯·开普勒（Johannes Kepler，1571～1630）。——译者



边形模式对空间的利用是最为有效的呢?”

“靠实验?”维琪提议。

路路蹦摇摇他的双角。“不行，实验不等于证明。这正是个答案很‘显然’、证明却极困难的例子。地球人直到1910年才做出证明——而即使在那时，阿克塞耳·修[①]给出的证明也相当粗略，而真正完整的证明直到1940年才由法杰士·托什[②]给出。所以，你大可不必为说不出为什么六边形模式是在平面里摆放圆的最有效方式而不快活。它看起来似乎显然，但证明却很困难。

“三维国民也要码放水果。他们有香蕉——细而长的椭球形，通常是弯的，也有球形的水果橙子之类。而且，就同二维国一样，地球人果蔬商个个**知道**橙子采用什么方式码放最好。你认为他们会如何弄呢?”

这个问题对维琪掌控太虚感传器的能力可是个考验。她想象出空间有许多虚拟的球，并不停地摆弄它们。最后终于弄好了。“这样如何?”



图 3-9

“这种方式适合摆放方丁果，”路路蹦说道，“但是即使在二维国，你们摆放方果和圆果也不会用同样的方式。在这种方式中，你把每一层都摆成了方形。再试试。”

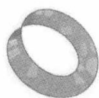


图 3-10

---

① 指挪威数学家阿克塞耳·修（Axel Thue，1863～1922）。——译者

② 指匈牙利数学家法杰士·托什（László Fejes Tóth，1915～2005）。——译者



“有改进，但思维方式还是二维国式的。你还可以弄得更好。”

“弄不出来了。”

“试试层与层之间移移位，让一层水果的凸部刚好放入前面那层的凹陷处。你现在是凸的部分正顶着凸的部分。”

维琪考虑了一会儿，然后将她的虚拟橙子重新码放成了一种利用空间更有效的方式：



图 3-11

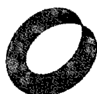
“太棒了!”路路蹦说，“这正是我需要的方式！它也正是我前面提到过的、地球体上的蔬果商也都知道的、能最有效地利用空间的方式。这就是那个开普勒的地球人于 1611 年得出的结果。他也和所有的果蔬商一样，认为这是最好的方式。这肯定是在三维空间内码放圆球的一个很有效的方式。但是，它是不是**最好**的呢？这可完全是另一个问题了。”

“是不是最好的就那么要紧吗？毕竟，如果我是个果蔬商，只要不太浪费空间，我就不会很在意。”

“如果你是一个地球人，就会说只要堆起来后不致坍塌。很对——而且这正是果蔬商们为什么不‘知道’答案的一个缘由。他们所知道的是略微不同的问题的答案。他们在一个平面上堆码一堆橙子，最主要的考虑是用什么方式使堆码起来后不易垮塌。但是，对开普勒来说，这样的堆码确实是最好的方式，只是他当时没有认识到这一点。那时他想弄明白的是有关雪的一个问题。”

“他不会是要去堆雪堆吧?”维琪困惑地问。

“不，雪是很容易堆起来的。大雪过后，大风一刮，雪就堆起来了，当然这里谈不上有效与否。不是堆雪，是雪花的形成。开普勒想弄明白为



什么雪花都有六个角。你看，他经济上并不很富裕（作为一个数学家），而且他需要给他的保护人——一个名字叫封瓦肯费尔斯·约翰·马修·瓦可①的地球人一件新年贡礼，所以题献给他一本名为《六角雪花论》的书，试图讲明白为什么雪花的形状是六角对称的。而在此过程中，他发现了这一堆码问题。"

"但是你才说过……"

"是啊，不是将降雪堆积成堆这个问题。堆码问题涉及雪花是由什么样的小单元堆码而成的。开普勒并不掌握现代概念，但是他所提出的，正触及到了冰晶的原子结构问题。他经过研究后得出的结论是：**如果**冰由微小的球体构成——不完全与事实相合，但相当接近，而且**如果**这些球体是尽最大可能紧密堆码的，那么，冰的'晶格'就会具有六边形结构，一如橙子的六边形的摆放模式。而第二个'如果'为关键点，因为原子是要以能量最低的方式堆码在一起的，这就意味着密集堆码。"

维琪知道，"原子"是非常小的粒子，对了，严格说来是非常小的、像是粒子的物体，还知道所有的物质都是由原子构成的。她在学物理课时接触过这些知识，对晶体也有所了解，知道构成晶体的原子是排列成规则结构的。在这方面，二维国的情况与三维世界相类似，只是二维国的晶体点阵只有 17 种，而地球体上有 230 种之多。所以路路蹦给她讲的这些，使她觉得顺理成章——真是绝无仅有的一次。

"反正呢，"路路蹦继续说道，"在将近 400 年的时间里，这一开普勒猜想——六边形层的交错排列方式是堆球的最佳方式——曾是'大多数数学家相信，所有的物理学家知道'的内容。但是，你可以想象，如果一个只涉及二维范围的问题直到 1910 年才得到解决，那么三维范围内的类似情况自然会远为困难。事实正是如此。很多地球人努力过，但都失败了。然

① 指约翰·马修·瓦可（John Matthew Wacker），他是贵族，封号为封瓦肯费尔斯（von Wackenfels）。——译者

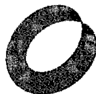
后，到了 1999 年，地球人数学家托玛士·黑尔斯[1]最终证明物理学家是正确的。（这使有些数学家感到非常沮丧，因为他们曾怀着渺茫的希望，希望能证明物理学家是错的。）他的论证很长：先将问题分解成大量计算工作，然后使用地球体上的电脑求和。这个思路的起点是由堆码**不采用**交错六边形层的方式始，经过部分的重新排列后，显示出效果可以改善。因为从原则上讲，不是交错六边形层的堆码方式实在是太多了，因此这样的方法需要极大的工作量。但是，黑尔斯做到了以**大量**计算来涉及所有的可能情况。”

2099 年亥月 1 日，周庚

地球体是个好地方，它的几何学也很妙。我在将思维延伸到很多方向上时，实在感到入迷之至。但是今晚我却感到有点悲伤——我想家了，真的。我的父母一定非常焦虑。现在的情况是，我正兴奋着呢，还不想立马回家。但是若能想法给我父母传个信儿，告诉他们我很好，那就太棒了。

或许能有什么办法可以在这里接通二维国的电话系统吧？我明天要问问路路蹦。

① 指美国数学家一物理学家托玛士·凯利斯特·黑尔斯（Thomas Callister Hales，1958～）。——译者



第四章

一大堆维度

2099 年亥月 2 日，周甲

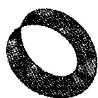
我最近可忙**死**了，都顾不得给家里打电话了。

我的宝贝日记呀，跟二维国比起来，地球体所属的宇宙真是个大马蜂窝！在新来的访客眼中，这里有一个又一个**数不清**的圆球——或者说接近圆球的形体；有的是大火球，听说名字叫**恒星**；有的是小冻球，听说名字叫**煨星**——为什么叫这个名字，我也闹不懂，大概是认为应当让它们离火球近一点，烘一烘，烤一烤，好变得热乎一点吧？（恒星这个名字，给我的感觉要好过煨星。）反正路路蹦是忙了个不亦乐乎，带着我满世界跑，领我参观种种名胜：黑洞啦，嗷嗷叫云——也是听他这么说的，不知对不对①，花了不少时间。

真是蜻蜓点水式的旅行方式呀。

这样一来，我就知道了，在地球体所属的宇宙里，存在着许多种不同的形体，都是我从不曾见到过的。有的**巨大无比**：如长出螺旋臂的星系，星系结合成的星系团，星系团聚成的超星系团等……一团团、一堆堆地分布在多少百万光年的空间里。（光年这个词给听觉造成的印象，仿佛是个时间单位，其实不然。这是个长度单位，而且非常之大，是指光在一年里所能穿过的距离；而在地球体所属的宇宙

① 原文为 Ooooooooort Clouds，指 Oort Clouds，即奥尔特云，为荷兰天文学家奥尔特（Jan Hendrick Oort，1900～1992）设想的一种包围着太阳系的球体云团，是彗星的“产房”。作者有意将有形声色彩的 Oort 变成了真正的形声词。——译者



里，光走得可**快**啦！）

在小些的尺度范围内看，存在于这个宇宙中的主要成分，看来尽是些石头——大小不一，形状各异，变化之多，超乎想象。但它们有一个基本的共同点，就是基本不存在**活物**，只是偶而会见到例外，能够找到这样或者那样的活东西，甚至还有像我这样的智慧生命（只是长得不如我，构造也远非完美）。在地球体所属的宇宙，有智慧的生命虽然为数不少，却几乎都无一例外地认为，他们自己所在的地方，是整个空间中**绝无仅有**的生命的栖息地。据路路蹦说，在它们那种就连光也得走好几百年、才能见到最近邻居的地方，确实很容易觉得自己那个地方是全空间中唯一有生命的所在。要叫我说，路路蹦对不像样的想象也太宽容了些。当然，这只是我这个二维国民的区区管见。

在这些有着智慧生命的圆球中，有一个相对较小。（我很想将它称作圆球国，但那个宇宙里的圆球实在是**太多**了，只好作罢。那些智慧生命将这个圆球称作地球，也就是路路蹦所说的地球体。）这是个很好玩儿的所在。我前面也曾跟你提到过，不过现在又对它有了更多的粗浅认识。很多像地球体的圆球上，都存在着大量的、但显然也是形状不规整的形体，如岩石、山脉、峡谷、火山、云朵等等。这个地球体上更是形体纷纭、不一而足，而且从北极到南极都有，如沼泽、树木、花草、动物，此外还有一种生有五个突节的生物，形状有一点点像五角星。这种生物给自己起了个名称：**人**。人的外形是这样的：

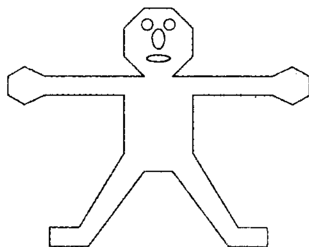
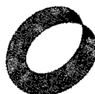


图 4-1

生活在地球体上的这些人——我称之为地球人，对于他们所栖身



的三维环境十分适应，正如同我们二维国民对二维环境的感觉一样。大多数地球人都深信不存在什么第四个维度。路路蹦对我说过，他们的结论是对的，但根据却是错的。

这句话到底什么意思，我还不大明白。我准备明天向他请教。今天我实在是累得不行了。真希望有可能给家里打个电话。我能不能自己想法造个信号发射器呢？

“维琪，我说过他们是对的，原因是并没有**这么一个**第四维。说他们是错的，原因是存在着许多种第四维，而且除了第四维，还存在着第五维、第六维……甚至第一百万维、第一千万维！这些维度，大多数都是地球人会在自己的日常生活中与之打交道的，只是不曾意识到就是了。”

体验到第四维或者第五维什么的而不自知？维琪觉得这未免太难以置信了。她这样想了，也就这样说出来了。

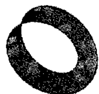
“这涉及是否能对实际体验保持敏锐感觉的问题，”路路蹦这样解释说，“他们有一个先入之见，就是‘第四维’应当是**空间**的第四个方向，而他们所说的空间，又是为他们所熟知的那个三维空间。在三维空间中，当然是找不到第四个维度的，这就如同在你们二维国，找不到第三个维度一样……这样的做法，**无异于缘木**——”

“你的意思是说，第四维得去他们的空间**以外**寻找，是不是？你自己是有本事想蹦到哪里就蹦到哪里的，我们想这么干就不容易了。是不是呀？”

路路蹦的身躯一扭一扭的，看得出有些不耐烦：“有时候应当这样做，但不是总得这样，有时候只需要以不同的方式研究自己的空间。咱们不要光是讲啊讲的，还是看看地球人是怎么想的吧。”他在太虚感传器上捣鼓了一番，地球体所在的宇宙便在显示屏上天翻地覆起来……

在经过一遍又一遍的折腾后，空间终于稳定了。在此之后，维琪又等了好一阵，心里的不舒服感觉才停息住。

他们正置身于地球体的一片美丽的乡间景色中，眼前是印着车辙的土



路，路两侧是起伏的田园。维琪放眼望去，见到四下有不少用四根小柱子动来动去的白色毛茸茸东西，发出“咩”、“咩”的声音，还彼此呼应着。从远处传来了一种奇怪的动静，又是“咔咔”又是“吱吱”的。过了一会儿，他们就看到一个什么东西一颠一颠地沿着车辙走了过来。这是一架机器——一架有两个轮子的机器，上面还坐着一个生物，看样子随时有可能摔下来。

“是个骑双轮车的地球人，”路路蹦小声告诉维琪，“咱们运气不错。在这个地方，骑这种车子的并不多见。”说毕，他猛地往上一跳，弄得骑车人一惊，冲到了路边，一头栽进了路边的沟里。一阵寂静过后，响起了一阵地球体上到处可闻的咒骂声。他爬回到路上，气冲冲地朝他们走来。

“难道你们没长……我是说，你们是不是在做广告什么的？怎么会穿上这种衣服呀？你们是两个侏儒吧？我说，直板板的那位，你可真够稀罕的，看上去瘦得邪乎，稍微转过一点去，就简直看不见了！这是不是什么戏法呀？我看一准是。”

“绝对不是，”路路蹦回答道，“我们俩是来自另一个维度的访客。”

听了这句话，骑车人笑得前仰后合的：“我知道了，你们是大学生，对吧？现在正好是欺生周①吗？你们是在搞恶作剧，对不对？”

路路蹦转过身去对维琪说：“你看到了吧？”维琪点头认可。

“你为什么认为我们是在恶作剧呢？”路路蹦问。

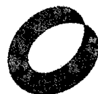
“因为根本就不存在另外的维度呀，”骑车人说。“维度只有三个，都是明摆着的。别的一概没戏。”

“说有三个，你真有这个把握？”路路蹦又说。“咱们是不是假设一下，认为这个让你觉得自在舒服、实实在在的三维空间，实际上只是某个更广大的四维连续体的无穷薄的一层？”

“一层？”骑车人现出怀疑的神色。“实实在在的空间，怎么会只是一层呀？”

---

① 一些西方高校流行的一种恶作剧方式，即一年级新生在入学第一周会受到高年级学生的种种捣乱、刁难和欺侮。——译者



“我来给你讲个故事。告诉你，有这么一个地方，名字叫做二维国……”路路蹦开始讲了起来。

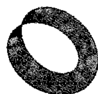
这个骑车人老老实实地听着路路蹦的讲述。

路路蹦所讲的，自然是《神奇的二维国》的情况。

“所以，你看，二维国民一定也会面临同样的问题：既然他们的一切都在这个平面里面了，又怎么可能会是**别的什么存在**的一层呢?”接着，路路蹦便不厌其烦地又一次弹起了他最喜欢的老调子:“咱们不妨类推一下：一个在二维国民看来足够用的、有东西南北四个方位的平面，无论沿任何方位都可以无穷延伸，该怎么理解它是**薄**的呢？对于他们来说，并不存在什么可以**沿着**量其厚薄的方向。‘沿着上与下的方位是薄的’这句话，对于二维国民是没有意义的。他们会说：‘指给我看看你说的“上”，我就信你的话。’但在被二维国所局限的范围内，又是不可能指出这种方位来的。类似地，你们三维国民也同样难以理解，你们所在的三维空间，会是别的什么更‘大’的存在的一层。”

“可你不过就是打了个比方呗，”骑车人激动得脸上通红。他一面说着，一面不停地摇晃着自己身上的所有五个突结，准备跨上车子开路。“这里有一点不同，就是我能够**看见**空间中不仅仅有个平面，可我**看不见**空间外面还有什么……空间。”听到这里，路路蹦就打算再解释一下，说明这只是由于他的感觉器官能力有限所致，岂料骑车人却自己说了出来：“也许，这个世界是某个更大的什么东西的一部分，而这个更大的东西，我却无法感觉出来。这种说法我能接受。不过，不论这个世界是不是别的世界的一部分，都不能说它是**薄的**。”

“怎么不能呢?”路路蹦反驳道，“我同意，你的空间厚得很，但未必是无穷厚，而且沿着东、南、西、北、上、下六个方位共三个维度都是如此。但仍然有可能存在着某个第四维度，也有两个方位——叫它们‘这’和‘那’好啦；如果沿着此等两个方位看，你心目中的厚厚的空间，就只



会是薄薄的一层。当然，其实‘层’也还是三维的。‘这’么挪一下或者‘那’么移一点，只需动一丝一毫，你就完全出了你的空间家园!”他一面说，一面在路边的干泥地上，画了两幅示意图：

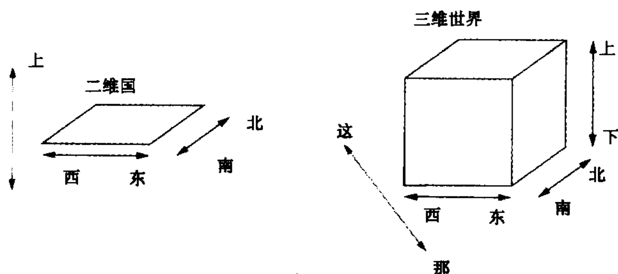


图 4－2

“这些说法不能让我十分信服。”骑车人说，“我看不出来你的‘这、那’方向究竟是怎么走的。”

“是啊，这个……”路路蹦不知道该如何措辞了。“我看……对了。我得承认，要在这条只有两个维的土路上，画出让你信服的第四个维来，的确是不可能的。可是，就连画出一个第三维来，也得按照约定的做法，画出这样一个实际上并不存在的歪斜线段吧?”

“的确是这样的。”

“因此，我们还得再来个约定，就是用另外一条斜线段表示它不在三维空间之内。”

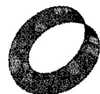
“嗯……嗯。”

路路蹦看得出，骑车人还是没被说服，便又说道:“OK。咱们把‘这’换成‘过去’，再将‘那’改成‘将来’。”

“我说爷儿们，你这么换个说法，又能有什么名堂不成?”

“你这一刻所在的世界，是不是同将来隔着弹指一瞬间?同过去是不是也如此相隔?**时间**是第四个维度的一个例子，但不是唯一的一个。沿着时间这一方向，你当前的世界，就只有薄得不得了的一层呀!”

骑车人回答说，时间或许是一个维。但听他的言外之意，仍认为时间



并不是空间，因此虽然有理却是无关。听到这里，路路蹦又对维琪说:“要是有朝一日，这位老兄在一间锁得严严实实的房间里，经历到一个超球体的来访，看到他从点变成小球，继而变大，然后又一点点缩小并最后消失，那可就有意思啦!”

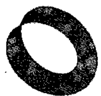
“要不就是让他赶上有个超老蹦哥从第四维来访，”维琪也说出自己的设想，但说到一半便停住了。“当然，此时出现在他眼前的，也仍然只会是几个大小不断变化的圆球，徒使他惶惑不解而已。”

“一点不错。只有通过太虚感传器，才能向他揭示出，隐藏在种种奇特变化后面的，是什么样的高维世界的逻辑。”

在发现维多利亚莫名其妙地不见之后，方方先生的一家便笼罩在一层愁云惨雾之中。格罗夫纳认定，女儿的离奇失踪，必定与那本家族祖先的书所引起的不快有关。他觉得，一定是因为自己把它付之一炬，太刺激了维琪，才导致她不知去向，因此怀了种负罪感。为了不让家里其他成员看出来——同时也自欺一番，他不停地责怪这一老一小：怪过了那一头冥冥中的老阿尔伯特让这个家族名誉扫地，又怪这一头的小辈维琪也让这个家族添耻增辱。这就使全家所有成员都很少吱声，行动也是死死板板的（而且格罗夫纳也认为大家理当有此表现）。格罗夫纳不断对太太说:“丽丽，这个丫头真不成样子。她总是不听话，认死理。她怎么就没影儿了，我弄不明白。我不知道她跑到哪儿去了，也不在乎她跑到哪儿去了。咱们的日子该怎么过还怎么过!”

莱斯特和贝克莱这两个小子，是听家长告诉他们，说姐姐在二维国的数美利加边区找到了一份好工作，为了抢个先着，不得不说走就走。表面看来，男孩子们接受了这个解释，但裘碧丽能够看得出，他们其实是半信半疑。

裘碧丽一开始是站在丈夫（的表面立场）一边的，但渐渐地有了改变。说走就走，这可不是维琪的一贯作风。她越琢磨这件事，就越觉得女儿不大可能干出私奔的勾当来。她翻搜了维琪的房间，没找到任何说明这



种可能的棱丝顶迹；她又担心女儿被卷进某种她们夫妇不知道的内情出了事。再有，就是她不能不想到，女儿的失踪说不定会与阿尔伯特当年的神秘访客有些关系。那本书里到底写了些什么呢？

自然，格罗夫纳将女儿失踪的事情通知了警方，但也隐匿了若干情况——要是他对警察说，女儿像云气般地消失了，警察还不认为他是个疯子！所以，他只是报告说女儿去向不明。这种年龄的女孩子，因为什么不顺心的事就一跑了之，在如今这个年月里可不是什么新鲜事。再说，从法律的角度讲，维琪已经成年了，可以对自己的行为负责并独立行事了。只要没有发现与犯罪有关的线索，警察便会不言而喻地认定，这无非是年轻女子为了自由离家出走的典型表现。于是，警方只是将维琪的名字往“去向不明者”的名单里一填了事。

格罗夫纳心里想的，其实同他的外在态度大相径庭，妻子裘碧丽心里明镜儿似的。她真希望丈夫能心口如一。因为她很担心，哪一天维琪回来了——她并不担心“能否”，只是不知道“何时”，丈夫会发作一番，结果更闹得不可收拾。

裘碧丽暗地里希望，女儿在外面能过得舒心，不然的话，这么折腾一番未免太不值得了。每当被对女儿的想念弄得心绪不宁时，她就以拼命做家务和照顾儿子排遣。

这一家子目前都处于艰难时期，宅子里弥漫着一股紧张而不对劲的气息。不过，每个成员还都在尽量支撑着。

“如果时间是一个维度，”骑车人说，“就应当能够沿着它走，就像空间的维度一样。”

“能啊，”路路蹦回答，“能沿着它往前走，每年走它一年。”

“不是这么回事，我是指能够随心所欲、来来回回地动。”

“噢，”路路蹦转过身对维琪小声说，“你说要不要告诉他，我们这些路路蹦，同时也是一帮‘刻刻蹦’？”说完，他又对骑车人说：“在时间里行动，要比在空间里困难，这是因为，时间度规的压缩情况远比……”



但骑车人并没有听路路蹦在说什么。"时间旅行！就像威尔斯有篇小说里的一个家伙想干的事情！结果靠着种种机缘，再加上那么一编造，还居然实现了！我的车兜里就有这本书。"说着，他就在双轮车后面的一个小包里掏了一气，翻到后得意地亮了出来。"《时间机器》——就是这本书的名字。"他打开这本书，从前面翻了几页，一面翻一面说道："威尔斯说起一个时间旅行者，他在书中的一开头就告诉大家，**瞬时**体就如同直线或者平面一样，都属于数学构造。书中有这样的话：'"显然"，时间旅行者继续说，"任何实体必须有四维延续，必须有长、宽、高，还有——持续性。"'在说过凡是物质形体实际上都是四维存在之后，这个时间旅行者就给读者下套了：'时间和其他三个维之间只有一点区别，就是知觉对沿着时间运动的感觉方式与空间不同。'这样说完以后，他就硬说自己已经克服了这个特殊的约束。"

路路蹦对地球人的历史相当了解，对地球人研究时间和空间的史实更是清楚。"你知道吗，《时间机器》出版不到十年，一个名叫爱因斯坦的地球人便发表了相对论？此外还有一个赫尔曼·闵科夫斯基①，也通过四维时空的语言，表述了爱因斯坦的观念？"

"不清楚。"

"你看，时间作为第四个维度的观念，就这样时兴起来了，而且就再也没有真正消失过。然而，真理其实更远为奇特。你的世界不只有四个维度，而是有五个、五十个、一百万个、甚至无穷多个维度！而且，这些维度中并不需要包括时间在内。三个空间维度是真实的，一百、一千乃至一万个空间维度也同样是真实的。"

"荒谬之至！"

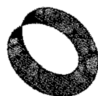
"才不是呢！你看，就说说你这辆双轮车吧。它就至少有七个维度。"

"真的？那就指出几个来，让我见识见识。"

"你把它推过来，立直了，我就指给你看。"骑车人照办了。路路蹦一跳一

---

① 指德国数学家、四维时空理论的创立者赫尔曼·闵可夫斯基（Hermann Minkowski，1864～1909）。——译者



跳地来到他身边，说道:“你认为这辆车目前是处于有三个维的状态，对不?”

“那还用说。”

路路蹦将车把推了一下，让它转过去一点点:“瞧！第四个维!”

骑车人笑了起来:“别犯傻啦！你是在三维空间里扭转它的。”

“是的，可它改变形状了。”

“这不是扯淡吗!”

“不是的。它的确改变形状了,”维琪说，“如果在移动这辆车时不让它的形状发生变化，它的运动就是刚性的。不过，我刚才只动了安着车铃的这部分，其他部分却没有移动。**这**就不是刚性运动了!”

“噢，你要这么说，我想也不是不可以。不过，如果这就是一个新维度的话，你说它是指向什么方向的呢?”

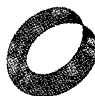
“指向‘转车把’方向呀,”路路蹦说，“这个方向跟‘转前轮’方向不同，与‘转后轮’方向也不同，它们又都和‘转脚蹬’方向不同。这就有了四个新维度。再加上原来的三个，就是有七个维度的双轮车。”

2099 年亥月 3 日，周乙

我好想跟家里通个电话呀！可是路路蹦说，由于此地的电信系统与二维国的并不兼容，这件事很难实现。显然，就是想打电话，恐怕也不是在目前这里。

你看，我的宝贝日记，地球人的双轮车为什么有七个维，路路蹦总算是解释清楚了。关键全在于**变量**。变量是指能够发生变化的东西。“维”——或者说“维度”和“维数”，其实就是从几何角度考虑的变量。时间不是空间变量，所以它只是**一个**第四维。别的变量也能充当这个维：温度、风速、乃至坦坚夏公司①处理掉的白蚁巢数都行。在三维空间中，一个点的位置由三个变量确定：该点在某个参考点的东面、北面和上面各有多远。以同样的方式类比，需要有四个变量确

① 这是美国一家专门防治白蚁的大公司的名称（Tangentia)。——译者



定的东西，都是存在于四维空间的；如果需要一万个变量，那就是存在于一万维空间中的。

应当说，所有的复杂体系，都是具有多个维度的。就以二维国的一小块典型空地处的天气状况而言，它就取决于温度、湿度、风速（有两个分量）和气压——这就是五个变量了。可我原来根本就不知道，我家原来就有个五维小花园！经济体系会涉及几百万种不同的商品，每个都有独立的价格，因此是个**百万维**世界！

难怪经济是个极难驾驭的体系啦！

维琪做了一个梦……

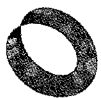
她梦到自己在黑暗中飘荡，身下是一个平面，有些像是二维国，但却单调呆板，只是一片白色，仿佛仍处在生命未曾出现之前的阶段。不过，她感觉到这里存在着生命，因为她听到有个声音在自哼自唱："来刷这个点，来刷这个点；刷就刷红漆，刷就刷红漆；刷完还要刷；来刷这个点，来刷这个点；刷就刷红漆，刷就刷红漆；刷完还要刷……"就这样没完没了地重复着。

她又梦见自己向下面的平面一点点靠近。这时，她发现了一只像是蚂蚁的生物，提着漆桶，拿着漆刷，走着螺线形的步子。它先是往一个小点处刷漆，继而又顺着这个点的外缘继续刷，将它弄大了一点……就这样一点点地刷个不停，过了一会儿，有漆的地方已经是很大一片了。这个小家伙就这样不停地干，刷出了好大一片红世界。

维琪就这样看着下面的红点不断增大。到后来，她的整个视野只能容纳涂着漆面的一部分。随着漆点的变大，它的边缘看着就越来越像是直的线条。

这只小蚂蚁还在干着这一工作，而且还在自哼自唱："来刷这个点，来刷这个点；刷就刷红漆，刷就刷红漆；刷完还要刷……"

维琪看得相当起劲，同时也可怜起这只蚂蚁来。她对自己说道：**瞧这个可怜虫，它难道不知道，这个世界是无穷大的吗？它刷的这个红点，是永远也不会涂刷完的呀**！但她并没有说出声来——而且即使说出声来了，看它干得如此投入，也未必能够听见。看呀看的，怪事出现了。这只蚂蚁



出现在一个白色圆形里，一圈又一圈地由外向里刷起来。它把自己**刷进**一片红中的一个缩小的白圈**里面**了。

这事儿可是干得太蠢了。

可这只蚂蚁还在不停地干着，干到后来，它的四周完全都是一片红漆，只在脚那里还剩一点点白色，比它自己的身子还小些，弄得它只好踮起脚尖走路（其实蚂蚁是没有脚趾的，因此也就不可能有脚尖一说，这里只是一种比喻的说法）。蚂蚁将漆桶和漆刷都放了下来，自吟自唱的小曲也变了词句:“这点漆好了，这点漆好了；应该歇歇了，应该歇歇了；等漆干干罗，等漆干干罗；这点漆好了，这点漆好了；应该歇歇了，应该歇歇了……”过了一会儿，油漆**真地**干了。

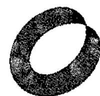
这时，蚂蚁又重新拿起了漆桶和漆刷，开始顺着小白点的边缘刷起漆来，并且一边刷一边唱:“来刷这个点，来刷这个点；刷就刷白漆，刷就刷白漆；刷完还要刷……”就这样，这个白点不断增大，越来越大。到后来，她的整个视野只能容纳涂着漆面的一部分。随着漆点的变大，它的边缘看着就越来越像是直的线条……

她正打算问问路路蹦这是怎么一回事，就从梦中醒来了，然后也就忘记问了——要去的地方太多了，要干的事情也太多了……

第二天夜里，维琪做了另外一个梦，这回做的是个噩梦。她梦见**自己**成了一只蚂蚁，而且是在三维世界里。她握着一只红球，拎着一只漆桶，还用一只前足（要知道，蚂蚁长有六只脚）握着一柄漆刷。她也唱着这样一只小曲:“刷上这只球，刷上这只球；刷就刷红漆，刷就刷红漆；刷完还要刷；刷上这只球，刷上这只球；刷就刷红漆，刷就刷红漆；刷完还要刷……”她一边唱着，一边一层接一层地刷个不停。漆液十分稠厚，红球不断变大。大到后来，维琪只能看到它的一小部分了。它变得越大，球面就显得越平。

维琪就这样不歇气地刷，也不住声地自哼自唱:“刷上这只球，刷上这只球；刷就刷红漆，刷就刷红漆；刷完还要刷……”

刷着刷着……怪事出现了。维琪发现自己是在一个球形小洞里，一路走一路刷漆。她将自己刷进了球**中**的一个不断缩小的洞眼**里面**。



她被堵住无处可走了！

就在这时，维琪从梦中醒来了，浑身冷汗淋淋。

这一次，她没有忘记，跟路路蹦一五一十地讲起了这两个梦。

“你这是梦到自己在一个三维超球面的内部。”路路蹦说。

“你是说，这个梦做得有些道理，是吗？我还以为，我的脑子胡诌出了一堆破烂呢！”

“才不是呢。怪异的梦境是使用太虚感传器导致的副作用。这是常有的事情，完全是合理的。”

“梦里的环境非常像是在三维世界里。”

“没错，三维超球面就是三维世界里的东西，而且要是足够大的话，它本身就是三维世界。不少家伙就是这样，刷着刷着漆，进去就出不来了。说来也许难以置信，有许多人是靠风镐打洞救出来的哩。”

“我说老蹦哥，什么是三维超球面呀？梦里发生的是什么事啊？”

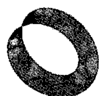
“维琪，我看还是这样解释比较清楚。有关多维空间的数学知识，是以对低维空间的情况进行归纳为基础总结出来的。例如，在你们二维国、也就是在二维空间，每一个点的位置都可以通过两个坐标得到确定。而在三维世界里，每个点的位置都可以通过三个坐标得到确定。因此，四维空间里的一个点，就应当对应着由四个坐标所形成的一组数。至于 n 维空间中的一个点，就应当对应着 n 个坐标形成的一套数。所以，对于 n 维空间本身，也不妨将其设想成所有这一套套坐标的集合。”

“空间当真就是一套套的数字吗？”

“数学家并不关心事物的**真实**状况。他们想要做的，就是从自己能够做到的事情中，找出行之有效的方法来。”

“原来如此。”

“所以，他们就是通过这样的思路，通过大脑的归纳，得出了 n 维空间中诸如距离和角度等内容的计算公式。一涉及归纳，就要靠想象行事了。存在于二维和三维世界中的有意义的几何形体，大多数都可以直截了



当地以类推的方式进入 n 维空间。而求出有关公式的做法，就是先针对熟悉的形体，利用有关坐标的代数学知识，得出二维和三维世界中的公式，再以看上去最明显合理的方式扩展到 n 维空间中去。

"平面中的圆圈或者三维空间中的球面，就是指针对一个选定的中心点而言，有一定距离的所有的点。这一概念也同样适用于 n 维空间。在 n 维空间中，距一个选定点的距离为某一确定值的所有的点的集合，就形成了一个（$n-1$）维超球面。"

"怎么这里得减去个 1 呢？"

"对了，将维数减去 1，从 n 变为 $n-1$，是因为……是因为这样才说得通。你看，二维空间里的圆圈是条曲线，而曲线是一维的；三维空间里的球面则有两个维度。如果不减这个 1，那它就是实心的，这种情况我们称之为球体——n 维空间中的实心球就叫 n 维球体。就以地球体为例，地球体这个实心球就是三维球体，而它的表面则是二维球面。这么抠字眼似乎有些乏味，不过一旦弄清楚了，就怎么说都顺溜了。你尽管大提特提什么十一维空间中的一个九维圆锥，锥底是个四维球面，母线轴则是五维平面……或者诸如此类的形体。"

"可是……你刚才告诉我，我是被堵在三维超球面的里头了？"

"没错。你的第一个梦里的那只蚂蚁，其实是呆在一个非常大的二维球面内。它是从北极那里开始刷漆的，刷呀刷的，就刷到了赤道。这时候，红漆的边缘看着是很接近直线的，但它其实是个巨大的圆圈，只是由于你距它太近了，因此分辨不出来。再后来，当蚂蚁再从赤道向南干时，就把自己封在南极附近的一个越缩越小的圆圈里面了。所以，它就等到红漆干透了，然后又开始用白漆一路向北刷过去。真是只勤快的蚂蚁哟！"

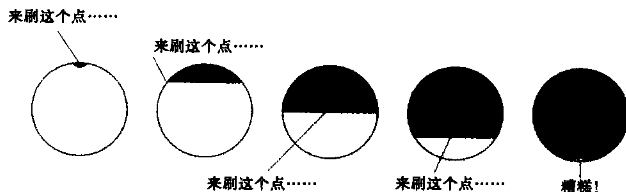
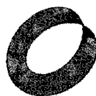


图 4－3



“你的第二个梦境，就是将二维球面的情况类推到三维环境之中，也就是前面说的三维超球面。你的那个小球就代表着‘北极’。你一路刷，小球就一路变大，后来就充满了整个北半三维超球面，来到了赤道处。在此之后，你又接着刷了下去，结果自然是将自己逼进一个不断缩小的、以‘南极’为中心的三维小球内啦！”

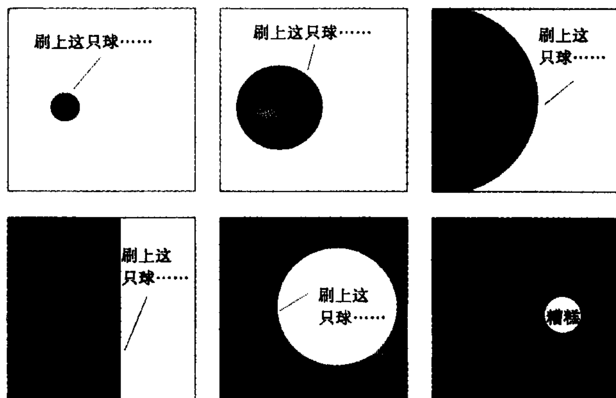


图 4－4

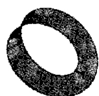
“这一套高维几何的内容实在乱乎。”维琪说，“不过倒也自有其内在的逻辑性，是吧？”

“那是当然的。一旦你习惯了高维几何所用的语言后，就会认识到这里面可有道理啦！自然，每当你有所怀疑时，总是能通过代数知识进行查验，看看是不是有道理。”

“说真格的，我所担心怀疑的，其实完全是两码事，”维琪说，“告诉我，高维几何的这个那个的，到底能不能派用场？也许这套东西，无非是让你动动脑子开开心，当游戏玩一玩而已？”

路路蹦的笑嘴这次可是咧得空前了。他一定是又对太虚感传器有所动作了，因为周围的一切突然陷入一片黑暗中。

“唰——”维琪感觉到有什么东西从自己的耳边掠过。她赶快将身子



一低。只见那个东西在空中留下了一道白光，仿佛流星划过天际一般。过了一会儿，又有这样的一道流光从身边擦过。接着又是一道。当维琪的眼睛适应了昏黑的环境后，就看出周围尽是这样的亮光。

“咱们这是在哪儿呀?”

“在信息高速公路上呢。”路路蹦回答。

“这些刷刷响的是什么东西?”

“让我看一看，”路路蹦掏出一个像是盒子的东西，把它举到了空中。当空中又出现了一道白光时，它的轨迹便突然拐了一个急弯，嗞嗞响着落进了盒子。“逮着啦!”路路蹦得意地叫着“咱们来瞅瞅是个什么吧!”

盒子的一端有个小窗口。透过它，维琪看到盒里面有红色的字母从眼前顺序掠过：

Mrs Smoggrimble, HI. Thanks for your e-mail of 14 January. We have consulted our files and regret to inform you that we can find no record of any payment for the crate of poodle dye that was delivered to you. Unless the invoice is settled in full within 30 days we will HAVE TO SUE. ☺

“这是怎么一说呀?”

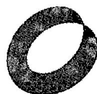
“这是一封地球体上用英文发出的电子邮件，内容是这样的：‘斯莫金伯太太：感谢1月14日所发电邮。经查证，本公司已向府上发出一箱狗毛染色膏，然未收到货款。请务于30日内全部付讫，否则我方将诉诸法庭。☺’——看来，这位斯莫金伯太太说自己付了狗毛染色膏的钱了，而另一方却说并未……”

“这我能看得出来。我的意思是说，这跟光呀声的有什么关系呢?”

路路蹦一面蹦得挺花哨地，一面又说：“这个呀，这个就是那个又发光又出声的东西呀!”

“那些刷刷奔跑的发光东西，居然是由字符组成的吗?”

“这些奔跑的光，其实就是信息。你不妨将它们看成是传得很迅速的信息，就像是一帮快嘴快舌的二手车推销员。”



“老蹦哥，在我们二维国里，也有电子邮件这种东西。”维琪以不足为奇的语气说，“我想问你的是多维空间里怎么使用这种服务？你没有具体回答我，只是给我看了一封电子邮件。你最好还是切题一点。”

“我是切题的呀！跟你说，维琪，可以将信息设想为多维空间中的一系列点。现代化的数字式通信技术，是用 0 和 1 两个数字对信息进行编码的。就以对英文构成的刚才那一信息的编码为例。它的前两字母是 M 和 R，而 M 的编码是 10010，R 是 11100。因此，全部信息就是一串二进制数字，而且是以 10010 和 11100 开始的。我们不妨只看这前 10 个数字。你可以将它们看成 10 维空间中的一个点，而每个维的坐标都只有 0 和 1 两个。第一个坐标决定第一个数字，第二个坐标决定第二个数字，如此等等。

“可是，信息在传输过程中会受到干扰，这就会造成错误。比如说，前面那个信息在向外发送时，前 10 个数字本是 1001011100，但在送到时却成了 1001010100，即第 7 个数字从 1 变成了 0。如果有许多数字都出了错，原来的信息就可能变成了这个样子：

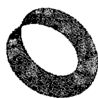
“Mr Snogthimble, oi. Thinks fur you re-mail of 174th canary. We have insulted your flies and piglet to infoom you that ? XX * * ?? grind on reword any playmate for the cart of noodle eyes that was undelivered you. Unload the thin ice is speckled in fool within 03 dogs we well. Love to Sue. ☹

“结果读来就会是这样的：‘斯诺辛伯太大，感性 1 略 74 日所发电猴。经炒作，本公子已向堵上发出一江镐毛染色蜜，然未捎到货坑。请不于 03 日内全不负荆，否则我番将入住法庭。☹’① ——莫名其妙喽！”

维琪笑了起来：“这我也明白。那又该怎么办呢？想法排除干扰？”

“不。一般来说，这是无法做到的。不过，咱们另有高招：一是使用

① 这段收到的电邮是根据与原电邮译文发音或者字形相近的歪曲结果意译的，并不是根据收到电文的英文译出。——译者



检错码，一是使用纠错码。”

“如果看不懂收到的信息，又怎么发现其中的错误呢?”

“维琪，看不懂就可能是出了错误啰。不过呢，检错和纠错的概念可比这个判断标准高明。比方说，如果在发出的数码信息串中，将每个 0 换成 00，每个 1 换成 11，就能够发现（但无法纠正）独发性的错误。对于信息 110100 来说，这样换过后就会成为 111100110000。如果收到时变成了 111000110000、即在第二对数字中出了一个错误，就能够将它发现——因为数组‘10’是绝对不应当出现的。”

“是啊，我明白了。可是，对于这个‘10’，咱们看不出来它本来是‘00’还是‘11’，是吧?”

“我正要说这一点呢。如果将 0 都变成 000、而 1 都变成 111 的话，所有的独发性错误就不但能被发现，还能得到纠正。比方说，收到的数字串是 111000101111。你说，原来没有出错的数字串应当是什么?”

“嗯……应当是 111000111111。容易得很！不过，这同将信息理解为多维空间中的点又有什么关系呢?”

“啊，要说明这一点，咱们得去信息高速公路一趟，看看它的一个小角落。但愿你在那里不至于觉得犯难。”

在太虚感传器重新启动后，世界又变了样子。在维琪看来，这个新世界就只有四个点。

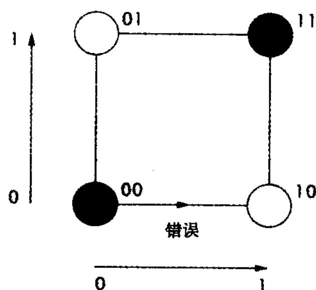
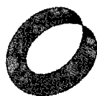


图 4－5

“欢迎来到双位区。”路路蹦这样表示。



“这里是个区吗?”维琪发问。

“没错。我得承认，这个区不够兴旺，可这是有原因的。咱们这是在数字空间里。这个空间只有为数不多的几个点，但远为重要的是，这里存在着一类**度规**——一种确定**距离**的规定。在这个空间中，每个白点与每个黑点间都相隔一个单位远，而每个点与另外任何一个同一颜色的点之间，都相隔**两个**单位远。”

维琪忙问:“你是不是说相隔$\sqrt{2}$个单位远吧？对一个正方形来说，对角线的长度，不就是——”

“啊哈，要是在二维国，距离会是你说的这个数值。可双位区里不是这样。这里不存在对角线一说。要走就得沿着边棱走。”

“明白了。”

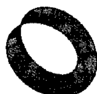
“我刚才提到了检错码，这种码的精要所在就是双位区。想象一下信息码中的一个双数字组——00、11、01或者10，前两个是有效的，后两个是无效的。设想有两根坐标轴，分别对应着字组中的第一和第二个数字，这样，字组中的各种可能就是该坐标系内的点。这一双位区的几何体系就此便形成了。有效数字组00和11位于正方形相对的两个角上，它们之间的距离是**两个**单位。任何独发性的错误都只会将距离改变**一个**单位，即来到另外的两个角上，而这两个角是无效的。”

“嘿，我明白了。既然有效数字组和无效数字组是相间排布的，一旦出了错误，就很容易看出来了。”

“是这样的，但不应当发生同一数字组中出现两个错误的情况。不过，在这种双位区中，每个无效数字组都邻靠着两个有效数字组，这意味着一个数字组可能犯两种不同的错误。正因为如此，它们只包括**检错**码，而没有**纠错**码。”

“清楚了。那么，对于错误，又该如何用数字码进行纠正呢?”

“想要搞成纠错码，最容易想到的方法，就是将环境从双位区移入叁位域。在将数字组改为三位——以000表示0、以111表示1后，整个数字组就会存在于一个有限三维空间中的一个‘立方体’的各个顶



点上。这时，任何一个独发性的错误，都会造成距离改变一个单位；不但如此，任何一个无效的数字组，都只可能邻近一个有效的数字组。”

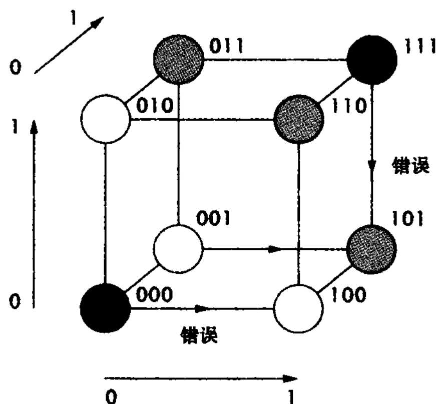


图 4－6

2099 年亥月 5 日，周丁

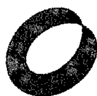
我亲爱的日记：

你可能会认为，只包含着有限个独立点的空间，会是个极为单调无聊的所在。

根本不是这样的。如果这种空间是多维的，就更不会如此了。最妙不可言的是，倘若没有这种空间，就根本不会有因特线的出现。这是因为，如果没有它，从电脑中发出的和向电脑发去的每条消息，都会因为噪声的存在而错得面目全非。听听这个词：“面目全非”，多形象啊！

据路路蹦说，电子通信之所以成为现实，就是因为有了汉明度规。这个字眼，我还是第一次听说，一开始竟以为是给演员的表演打分的某种标准呢①！后经路路蹦的解释我才知道，这是一门将编码理论转变成为几何知识的简单而又优美的学问。

① 汉明的英文为 Hamming，除了是一姓氏外，在用做普通的单词 hamming 时，又有“夸张、做作”之意，往往用来形容演技不高的演员，故有此一说。——译者



要知道，在地球体上（还记得吧，前面已经说明了我们必然会不时提到这个地方的理由）有一个名叫理查·汉明[①]的人，有关信息编码检错和纠错，就是他在1947年所做的开创性研究。根据他提出的独特的代数思想，长度为 n 的代码字正对应着一个 n 维立方体——n 维空间中的超立方体——的各个顶点。一次错误对应着沿着这一 n 维立方体走出一条棱，双重错误对应着接连走过两条棱，如此等等。

汉明度规是指两个代码字间的**距离**，也就是将一个代码字变为另一个时，需要经过多少次单一数字码的改变。事实上，它正相当于沿着有关**超立方体的边棱**移动的最短路径。每条边棱的长度为一个单位，而在汉明度规中，正方形的对角间的距离是两个单位，而不是二维国环境中的 $\sqrt{2}$ 个单位……

记住，对于汉明超立方体，是不存在对角距离一说的！

现在该说到最出色的内容了。在汉明度规中，相距两个单位的代码字可以发现一个错误，但是不能纠正它；相距三个单位的代码字可以纠正一个错误或者发现两个错误而不能纠正它们，以此类推。

理查·汉明和在他之后接着进行研究的数学家，发现了许许多多有用的编码方法。这些方法对数字的其它领域也有所贡献。圆球堆码问题就是其中的一个，OK？前面提到过的开普勒，还有他对雪花为什么有六个角的研究，都还记得吧！不少科学上的问题，如晶体结构等，到头来都可以归结为如何在二维空间内有效放置圆片，以及如何在三维空间内有效堆码圆球的问题。如今，这个问题就成了 n 维空间内的同类内容，所得结果，可以在数论上得到应用。1965年，一个地球人约翰·李奇[②]根据另外一个地球人马塞耳·高雷[③]提出的观念进

① 指美国数学家理查·威斯利·汉明（Richard Wesley Hamming，1915～1998）。——译者

② 指英国数学家约翰·李奇（John Leech，1926～1992）。——译者

③ 指瑞士-美国数学家、物理学家与信息论专家马塞耳·高雷（Marcel J. E. Golay，1902～1989）。——译者

行了深入研究，结果发现了在24维空间内有效堆码23维球面的方法。这一方法可谓后无来者，至今还没有谁能够超越——事实上，他的方法真是太有效了，以至于最后导致了24维空间内求解触吻问题的解答。

行啦，我的嘎子日记，别跟我挤眉弄眼了。我说的触吻，**根本**就不是生活中的那种事。

所谓触吻问题，就是求解能够同一个给定的超球面同时擦上（这就是“触吻”，明白啦?），但彼此并不重叠的超球面的最多可能个数。对于这类问题，地球人已经知道了五种情况下的答案，就是一维、二维、三维、八维，还有一个令闻者叹服的24维。他们是怎么**捣鼓**这些看不见摸不到的东西的呢？实在是不好说哟。有不少地球人数学家认为，这个数最大会是196560，但是不能肯定——他们的证明都太间接了。最后是约翰·李奇发现的堆码方法，也给出了同一个结果，24维触吻问题便就此解决。（对了，对应于一维、二维、三维和八维这四种情况的触吻数，分别是2、6、12和240。）

路路蹦好像是打了一个盹儿。因为当他醒来时，维琪正在数数。

“十九万六千五百五十一……十九万六千五百五十二……十九万六千五百五十三……十九万六千五百五十四……”

“我说维琪，你这是……”

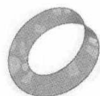
“别打岔！十九万六千五百……五百……嗯……那个……接不上了！”

“你犯不着这么辛辛苦苦地一个个数，”路路蹦说，“地球人早就算出来了。他们的答案肯定是对的——196560。”

“我就是打算操作操作太虚感传器。你看，有了这台东西，数宇里的一切都变得**太**容易了。”

“数数时接不上的情况可不算在内哟。”

“得了吧。我刚才是逗你玩儿呢。我是从看你快要醒了的时候，才开



始从 196540 数起的。不过我倒是想知道，没有太虚感传器，怎么能够想象得出多维空间的情况呢？就以地球人为例，他们是如何进行这一想象的呢？他们有太虚感传器吗？”

“目前还没有，不过正在搞，已经弄出了太实感传器了，这就离太虚感传器不太远了。”

“可是，这个地球人约翰·李奇，他的这些结果……我是说，他肯定是不可能……”

“是的，他不可能靠着太虚感传器一类东西，轻而易举地想象出你所看到的结果。他的结果是靠思维得出的。他大概是具有一种所谓 n 维视感。我不知道他是如何思维的，也许是通过大量的代数过程，但是以几何方式反映出来的罢。地球人倒是还教会了我几手，虽说简单，不比二维和三维的类比难多少，却在许多地方相当有用。

“咱们来……有了，来想想你老祖的时代好了。在他那个时代，肯定是还没有太虚感传器的。如果这位阿尔伯特·方方老先生在二维国里好好呆着时，突然想要‘摹想’一下实心圆球的样子，他得怎样做呢？”

“你看，他在自己的讲述中，提到了一位从二维国平面垂直穿过的圆球公。他所看到的，是这个圆球的一系列截面。”

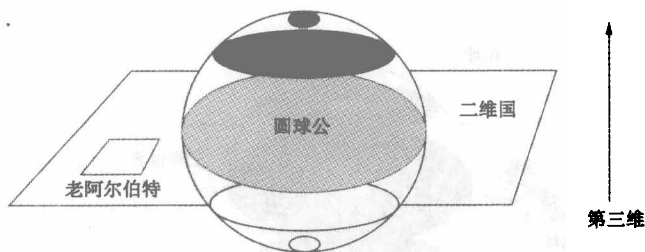


图 4－7

“对了！他起先是看到了一个点，然后这个点又长成了一个圆；圆又不断胀大，直到长成为球面的赤道面为止；在此之后，圆又不断缩小，缩小到成了一个点就消失了。”



“当然，应当知道，阿尔伯特老祖只是从边上看这些圆的，因此，他看到的其实是明暗程度不同的线段。不过，他的视觉感官可以将这样的图像归结为一个圆面。”

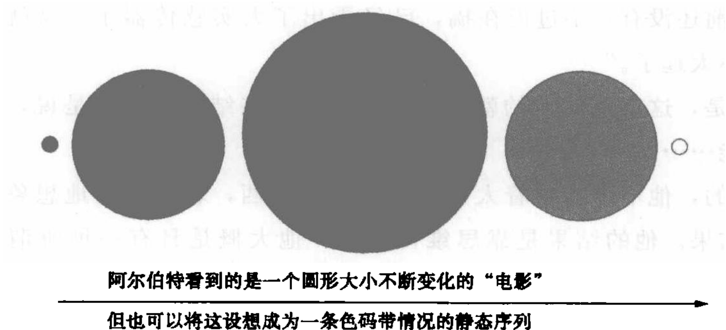


图 4－8

“如果不太拘泥于词义的话，我们也可以用类比的方式，认为地球人也可以‘看见’四维超球——在四维空间内的三维超球‘面’：先是看见一个点，然后这个点又长成了一个三维圆球；圆球又不断胀大，直到这个圆球就是四维超球体的赤道‘面’为止。在此之后，圆球又不断缩小，缩小到成为一个点后消失。”

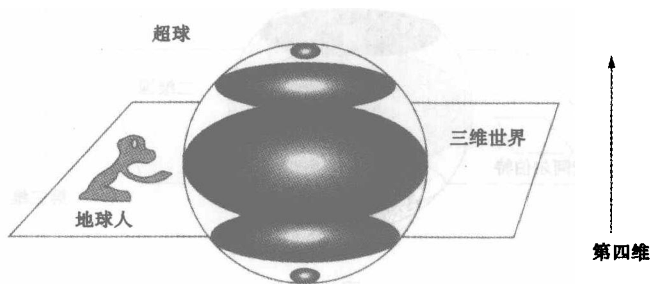


图 4－9

“那么，对于这两种情况，都可以将额外多出来的维看做是时间吧？”

“可以这么看，维琪，可以的。”



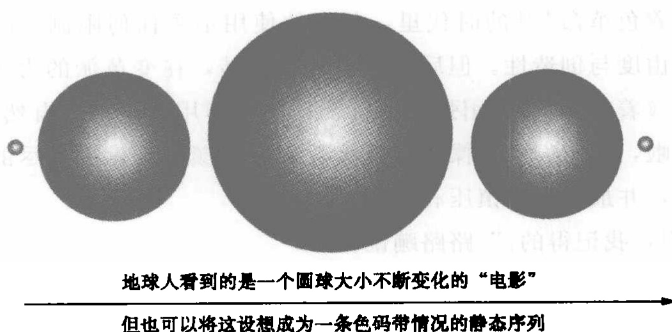


图 4－10

"你看，我的物理教师一直告诉我们说，时间是一个第三维，但不是**唯一**的第三维。"维琪急切地说，"再有，他还告诉我们，**真正意义上的**第三维是不存在的。靠着这台太虚感传器，我知道他说的这一点是错误的了。不过——"

"不过，将时间视为额外的维度固然可以，但问题是时间有它自己的特点。我见到过时间先生，他的确与众不同。尽管很招好感，但却**只进不退**。时间永远只沿着一个方向行进，那就是进入将来。想要用时间来充当完全合适的第四个维，就得请来赫伯特·乔治·威尔斯[1]笔下的那位时间旅行者才行。

"地球人还弄出了另外一种想象第四维的名堂，这就是利用**色彩**。设想这个第四维是一条有着不同颜色的带子，比如说，一端是红，另一端为蓝，所有其他色彩都包含在内。这样的带子叫做色码带。"

"这有什么好处呀?"

使用色彩的优点，在于这样不会造成同任何特定物理量——如时间等——有关联的感觉。今天的地球人，已经十分习惯了用色码表示**任何**一种量的做法。

维琪颇有同感:"在二维国也是这样的。当然也跟时代有关。在'夺目

---

① 即英国科幻小说家 H·G·威尔斯（Herbert George Wells，1866～1946)。——译者

师’和‘着色革命’①的时代里，色彩的使用不受任何限制，因此表现出极大的自由度与创造性。但后来却出现了逆转，在变革派的力主下，通过了可憎的《着色议案》，用强力推行统一的色彩用法，结果自然十分糟糕。想一想好啦，规定妇女和操神职者涂敷相近的颜色！无穷无尽的混乱便由此产生了，并最终导致镇压和屠杀。”

“是啊，我记得的。”路路蹦说。

“你记得？你如今是什么岁数？”

“在数宇的泛空间里，时间是没有意义的。所以我与年龄无关。我就是个**自在之体**。”

“噢。然而，用色彩进行美化的要求是不可能永远遭到封杀的。过了许久之后，在那场史称‘六年战争’的时期②之后，一些勇敢的年轻妇女又掀起了一场追求色彩的时尚风气。从那个时候起，我们基本就再也没有走过回头路。我有点扯远了。我的意思是，你说得对，色彩可以是表述存在的相当任意的方式。”

“我很高兴你赞同我的看法，维琪。”路路蹦说，“我刚才说到哪儿了？噢，想起来了——有了色码表示法，再要想象第四维，就不要用什么‘时间机器’了，换成思维中的一台‘印色机器’就行了。踩动想象中的踏板，就可以沿着一根一端红、另一端蓝的坐标轴前后移动起来。”

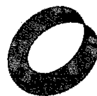
“在这根坐标轴的每一处，都可以‘看到’对应着此处色彩的四维空间中的一个三维截‘面’。根据色彩的变化，就可以设想出这些截‘面’‘叠堆起来’的情况。这些截‘面’看来是重叠的，但由于它们分别位于四维空间的不同‘层次’点，故实际并不如此。这就和两辆通过同一路口的汽车，只会在**同一时刻**上进入同一空间位置时才会相撞是一个道理。”

“这就是说……”维琪思考着，“如果阿尔伯特老祖使用一台二维国的印色机器来想象一个三维球体，就会先想出一个蓝色的小点来，这个小点

---

① 参看《神奇的二维国》，第八章“历史上的色彩热”。——译者

② 参见本书第一章“轴心帮”与“同盟帮”间的战争（第2页）。——译者



会长成一个圆片，而且不断长大，同时色彩会越来越泛红色。当圆片长到最大时，色彩会是一半蓝一半红，因此是漂亮的品红色。在此之后，它的色彩会更偏向红端，但尺寸会不断减小，在完全变红时缩成一个点，随即便消失了。"

"很正确。"

维琪突然灵机一动："老蹦哥！我刚才悟出来一个道理：地球人也能用同样的方式摹想四维球体呀！他们不妨从蓝端开始，先想象出一个蓝色的三维小球来。随即，他们踩住踏板，就向红端移动了。这时，小点就一点点变大，成了一个蓝中带紫的小圆球，而且不断变大。当它们到了正中间位置时，就会看到一个品红色的实心大球。再往红端变，圆球就开始缩小了。它越变越小，色彩也越来越红。等到它完全变红后，就蓦地消失了。"

"很好哇！咱们再看另外一个问题。大家都知道，地球人在想象绳索打了纽结的情况时会有些困难。你能不能说一说，他们怎么能借助印色机器，设想出**不用剪断的方式**而在四维空间里解开一个绳结呢？"

"这个嘛……我想是……嘿，想出来了！当地球人观看一个绳结时，看到的是一个似乎相交的缠结点。当然这不是事实——是投影造成的结果。这种看起来似乎出现的相交，会让地球人了解到结的形状。在每个'相交'处，都会有一段绳索位于下方，而另一段位于上方，我称这两种位置为'承位'和'盖位'。地球人不妨设想有一个盘成三叶形纽结的蓝色环圈。接着，他们可以再设想来到这个纽结的一个'相交'处，拿住处于盖位的一段，然后**沿着指向红端的方位**移动一小段。"

这正是路路蹦早就知道的结果，因此一面听，一面轻轻蹦跳："是的。这样一扯动，附近的其他部分也会改变色彩，变成介于红蓝之间的不同颜色，而且是连续变化的，这才反映出环圈是连成一体的。是不是？"

"没错，老蹦哥。不过，环圈的大部分仍然是蓝色的。现在，他们将带有红色的盖位段拉过承位段所在的位置。这两段**看着**是相交的，但实际并不如此，因为此时处于承位的一段**还是蓝色**的，而只有色彩完全一样的两个点位（即两个第四坐标的值），再加上完全相同的空间位置（另外三

个坐标的值)，才能真正相交在一起。拉过之后，地球人就可以松开踏板，使整个环圈都回复为蓝色。这样做的结果，就仿佛是盖位穿过了承位一样。于是，环圈的结便解开了!”

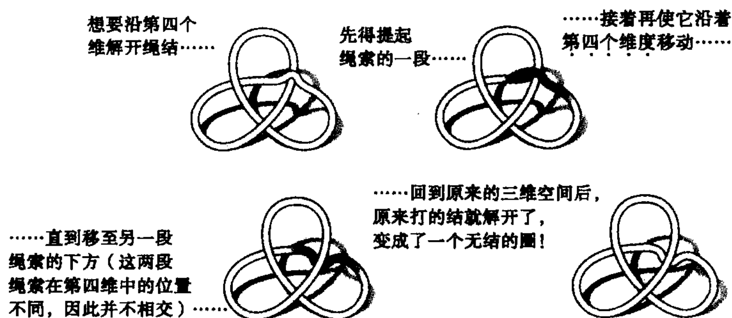


图 4-11

2099 年亥月 6 日，周戊

我的好日记：

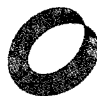
多维空间实在有趣得很，编码理论也真是有用。

可事情到此并没有结束。

路路蹦说过，太阳系也好，经济体系也好，都是可以视为多维空间的。我觉得这样的说法有些不恰当，以地球体所在的太阳系为例，它难道不是一堆在三维空间里转了又转的大石头块吗？可路路蹦说，外表往往会有欺骗性——或者不如说，外表看来固然是对的，但却又是不相干的。

按照他的说法，在地球人的那个太阳系中，不管是一个什么小东西，都需要用三个坐标来确定它的位置。这样一来，它有九大行星①，因此需要 27 个坐标。这自然是个 27 维空间啦！事实上，这里需要的

① 据 2006 年 8 月国际天文学联合大会的讨论与表决，冥王星已不再归入行星一族，因此“九大行星”已少了一个；小天体这一天体种类也已被取消，另又增加了“矮天体”和“太阳系小天体”两种新天体。但这里还是沿用了原有的分类方式。——译者



是个54维空间，因为单单有位置一类，还不足以给出这个体系的所有情况，还得知道各个行星的**速度**，而这样一来，每颗行星就还得再有三个坐标。

要是把所有的小行星也都包括进来，可就需要有成千上万个维度不可啦！路路蹦说，正因为如此，天体力学成了一门十分艰深的学科。

我一开始还以为他只是开开玩笑而已——不，他是认真这样说的。他还针对这一学科的艰深发明了一个说法：该见鬼去的维度！

瞧啊，有这么多个维度的太阳系，够可以的了吧？你看深奥不深奥？且慢，再接着听这个：经济学中存在着**几百万**个维度呢！每个维对应着一种东西的价格，比方说，第一个维是牛肉的价格，第二个维是猪肉的价格，第三个维是猫食的价格，等等。路路蹦说，这几百万个维度，使经济学成了比天体力学还要难的学问。

他的这个说法可不是开玩笑。

我的日记老友，我知道你现在在想什么。你一定在想：不假，高维几何是一种能起到重新构筑作用的优美学科，但它能不能提供实实在在的好处呢？

路路蹦对这个问题的回答是个“是”字。一个名叫乔治·丹齐克的地球人①，就是从经济学的多维性出发，提出了一个被称为“单纯形法”的不单也不纯的方法，能够用来发现使工厂生产出的多种产品实现最大综合效益的比例。采用这一方法，可以创造好多好大的利润哟！

物理空间**真的**可能有多于三个的维度吗？如果真有这样的维度，就得解决一个问题：找出安放它们的方向。可看来所有的方向都已经被占据了呀。

阿尔伯特老祖的那本书，自然就是讲这件事的。物理实在有多种

---

① 指美国数学家乔治·伯纳德·丹齐克（George Bernard Dantzig，1914～），文中提到的单纯形法（simplex method），也被称做单体法或简捷法。——译者

面目，而由感官所提供给我们的，未必就是唯一可能的一套。宇宙可能有无穷多种表现形式，而我们恰恰置身于目前所在的一种之内。因此，我们可能只是栖身于一个多维宇宙中的一个薄层之内而已。

真够绞脑汁的，是不是?

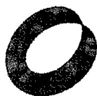
“看到现在，所有可能存在的空间，我都看过了吧?”维琪问。

“你怎么会这样想呢?”

“你看呀，老蹦哥。咱们去过的地方有零维、一维、二维、三维和四维，而且可以一直往上到不论多少维。而且对于这种增加，我也能明白是怎么个理儿了，因此没必要一个个去看了。这样一来，还有什么地方可去呢?”

“空间可并不只有维度这一个内容可看呀!”路路蹦回答，“再者说，即便只注意这一个内容，也还有好多东西可看可说啦。这里先给你开个头，一个再加一块的维度。去过吗?”

维琪瞪大眼睛看着他，好像看一个疯子：“维数怎么可能是一个维再加……”



第五章

一小块维度

“……再加一个维的一块!”维琪真是一头雾水。不过，她在说这句话时已经感觉到，自己已经习惯了的精神跳跃又将开始，太虚观察点也就要有所转移了。有时她真希望这位路路蹦不要把自己所表示的每个看法都当成一项挑战，将它批判得体无完肤，再塞给她另外一个乱了套的空间。不过，要想让这个精神十足的橘子皮颜色的小胖子听到某个问题而既不说也不做，简直是不可能的。路路蹦的讲解水平的确很高，富于戏剧性，让听者简直血脉贲张，但维琪所希望领教的，是一种比较轻松的讲解方式。

她向泛空间中属于“不可能存在”的部分张望，却什么也没有看到——既然是不可能存在，又能存在什么呢！不过，她虽然没有看到什么“一块维”，却看到了仿佛像是一片森林的东西。

“这里是分形森林。”路路蹦神气活现地宣布。

“它可真……真美呀，”维琪说。的确很美。这里有虬立的大树，也有枝叶婆娑的灌木，还有一丛一丛的蕨草。大雪正在森林上方飘落，使林中的一切都披挂了轻软晶亮的冰衣。

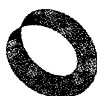
“老蹦哥，给我看这片树林，是什么意思啊?”

“我说维琪，你仔细看看那一丛蕨草。”

她扯起了一丛蕨草的叶子:“这……这就是一株蕨草嘛。当然，它样子挺好看，形状也挺复杂。可这又怎么样呢?”

“通过太虚感传器看呀，而且**凑近了**看。”

“成。我看了。沿着蕨草茎的两侧，都密密地生着叶片……每个叶片



呢，也**还是**许多排在一根更小些的茎的两侧的更小叶片。所有的蕨类都是这样的，不管是木蕨还是草蕨，是吧?”

“你再往细看。”

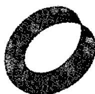
“OK……我看到了比刚才的叶片更小的叶子，排列在一根更细小的茎的两侧……再往细看嘛……明白了。这种情况是没有尽头的，是不是?”

“说对了。这种排列是永远持续的。你看到的并不是**真实的**蕨草，而是理想化的蕨草的数学模型。所有的乔木和所有的灌木，也都具有这种向小尺度进行的无穷尽重复的结构。说出来你也许会有些奇怪，雪花也有这种结构。”

维琪重新调节了一下太虚感传器。在显示框打出的背景衬托下，出现了一片光闪闪的纤弱雪花。

这是一片二维国民能够看到的雪花。维琪能够辨识出，它是由无穷无尽而且越来越小的等边三角形构成的。先是一个大等边三角形，然后沿着每条边添加一个小些的等边三角形，这就有了一个六角形。再接着……维琪又数出了沿着这六条边码放的12个更小的三角形。这一来，雪花的样子就相当好看了。再接着数，她还能在新形成的雪花边缘处，看出叠放着的更小些的三角形（不过，当她数到第五级后，眼睛就数花了，只好放弃不干）。不断调大太虚感传器的放大倍数的结果清楚地表明，三角形的这种叠放并不会到某个层次为止，越往细处看，就会看到有更多更小的三角形。雪花的边缘处是锯齿状的，而锯齿自己还由更小的锯齿组成，而锯齿的锯齿自己，也仍由更多的小锯齿组成……

这片雪花就这样在背景光的明亮衬托下缓缓下落，有如物体下坠的慢镜头动作。“就看到这里吧。”路路蹦一面说，一面不知道捣鼓了什么旋钮或者扳杆之类，就使雪花固定住了。“在这片分形森林里，几何形状是无穷重复的，维数则是些小数。比如说，这片雪花的维数**大致**是1.26186。我得承认，它并不是不多不少、正好一又四分之一。不过，如果你希望看到一个正好的，我也可以……”



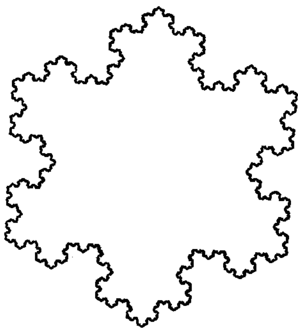


图 5-1

“打住，打住，老蹦哥！别再说了，还是往回退一退，OK?”

“怎么啦？有问题吗?”

维琪努力想要理一理混乱的思绪。她觉得，一定是太虚感传器造成了自己的精神错位。“你看，维度数不可能是小数呀！”

“这你还是跟我们这位雪花直接说说吧。海尔格①!”路路蹦一喊，太虚感传器中的那片六角形雪花就张开了一只眼睛，以探询的神色打量着他们。“打搅了，海尔格小姐。我们这儿又来了一位怀疑者。”

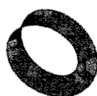
“真是命该如此哇，”这片雪花无精打采地说，“我早就该知道是这么回事。我总碰上这个。不管是张三还是李四，凡是来我们这个分形森林里逛的，早晚都要来踏我的门槛，而且还是早早就来踏的居多。”

“这是因为你天生丽质，不施粉黛而自美呀，”路路蹦说，“何况你的父母又给你取了这么一个好名字呢！”

听了这两句高帽子话，海尔格的边缘同意地翻飞起来：“你这话在理。不过我还是不胜其扰。要知道，如果不管有谁来量我一次，我都只收一分钱的话，也能让我有条件退休，找个分形小岛住下，天天在分形海滩上晒太阳啦！”

---

① 指瑞典数学家海尔格·冯·柯赫（Helge von Koch，1870～1924），这种类似雪花的典型自相似分形就是他发现的。——译者



“你当真是片**真实的**雪花吗?”维琪问道。

“不，不是的，根本不是。如果我是真雪花，怎么能去晒太阳呢?那会将我弄化的。”说到这里，海尔格停了一停，好像是在思考最好说些什么。“不过呢，我和真雪花都具有六角对称，所不同的，只是我更复杂些，而且形状**过于**规则，这就不符合真实情况了。你不妨将我看做是真正雪花的视觉代表好了。”

“路路蹦说，你有 1.26186 个维数，”维琪说，“我认为这是瞎掰。”

雪花用自己的一个角搔着一道边，说道:“我听说过，根据发现，任意瞎掰所弄成的形状，其维度数为 2.8739 左右。”她说这句话时，口气是一本正经的。“当然啦，具体的维度取值，取决于是怎么掰的，不过……”

“我不是指真的将东西撕掰一气。我的意思是说，你的**话**说得不在理。”

雪花的神色颇为不豫(但这种神情却只有训练有素者才看得出来):“我?说话不在理?你可不能这么想。我的话可句句都是至理之言。不过，**我**有两个维度，就同你们那里的许多民众一样。至于你自己，当然维度数是一啦。”

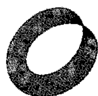
“可是……”

“啊，对了。说到维度数为 1.26186，是指我的**边缘**。你的边缘嘛，如果我没弄错的话，应当是零，一点不差的零。”她一面说着，一面数起了维琪的顶点来，“……一、二、三……唠……唠唠……唠唠唠……没错，就是**零**。”

“沿着我的边缘共有两个点。”维琪说。

“没错!点的维度数是零，任何包括有限点数在内的系统，维数都是为零的，两个点也是如此。”

“要说零维嘛，我能够理解。这本是个合乎情理的规定。如此一来，就有了这样一个顺序:立方体，三维;正方形，二维;线段，一维;点嘛，零维。可这个 1.26186 维，却能有什么意义吗?所谓某个东西的维数，是指它所指向不同**方向**的个数，也就是能够指明它的一个点的具体位置所



需数字的个数。方向有一个、两个之说，可不能说有 1.26186 个吧？你能吗？"

"当然不能，维琪。"路路蹦回答道，"不过，你应当知道数学家的禀性——喜欢没完没了地折腾。一个数学家刚刚从方向这个角度提出了维的定义，就会有别的什么家伙要改进这个定义，让它与原来完全不一样，但仍然使空间的维数是整数，同时又能用在其他地方。如果做到了这一点，数学家一般就会认为这个**新**定义是'更好'的。然而，这样一来，维就可能不是整数啦！"路路蹦说得兴起，竟连身体都膨胀了起来。"地球人就是这种脾气。数学家就是这种脾气……对此，我并不感到奇怪。说到整数个维度，说实在的，这可是……可是一个叫欧几里得的地球人所在的年代的事情了。说不定还更早些。不过，后来又出了个名叫亨利·庞加莱①的地球人，把维的定义猛推到了不能再推的程度。按照亨利·庞加莱的定义，**无论什么**古怪形状，都能具有某个整数的维度——条件就是承认维度能有无穷多个……对了，还得承认有-1 个维数。"

"**负一个维数**？"

"对不起，让你又紧张了。这只是一种规定。-1 个维数只存在于一种情况，就是对于空集而言。"

"空集是指——"

"什么都没有。如果要画一个空集出来，那就是根本不动笔。"

"我来试着说两句，看看是不是弄懂了，"维琪说，"庞家有好梨——"

"亨利·庞加莱"

"——认为，不论什么形状，都具有一个整数的维度。"

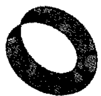
"正确。"

"可你不久前又说过，雪花小姐海尔格有 1.26186 个维。"

"不是我，是我的**边缘**。"海尔格小姐发出了抗议。

---

① 指法国大数学家、物理学家亨利·庞加莱（Jules Henri Poincaré，1854～1912），也译做彭加莱或庞加莱。——译者



“边圆也好，边方也罢，反正不是个整数。”

路路蹦以上下升降的动作表示同意。“没错。出现维数不是整数的情况，是因为又冒出了另外一个不同意亨利·庞加莱的定义的地球人——豪斯多夫-贝塞科维奇①呀。他对维数的看法很不寻常。他认为，维数多，其实并不是指方向多，而是指占有空间的方式更为有效。形象地说，就是边缘越残缺，维数就越大。因此，要是不愿意说‘维度多’，不妨换个说法，说成是‘残缺重’。当然，数学家是不愿意用后面这个说法的，因为它听起来感觉不那么好。当然，平心而论，还有另外一个原因，就是当考虑到所有的前述情况时，不管是二维平面、三维空间，还是哪怕 101 维空间，由亨利·庞加莱定义所得到的维度，同用豪斯多夫-贝塞科维奇定义所得到的结果都是**一样的**。在这种情况下，两种定义指出的都是‘方向的个数’。”

“不幸的是，”雪花说道，“这两种定义的归纳方式是不相容的。”

“没错。不过，数学家就有这么一个特点。发明出来的东西适用范围越广，数学家就越快活。如果有些东西彼此间不一致的话，找出其原因和条件，会是他们非常乐于做的事情。现在，与维数有关的名词可多啦，有标准维数、上同调维数、复维数……”

“**打住!**”维琪叫道。她随即又把声音放低了些说:“你告诉我的维数太多啦，够我消化一辈子的了。可是，你还没有解释解释，海尔格小姐怎么会有 1.26186 个维呢?”

“我还没有解释？可说呢，我还真没有解释呢。”路路蹦闪出一丝尴尬的神色。“嗯……你看，最简单的解释途径，是利用所谓相似维度。”说着，路路蹦晃了一下双角，结果居然像位魔术师似的，变出了一张正方形的卡片。他将卡片放平（记住，这是在泛空间里实现的），这一来，它看

---

① 这实际是指两名数学家：德国数学家费利克斯·豪斯多夫（Felix Hausdorff，1868～1942）和俄国-英国数学家亚伯拉罕·萨米洛维奇·贝塞科维奇（Abram Samoilovitch Besicovitch，1891～1970）。前者提出了豪斯多夫维的数学概念，后者又对其做了重大发展，故又称豪斯多夫-贝塞科维奇维。——译者



上去就仿佛是浮在空中的。路路蹦又晃了一下双角，就又变出了一叠同样的卡片。他又用身形一扇，这叠卡片就展成了扇形:“你看，维琪，要想弄成一个大些的正方形，让它是原来的两倍大，得用几个卡片呢?”

“两倍大是怎么个大法呢?”维琪问道——路路蹦的问题总是太绕乎，弄得她学会谨慎了。

“把它们一个接一个连在一起。看我弄一弄，你就明白了。”

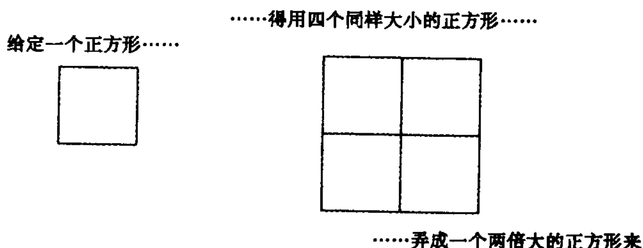


图 5－2

“成，我明白了。”维琪说。

“对于三角形也是一样的。四个同样的三角形也能弄成一个两倍大的三角形来。”

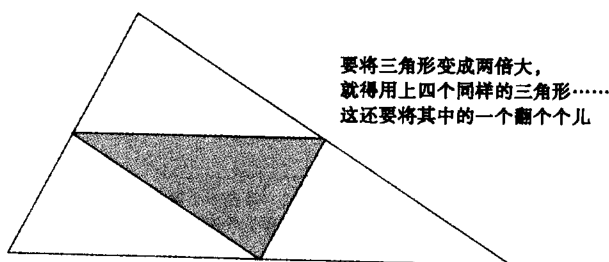


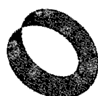
图 5－3

“没错。”

“立方体呢?”

“立方体?”

“四个立方体能不能弄成两倍大的立方体来呢?”路路蹦双角一摇，四



个一模一样的立方体就出现在维琪眼前的太虚感传器域场中了。

“这个嘛……不行。它们只能拼成正方形的板层，但它薄了些，不能成为立方体。”

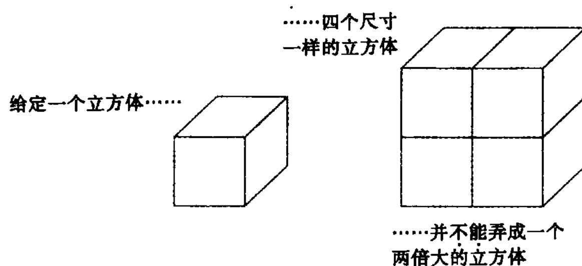


图 5－4

“你看，还得再有多少个？”

“四个！如果形成**第二个**板层，将它接在第一层的后面，就有了一个两倍大的立方体了。”

“太对了。可道理呢？”

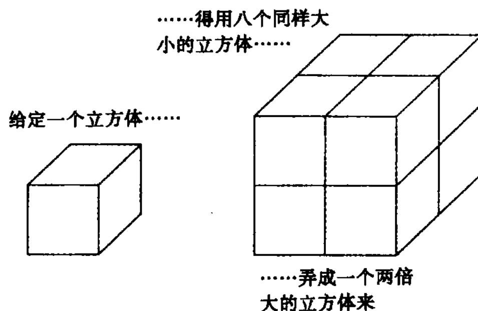
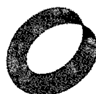


图 5－5

“你看，立方体要比正方形来得厚，所以就得用两层来加大厚度。正方形是没有厚度的，两倍的零厚度还是零，所以有一‘层’就行了。”

路路蹦做了个鬼脸：“这么说……也行，不过有更好的说法。你刚才说的‘零厚度’是什么意思呀？”



“是……是说它不厚。”

“没错。不过，它是在什么**方向**上不厚呢?”

“就是在它沿着……嘿，我明白你的意思了。立方体多了一个**维度**——这也就是我说的那个‘厚度’。正方形是没有这个维度的。”

“一点不错。立方体是三维的，而正方形是二维的，就同三角形一样。”

“是这样。”

“你看。4是2的**2次**方，而2次方是正方形；8是2的**3次**方，而3次方是立方体。所以，你看这里有什么普遍规律呢?”

“要想让尺寸加倍，所需的个数应当是2的**维数次方**。”

路路蹦高兴地咧大了嘴巴（一个很宽的“U”）:“那如果维数是1呢?”



图5-6

将两个同样的线段接到一起，就成了原线段的两倍。

“那就应当是2的1次方……结果为2。**两个**就够了。嘿，没错!”

“如果想把形状变成三倍大，又应当需要多少个呢? 给你个小提示：线段的情况需要3个，正方形的情况需要9个，立方体的情况需要27个。因此，普遍规律应当是——”

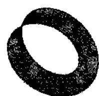
“3的维数次方。”

“好了。这样拐了一个弯之后，咱们再来看雪花的情况。”

“谢天谢地，你们居然还没有把我完全忘记。”雪花小姐海尔格嘟囔了一句。

“绝对不会忘记你，我的好朋友。请将你的一处边缘给维琪看一看。不要展示整个轮廓，那会显得太复杂了。只展示一小部分就可以了。”在雪花小姐照办后，路路蹦问维琪道:“拐来拐去的，很是好看吧?”

“真漂亮。”维琪说。这句赞扬让雪花小姐海尔格得意地泛起一片红晕。



“有趣的是，把**四段**同样的边缘这样接到一起，就会变成三倍大了。看出来了吧?”

“没错，看出来了。可那又怎么样呢?”

“维琪你说，3 的多少次方等于 4 呢?”

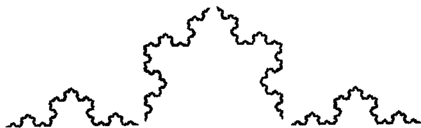


图 5-7 四段同样的弯扭边缘这样接到一起，就会变成其中一段的三倍

“嗯……这个……”维琪使劲地想了又想，发现这又是路路蹦使出的一招。“根本没有这个么数。3 的 1 次方是 3，小了点；3 的 2 次方是 9，又太大了。再往后更是越来越大。”

“那么，3 的 1.5 次方呢?”

“哪有什么非整数的……我错了。我学过的，半个乘方其实就是平方根。因此，1.5 次方就等于……等于 3 次方的平方根。对不对?”

“正确。那结果是多少呢?”

“不好意思。我的心算不怎么样。”

“OK，我来告诉你，是 5.19615——近似等于。可惜呀，这个结果——”

“还是太大。咱们要的是 4。”

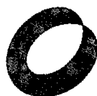
“是这样。那你看，$1\frac{1}{4}$次方能成吗?”

“嗯……那就是 5 次乘方的 4 次方根，是不是?”

“没错，结果是 3.94822。”

“相当接近了。”

“你说得对。事实上，我们还能得到更接近的结果。3 的 1.26186 次方——也就是将 3 自乘 126186 次，再取 100000 次方根，会与 4 **极为**接近。如果再取更多的小数数位，还可以更靠近 4，想多靠近都行。精确的结果



应当是 log 4 除以 log 3——log 是指对数。”

“所以你是说——”

“雪花小姐边缘的维数，很接近于 1.26186——正是我以前告诉过你的。”

有一段时间，他们俩都没有说话。最后还是维琪开了口：“这其实**算不得**是什么维度，是吧？它只是表示……表示边缘弯扭程度的一种量度而已。”

“有道理。”路路蹦说。“像雪花或者蕨草之类的复杂形状，它们的维度指的是边缘的弯扭程度，是具有小数值的，与亨利·庞加莱所说的维度不同。维数具有小数数值的形状叫做**分形**。简单说来，分形是指无论怎样再放大、也仍然会具有细部结构的形状。具体的例子可以有石块、云朵、树木、海岸，等等。当然，具体例子是只能放大到原子一级为止的。实际存在的分形只能放大**许多倍**而仍然有复杂的细部结构，数学分形则可以无限放大而永远有复杂的细节结构。

“如果将这种对弯扭程度的量度称作**分形维数**，那就比单称之为维度数更确切了。这样一来，它也就不至于同衡量方向的维数混同起来，也就不会有谁去找什么一小块方向了。”

“分形一准是十分少见的，”维琪说。

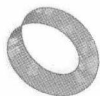
“你为什么这么认为呢?”路路蹦问。

“因为一直得有细节形状啊。要求太高了吧?”

“说来有趣的是，”路路蹦说，“实际情况恰恰相反！几乎所有的数学形状都是分形。维数为整数的形状倒难得一见。你不妨这样设想：在所有的数中——是所有的数，并不限于整数，随便点一个，**正好**点中整数的可能性也是很低的。在所有的数中，还是有小数尾巴的占大多数哇。”

“是这么回事，但我不曾这样想过。即便这样说，能不能告诉我，还存在着别的什么样的分形呢?”

“我相信，雪花小姐会给我们引见她在分形森林中的一些朋友。”



“乐于效劳。”雪花小姐海尔格说，“他们通常不是栖身在树叶间，就是置身于树根处……瞧，这儿就有一位，是同我关系非常密切的朋友。他也同我一样，是以三角形为根本的。”她说的这个分形就是谢尔宾斯基·杉角君①——一个三角形，上面开着三角形的洞眼，开出洞眼后余下的部分还是三角形，上面还有三角形的洞眼……她又介绍了谢尔宾斯基·芳坦女士②——她的情况很接近杉角先生，只是将三角形一律换成了正方形。雪花小姐又在一通好找后，向他们引见了门格尔·海缅先生③——一位吸引注意力的角色，有些像是芳坦女士，但形状是立方体。

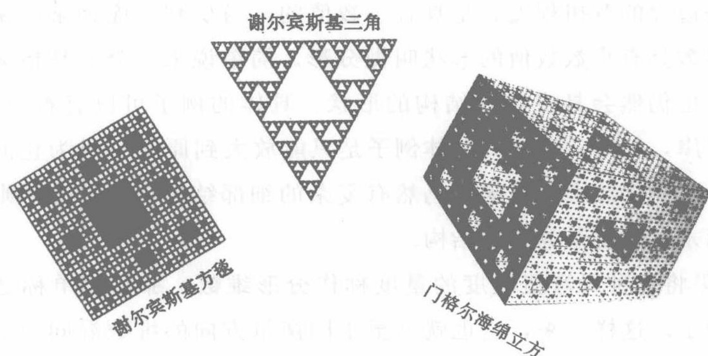


图 5-8

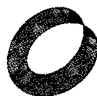
“这些分形都是所谓**自相似**的，”路路蹦解释说，“它们都像蕨草一样，是由跟它们自己一样的许多小拷贝构成的。正因为这样，要确定它们的分形维数并不难。你自己弄弄看！”

“嗯……谢尔宾斯基·杉角是由三个小拷贝构成的，每个小拷贝的尺

① 这一拟人化处理，系指谢尔宾斯基三角，是很有代表性的平面分形图形，由波兰数学家瓦茨瓦夫·谢尔宾斯基（Wacław Sierpiński，1882～1969）提出。——译者

② 仍为拟人化处理，系指谢尔宾斯基方毯，也是以瓦茨瓦夫·谢尔宾斯基的姓氏命名的。——译者

③ 亦为拟人化处理，系指门格尔海绵立方，是很有代表性的立体分形图形，由奥地利-美国数学家卡尔·门格尔（Karl Menger，1902～1985）提出。——译者



寸都是一半大，对不?”

“正确。因此，它的分形维数就是 log 3/log 2 = 1.5850。至于谢尔宾斯基·芳坦嘛，它是由八个小拷贝构成的，每个的大小都是整体的三分之一——”

“——故其分形维数为 log 8/log 3 = 1.8928。我自己也会算了呀！多亏了我的‘随便放’中带着电子计算器来着!”

“门格尔·海缅立方则是用 20 个小拷贝搭成的，每个小拷贝都是大的三分之一。于是乎，它的分形维数就应当是 log 20/log 3 = 2.7268。”

“这些数字的意思我也看出来了：分形维数越大，看着就越‘厚实’。”

“一般说来情况是对的，分形维数这个名目的得来，也正是由于有这种直观意义的缘故。”

维琪目送着海尔格小姐、杉角君、芳坦女士和海缅先生渐渐走远，最后消失在分形森林茫茫的弯扭林海中。“所有的分形都是自相似的吧?”

“才不是呢，”路路蹦回答说，“自相似的分形是最容易弄懂的一类。此外还有好多种哩！它们也都有分形维数，而且通常也不是整数，不过计算起来可绝对不易了。”

“要想找到在**所有的**尺寸上都有细节结构，同时又不是自相似的，一定是很难很难的吧?”维琪问，“我简直不知道如何入手呢!”

路路蹦的身形扭来扭去的，一副寻找什么的样子。他看到了两株分形松树，便从它们之间的缝隙中向后面张望。

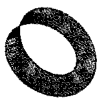
“你找什么呢?”

“回想通往二阶城的路。”

“找路干什么呀?”

“因为那里有个老兄，可以告诉你该怎样判断一个形体是不是在**所有**尺寸上都有细部结构的。”路路蹦说，“好了。我想我回忆起来了。跟我来吧!”说着，他便起劲地在树木之间急急穿行起来。

“这个老兄是谁呀?”维琪一面跟在后面跑，一面问道。



"曼德勃罗①。"

2099 年亥月 8 日，周庚

我的好日记：

我一面在分形森林的美丽环境中走动，一面听着路路蹦跟我讲这位曼德勃罗的故事。

这都是真事，有案可查的。你听好了：

据说曼德勃罗小时的名字叫姜糖饼小子②，现在的名字是长大以后改的。名字中虽有个"饼"字，其实是"饼干"。刚刚一出炉，他就跑掉了。他来到了一条河边，发现一只狐狸正在河岸打盹。

"狐狸先生帮帮我，让我越过这道河。"姜糖饼小子请求道。

"我是狐狸叫愚伯，谁有难处来找我。"这只总想占便宜、而且特别想占便宜吃白食的狐狸说，"快快跳上我的背，我来渡你泅过河。"

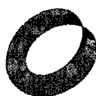
于是，姜糖饼小子就跳上了狐狸愚伯的背。当他们走了一段后，河水变深了些，狐狸的身子也就下沉了一点。这时狐狸就说了："快快跳上我的头，身子干爽不用愁。"听了这句话，姜糖饼小子便跳上了狐狸的头。可狐狸的身子又下沉了些。于是就又说了："快快跳上我鼻梁，身子没水仍干爽。"于是，姜糖饼小子又跳上了愚伯的鼻子。

随着河水越来越深，姜糖饼小子也就一跳再跳——跳到了狐狸的鼻尖，再跳到鼻尖的尖，然后又跳到鼻尖的尖的尖……狐狸最后不耐烦了，便问他说："你这么个跳法，到底得跳多久哇？你在我鼻子上跳了又跳，移动的尺寸越来越小，什么时候才能赶上吃点心呢？要是一直这么干下去，我的鼻子非得整个没到河水里不可了。"

---

① 指波兰-美国数学家兼经济学家伯诺瓦·曼德勃罗（Benoît B. Mandelbrot，1924～）。分形一词（fractal）就是他创造的。——译者

② 姜糖饼是西方常用来专给孩子们吃的一种大块甜饼干，其中含有姜汁，多做成人形。有一则民间故事，就是说一块姜糖饼想要过河又怕被浸坏，就有一只狐狸"自愿"背它过河，最后将它一步步骗进自己嘴里吃掉。故事的前一半与这里的叙述十分接近。——译者



然而，姜糖饼小子就是不断地跳啊跳的，跳到了鼻尖的尖的尖……的尖的尖的尖的尖。因为他知道，反正狐狸是不肯把整个鼻子都没到水里的。你大概会问了，**为什么不愿意呢**？原因嘛，我的宝贝日记，就是狐狸不愿意吃被水泡散了的饼干呀！当愚伯快到对岸时——一到对岸，就能大嘴一张，将姜糖饼小子一口吞将下去——已是不耐烦之极，就又向姜糖饼小子发问，想知道他究竟打算跳多久。

"实在是太不好意思了，愚伯先生。"姜糖饼小子回答道。"恐怕我是永远也到不了你的鼻子的顶尖处的。你看呀，在到达顶尖之前，我得先来到顶尖处的一半吧？而在来到顶尖处的一半之前，又得先来到顶尖处的四分之一处吧？可是在来到顶尖处的四分之一处之前，又得先来到顶尖处的八分之一处吧？这样走呀走的，就连……"

不过，狐狸愚伯听过这段推证，便狠狠地说了："我说臭小子，你可听好了，我可是在数字里混过不少地方的，你说的这个芝诺佯谬，我也是听说过的。我连一个字也不相信。就从现在的情况说起吧。你**现在已经**走过了我的整个鼻梁的十分之九了。如果你刚才的那一套说词是对的，那就连这里都根本来到不了。"

"那成啊，咱们就从这里接着说。"姜糖饼小子回答，"你看，我现在已经走过了你的整个鼻子的十分之九了。可要想到达你的鼻子顶尖处，我得先来到整个鼻子的百分之九十九的地方。你说是不是？"

"这个……嗯……是的。"愚伯接受了这一说法。

"当我又来到整个鼻子的百分之九十九的地方后，要想来到鼻子顶尖处，又得先来到整个鼻子的千分之九百九十九的地方。你说是不是？"

"这个……嗯……是的。"愚伯又接受了这个前所未闻的说法。

"这不是明摆着的嘛，我**永远**也到不到你的鼻子顶尖处。"

"这个咱们以后再说吧，"狐狸说道。这时，他们已经快到对岸了，只是愚伯一心只顾着划水，没能注意到这一点。只见姜糖饼小子快步跳到了狐狸的鼻子顶尖上，再接着一跳，就来到岸上跑开了。

“嘿！”狐狸大为光火，“你不是说没法做到这一点吗？”

“我扯了个谎，”姜糖饼小子说，“我所说的这个数列是收敛的呀！”

维琪还等着下文，其实路路蹦已经说完了。

“完了？”

“完了。”

“真是个没水平的故事！”

“要说没水平，应该是那只狐狸。其实，我讲这个故事，也就是为了打发时间，这样找起曼……他就在那儿啦！喂，曼德勃罗！”路路蹦又激动得上下蹦跳起来。

这位曼德勃罗的外形有趣得紧，像是从后面看到的一只坐着的猫咪，又像是一株仙人掌。

维琪越往细处看，就越觉得曼德勃罗的形状复杂。

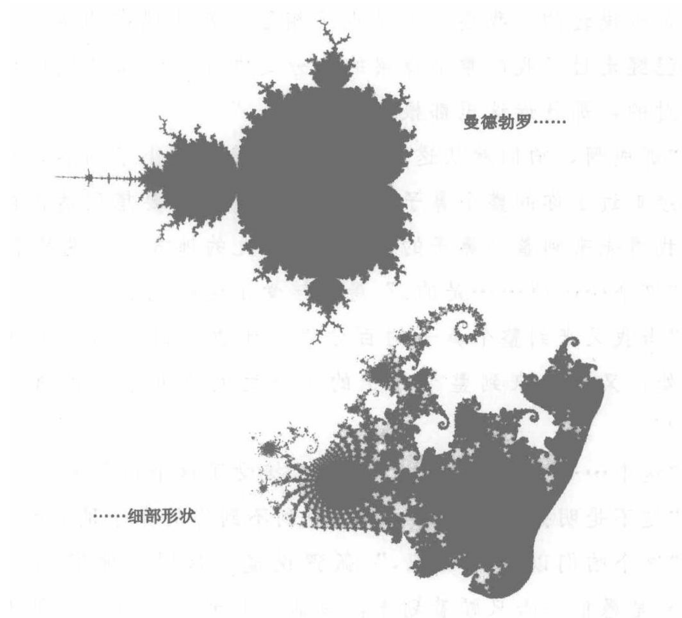
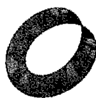


图 5－9



“他是个分形吗?”

“如假包换，而且还是最好的一种。不过他不是——我早猜着你要问什么了，他不是自相似的分形。”

“为什么他长成这个样子呢?”

“他是个出租车督察，专管二阶城里的出租车辆。出租车能不能开和往哪儿开，全得听他的调度。”

“听你这么一说，我就明白得像坠入五里雾啰。”维琪表示没听懂。

“这段事儿说来话长，”路路蹦说，“不过我敢说，要比狐狸愚伯和姜糖饼小子的故事好听。跟我来，咱们请曼德勃罗自己来讲吧。”

“在二阶城里头哇，”曼德勃罗开始讲了，“什么都是大小方块。其实，就连这个城市本身，也就是一个标准的方格阵。”

“这个二阶城有多大?”维琪问道。

“大小嘛，要是从**外边**看，就和平均城市的大小差不多，可要是从**里面**看，它可就是无穷大的了。这个城市是个平面的，就和你的家乡一样——对了，看得出来，你是个‘小老平’。要知道，在我们分形森林里，像你这样不是分形的伙计可是不多哟。”

“你们这里有没有五边形、圆形或者类似的图形呢?”就是有这些形状，这里也和家里不一样，但多少会相近些。维琪还是想家、想朋友。她一定得设法说动路路蹦，请他设法解决通信系统的不兼容性，从而能给家里打打电话，至少也可以寄封信去……

“没有这类形状，没有。这里最主要的东西就是道路……再就是出租车。当然还有出租车司机。后两者都是点。”

“噢。”这么说，这里跟家乡一点也不像了。

“这里的道路都是直的，而且只有两种。一种是街，东西走向且编号由南向北从小到大排；另一种是路，南北走向且编号由西向东从低向高定。实际上，在二阶城里的每一个点上，都会穿过一条街和一条路。所有的街和路，形成了一个坐标网格。于是乎，如果在网格的某个交点上——比如说，在 2.4 号路和 1.7 号街交口处叫来一辆出租车，想去另外一个交

点上——比如说，5.6 号路和 3.8 号街的交口处，司机就立刻能知道自己的车得走多远。对于这个例子，那就是向东走 3.2 千米，再向北走 2.1 千米。”

“这很清楚，”维琪说，“街和路的名字本身就说明了具体位置。”

“没错。你得知道，大多数街和路的名称都很长。因此，比如说，我要去‘三点一四一五九二六五号街’和‘以 10 为底的 5 的对数号路’的交口，说起来就麻烦得很。不过，与这样起名对行路的方便相比，这只是一点小小的不便。”

“二阶城里有两条主要街道。一条是 0 号街，它还有另外一种称法，那就是实数大道。另外一条是 0 号路，也称为虚数通衢。它们的交口处，是原点火车总站的所在，也就是二阶城的中心点。出租车都要从这个原点火车总站出发，目的是要走出这个城市。”

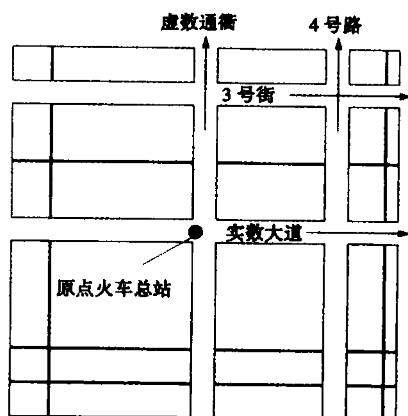


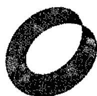
图 5 - 10

“可我记得，你说过，这座城市的里面是无穷大的吧？”

“是这样的。这是因为，要想离开它，就得走无穷多的路啊。”

“可是……”

“一会儿你坐一坐 2 + 3i 车和 − 0.1 + 1i 车，就会明白了。”



“你说的这些数是出租车的牌照号吧?”

“你挺会猜的。”

“可这些号有点怪怪的。”

“实际上很有道理,”曼德勃罗说,“每个牌照号都形如 $A+Bi$,A 和 B 各是一个数。一辆牌照号为 $A+Bi$ 的车每走一次,都只能从出发点向东走 A 这么远(如果 A 是负数,就是向西走)和向北走 B 这么远(如果 B 是负数,就是向南走)。”

“你听听我说的对不对。”维琪说,“比方说,我现在叫了一辆牌照号为 $2+3i$ 的出租车。如果我是从原点火车总站乘的车,就能到达 2 号路和 3 号街的交口处。”

“正确,”曼德勃罗回答,“如果要在那个地方接着乘这辆车,终点就是 4 号路和 6 号街的交口处。”

“OK。要再乘一段,就会来到 6 号路和 9 号街的交口处。再走一段,就会是 8 号路和 12 号街的交口处。如果还走,目的地就是 10 号路和 15 号街的交口处。以此类推。”

“一点不错,”路路蹦说,“路号每一次加 2,街号每一次加 3。”

“你听好了,”曼德勃罗又说,“当我说这些出租车要想**跑出**二阶城,得花费无穷多的时间时,意思是指它们按照一定的规则行驶,最后离开这个面积有限的地域时的情况。牌照号为 $2+3i$ 的车所走的路是不受边界限制的,所以它是**能够跑出去**的。”

“你停一停!”维琪说,“**不管哪一辆**车,最后都能跑出去呀!”

“唯一的例外是牌照号为 $0+0i$ 的一辆。它只能一直在原点火车总站呆下去。这也正是我的前任只是一个点的原因。她也因之被大家称为‘小点女士’。”

维琪没能听懂这句话,至少是觉得话里藏着什么机关。

“你看,”曼德勃罗接着讲述,“出租车督察的工作,是为二阶城绘制地图,告诉来到原点火车总站的旅客,应当乘什么出租车离开这座城市。”

“他们差不多都能离开。”维琪这样指出。

“是这样的，不过总得有谁告诉他们，不能搭乘那辆 0 + 0i 出租车呀。OK，OK，这件差事真是再容易不过了。在小点女士担当这一职务时，情况就是如此。不过这已经是历史了。小点女士做的工作，就是搞了一个系统，确定哪些车子可以跑掉，哪些车子又跑不掉。她从一辆出租车也没有标定时的二阶城地图开始。先选出一辆车，不妨设定它的牌照号为 $A + Bi$。如果这辆车最后跑掉了，就在 A 号路和 B 号街的交口处点个白点，而要是跑不掉呢，就在这一位置上点个黑点。将所有的车辆都如此这般地评定一下，结果是地图上的每个点都得到了标定，不是白的，就是黑的。有了这张图，就能看出哪些车子是不能搭乘的了。”

“按照我对你这番话的理解，在这张地图上，只有一个点会是黑色的，这个点就是原点火车总站的位置。相应车子的牌照号是 0 + 0i，是唯一一辆跑不出去的车。”

“完全正确。小点女士得到这个称呼，也就是这个缘故。”

“我挺想知道……”路路蹦有话要说。

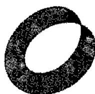
“我还有个问题呀！”维琪又抢了话头，“想从二阶城跑掉，这我没有意见。可要叫我说，大老远地从外地来到原点火车总站，在离开这个城市之前，总得逛逛街什么的吧？”

“这个嘛……”曼德勃罗似乎从来不曾考虑过这个问题，因此琢磨了一番之后才说道，“你不了解这个二阶城。”

维琪认为这句话只是个遁词，因此还是顺着自己刚才的思路继续说道：“比方说，我搭 2 + 3i 号车到了 2 号路和 3 号街的交口处，然后，我又想回到原点火车总站，这时我该怎么做呢？”

“有办法呀！离开刚才那辆车，指望牌照号为 −2 − 3i 的另外一辆车就在跟前！要是这辆车不在跟前的话，换搭 −1 − 1.5i 的车也可以，连续乘它两段就行了。发挥点主动精神嘛！”

“不可能的。”维琪表示了异议，“如果所有的车都从原点火车总站开始行驶，这两种方案都无法实现，因为它们根本就到不了 2 号路和 3 号街的交口处！”



"这倒是真的。"曼德勃罗看上去有些泄气，"刚才忘记说了，我们的出租车还能走其他路线，所以还不至于发生你说的情况。在小点女士标定好地图后，市政府看了她得到的结果后，决定要改进出租车的服务效能，以便外来游客能逗留得长久些（能干些什么呢，那只有天晓得了）。为此又增加了一条规定，允许出租车在每两次'正规'、也就是'东行 A、北行 B'的行程之间，可以——其实是必须——走另外一种行程。这就是走齐次程。这就是说，所有的出租车，都必须在走两次正规路程之间，走一次**齐次程**。"

"什么道理呢？"

"齐不齐，一二一嘛！所有的行程一律从齐次程开始，然后一段正规路程、一段齐次程的续下去。"

"可什么叫'齐次程'呢？"

"很好，这是个要紧的问题。这么说比较容易理解一些：如果在走齐次程之前，车子是在 X 号路和 Y 号街的交口处，走完后就应当来到 X^2-Y^2 号路和 $2XY$ 号街交口处，而 X^2、Y^2 和 XY，在代数上不都是齐次式吗？所以这种走法就叫齐次程①。我说，你别用责怪的眼神看着我嘛！这一规定是市政当局颁布的呀！我接着说。如果旅客搭的是一辆所谓**实数**车，也就是牌照号是形如 $X+0i$ 的车辆。这时，它先会来到实数大道与 X 路的交口处，对不对？接下来，它要走一段齐次程，于是就到了 X^2+0i 处，也就是实数大道与 X^2 号路的交口处。这就是说，在实数大道上走，变化的只是路的号数。"

"是啊。"

"**不过**请注意，X^2 永远是正数，这样一来，所有的到达点都会位于原点火车总站的**东面**。如果想去西边，又该怎么走呢？"

---

① 原文中的两种行车方式的名称分别为 square 和 round，round 兼有"圆"和"返回"两种意义，而与"圆"相对的则是"方"、即 square，而 square 又有"自乘一次"的意思，与后文的二阶齐次运算（X^2、Y^2、$2XY$）是接近的。译文中无法兼顾，故以意译方式改为齐次程和正规程。与 square 和 round 有关的文字也相应有所变动。——译者

“不知道。”

“妙就妙在这里。你看，市政当局也不是光吃干饭的。假设你选中了牌照号为 0 + 1i 的车——可以简写为 i 号车。在走完第一段路后，它的位置在虚数通衢与 1 号街的交口处。”

“为什么叫虚数通衢呢?”

“因为这条路上的每一个点，都对应着一辆牌照号为 0 + Yi 的车，就如同数学上的虚轴似的。”

“原来如此。”

“这么说吧，如果这辆 i 号车，从虚数通衢与 1 号街的交口处走一个齐次程，结果就会来到 0^2-1^2 号路和 2×0×0 号街交口，也就是实数大道同－1号路相交的地方——i 的平方等于－1。因此，实数大道上的每一处都是某个平方的结果，不只限于原点火车总站以东的一半路。”

“这可是够酷的!”维琪叫道。

“也就是这个时候，我接替了小点女士的工作。”曼德勃罗说，“告诉你，这时的工作可就难多啦！我所要做的工作，是在二阶城的地图上，标出所有从原点火车总站出发，并按先走一段齐次程、再接一段‘东 *A* 北 *B*’的正规程的规则行路的车，以确定它们能否跑出这个地方。”

“你觉得这个工作很难吗?”

“你自己想想看好啦。假设你上的是－2 + 0i 这辆车，它会带你到什么地方呢?”

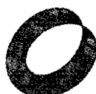
“我来算算看……出发点是原点火车总站，先走了段齐次程，结果是……还在原点火车总站?”

“是的。0^2-0^2 为 0，2×0×0 也是 0。”

“真是个蠢规定。干什么要浪费一次行程呀!”

“花去些时间呗。不妨看成是收笔登车费。”

“然后就是第一段正规行程，结果会把车开到－2 号路和 0 号街的交口处。下面要走的是一段齐次程，走完这段后，来到的将是 4 号路和 0 号街交口处。接下去又是一段正规行程……终点是 2 号路交会 0 号街的位置。



这时又该走一段齐次程了，这一来呀，嘿嘿……”

“出了问题啦?”

“车子又回到4号路同0号街交会的路口处了!”

“是这么回事。”

“于是，从这以后，它就不停地在两个路口处穿梭——一是4号路和0号街的交口，一是2号路和0号街的交口。你看是吧?”

“就是这样。”

“这就是说……它永远也跑不出二阶城?”

“一点不错。这就意味着，我得将－2号路和0号街的交点涂成黑的。可是你看，这只是标定了一辆车子。可图上的点有无穷多个呀！更何况，有许多点的情况还不好处理呢！不妨以我们最初提到过的2＋3i这辆车为例试一试，看看在有了新规定后，车辆所能到达的位置会有什么变化。”

维琪取出了自己的“随便放”，用其中的购物软件编个小程序，算出了若干步结果并列成表格。她得到的是如下的结果：

行程种类	路号	街号
上车	0	0
齐次程	0	0
正规程	2	3
齐次程	－5	12
正规程	－3	15
齐次程	－216	－90
正规程	－214	－87
齐次程	38227	37236
正规程	38229	37239
齐次程	74713320	2847219462

“看起来，这肯定是辆能跑掉的车子。”维琪说，“看刚开始的几段还不好说，可现在的数已经这么大了……”

“是大得很了，但你能下**肯定**的结论吗?”曼德勃罗担心地表示，“你



总不能没完没了地算下去呀！"

"当然能肯定！"路路蹦表示了异议。"一旦路或街的号数能变得很大，**当然**就能跑掉啦！难道你证明不出吗？"

"你看，我想过这一点的，"曼德勃罗说，"虽然过程有些复杂，但还是能够证明的。我得到的结果是，如果能够开到离原点火车总站 2 千米以外的地方——这里是指直线距离，到头来就一定能够跑掉。不过呢，有些车子开到这样的地方，用去的时间可是太多了。你们看这辆车，它是我最早遇到的属于这种情况的例子之一，它的牌照号是－0.1 ＋ 1i。"

维琪将这两个数据输入了自己的"随便放"，结果得到了如下的结果：

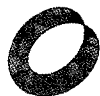
行程种类	路号	街号
上车	0	0
齐次程	0	0
正规程	－0.1	1
齐次程	－0.99	－0.2
正规程	－1.09	0.8
齐次程	0.5481	－1.744
正规程	0.4481	－0.744
齐次程	－0.352742	－0.666773
正规程	－0.452742	0.333227
齐次程	0.0939353	－0.301732

看了这些结果，维琪说道："**叫我说**，这辆车子怕是跑不掉的。这些数都是挺小的……看来都在离原点火车总站 2 千米的范围之内。"说到这里，她又口气一转："可是呢，它们又不是那种来回反复的结果，这使我有些拿不准。尽管如此，我觉得它还是永远跑不脱的。"

"**错罗！**"曼德勃罗得意地喊了起来，"再接着往下算嘛！"

"没有什么大变化呀……不，等一等……**现在**，这些数可变得相当大了……现在更是大得厉害了。所以，它是能够跑掉的。"

"你现在能够认识到，要给地图上的每个点标定颜色，该有多么不容



易了吧！”曼德勃罗说道，“有时候，情况要比刚才这个还糟得多哩！事实上……”说到这里，他压低了一下嗓门。“……对于某些点，要想算出最后的结果来，需要的计算时间会长过宇宙的寿命呢！”

“你指哪一个宇宙呢？”

“随便哪一个宇宙。任你挑，随你选，再延长时间也成。实话告诉你，要算出随便某个点究竟是黑的还是白的，从算法角度是**无从确定**的。”

“这就是说，靠电脑程序是无法保证能有结果的。”路路蹦这样帮了一句腔。

“这一来，你的工作可就巨难了吧？”维琪问道。

“‘巨难’就够了？不是巨难，是没戏！于是我就……我就**造假**了。你可别说出去呀！我发现了一条经验规则，能用来得出不错的近似结果。于是就用它来标定地图了。我就看一辆车子跑前100趟的情况。如果在任何一段之后，车子能位于离原点火车总站远于2千米的地方，在对应着这辆车的地图点位上，肯定就可以涂上白色。**其他的地方就都涂上黑色**好了。这样做的结果，是有些地方被涂错了——它们其实**最终**是能够跑掉的，但会非常之慢。不过，这样的点位只占很小的比例。这么小的比例，不值得为之刻意求得准确结果。反正就是算出来了，在这样的地图上也不会看出什么不同。”

“我觉得，你说的这种方法相当合理。”维琪表态说，“这样做很实用。”

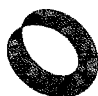
“我正是这样看的。不过，还是别去告诉我的上司，成不？如果她知道了，我可能会丢了饭碗。”

“我保证不说，一个字也不会透露。再问一句，你最后得到的标定结果是什么样子的呢？”

“就是我这个样子啊！就是我曼德勃罗的外形啊！我希望这个结果听来花哨些，就这样叫它了。”

“你这是说，你得到的地图，就有你这样的形状——古里古怪，像只猫，又像株仙人掌？”

“没错，小点女士长成一个点，就是因为她得到的就是**这个**结果。我



的形状可要复杂多了。事实上，我是一个分形，或者准确地说，我的**边缘**是个分形。你仔细看着我，告诉我你能看到什么。”

维琪打开了太虚感传器，对准曼德勃罗的边缘，不断加大放大倍数：“像是仙人掌的一片茎节……边上长着小的零碎，也像是一些茎节……现在是一些螺线状的东西了……看起来挺像海马哟！更多的螺线状的东西……打着卷向外舒展的螺旋纹……现在又像是树枝了……乖乖，真复杂，是不是?”

“无穷复杂哟，”曼德勃罗不无得意地宣称。“你现在再来看看……**这儿**。”

“这儿有……老天爷哟，这儿有个小号的你呀!”

“正是。据我所知，在所有的细节上一样。”

“可是路路蹦说过，你并不是自相似的。”

“确实不是。尽管有些部分是我的小号拷贝，但为数相当少，而且多少有些变形。多数部分都不是的。因此，我并不是由我自己的小号拷贝加到一起形成的。这也就是说，我不是自相似的。”

“你的分形维数是多少呀?”

“你是指我的边缘的分形维数吧?”

“没错。”

“正好是 2。”

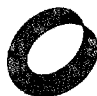
维琪大失所望:“我还指望着听到一个小数咧，比如 1.7729 什么的。”

“你是这么想的呀? 可是，我的边缘是弯曲的，但分形维数却跟实心圆盘或者正方形一样。这才是有意思的事情呢！因为从直觉出发，曲线的维数应当是 1——”

“它就是 1——这是从亨利・庞加莱的角度得到的结论。”路路蹦插了这样一句。

“谢谢。可从分形的角度看，这个维数是 2。在平面的所有曲线中，我的维数是最大的了。”曼德勃罗得意地说，“所以，这一点是**非常**重要而特殊的。”

维琪转过身去问自己的同伴:“路路蹦，这种图形很有吸引力，可是，



它有什么重要**意义**没有？花这么大力气是为了什么呢？”

“为了研究动态过程啊，”路路蹦说，“研究控制出租车行程的规则就是其一。更进一步说，就是研究控制**任何**运动的规则。所有随时间变化的体系，只要其变化不是由纷乱的随机影响决定的，都必定要服从某种整个体系中的每个成员都遵守的重复性的**规律**。这样的规律就叫**动态方式**。如果给出租车规定出另外的某种行驶方式，结果得到的就会是另外的动态方式。可以认为，几乎所有的重要体系，都是随时间而变的：动物世界的个体总数，细菌菌落中的细菌个数，行星运行的位置移动，天气的变化……都是这样的例子。它们都和二阶城的出租车有相似之处。”

“这么说，曼德勃罗都告诉我们什么了呢？”

“从非常简单的数学规则出发，能够导致无比复杂的行为。真是太奇妙了！你说是不是？”路路蹦回答道。

“我想是的……可是，这是不是表明，想要从规律出发来理解动态方式，只会是浪费时力呢？”

“才不是呢！”曼德勃罗激烈地表示了反对意见。“难道你没有看出来，我有多么漂亮吗？”

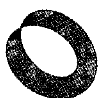
“对不起，可漂亮不漂亮，其实又有什么要……”

“看看模式的美！看看结构的美！”曼德勃罗大声喧嚷着，“我可能有无穷复杂，但却是由简单的模式一层一层地叠加而成的。”

“没错，”路路蹦说，“曼德勃罗的意思是说，有些东西看起来复杂，却可能只是通过简单的规律形成的。因此，要注意的应当是简单的规律，而不是由这些简单规律导致所形成的复杂行为。在面对这位曼德勃罗时，即使看不出其中**涉及**任何简单规律，也仍然能根据它所表现出的模式，判知它并不是纷乱的偶然结果，其中必定存在着某种规律。”

“我可不是什么纷乱的结果，跟哪一种纷乱都不沾边！”曼德勃罗做出了坚决表示。

“好啦，我从来不认为你跟纷乱沾边。”路路蹦说，“我的意思是，尽管规律会导致复杂的结果，却并不意味着规律就因此而没有用处；相反



的，倒是有可能从发现出的规律，进而理解行为的复杂性。**不过**，要想这样做，就应当密切注意种种新的模式——比如说，新的分形形状等。新发现的模式有可能将我们领向新的规律。”

维琪产生了一种感觉，就是这番话中**必然**寓有深义，但又拿不准是什么。她的这种感觉一定反映在她的形体上了，因此路路蹦又有话说了：“维琪呀，地球人给这样的规律起了个名称；也许起得夸张了些，但也说明了它们的重要。”

“什么名称？”

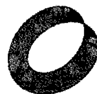
“自然规律。”

“很有份量，哲学味道很足。”维琪评论道，“我们这一阵子所说的一切，都源于一个没有特色的、呆板单调得使来客一心只想跑掉的城市！”

“好啦。如果你有这样的感受，那我们就可以去看看别的地方了。”

维琪挺喜欢这个建议：“老蹦哥，咱们是要去**好玩的**地方吗？好玩的东西多不多呀？”她在心里又加了一句：**希望是能让我不致想家的地方**。

路路蹦的触角一动一动的，大概是在寻找灵感吧。突然间，他的脸上出现了那个个大而宽的“U”状高兴表情。“我知道该去什么地方了！”他说道。



第六章

拓扑国的茶话会

过了一会儿——也许是过了多少年，反正维琪说不出过了多长时间，因为在泛空间里，时间是根本没有意义的。维琪所能感觉到的，其实并不是什么的流驶，而只是注意力的转移。那台太虚感传器又工作了，于是，她又来到了……来到了一个**新地方**。

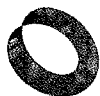
她试图凭借着太虚感传器带来的更强大的官感，来认识周围的新环境。这对她实在有些困难，因为四周的一切，竟没有一样是静止不动的。各种古怪的形状一面无声地动来动去，一面还扭来弯去地改变着形体。这里在缩小，那里却在胀大；此处在上下抖动，彼处却在左右荡漾；这会儿刚舒展开，过一会儿又拧成了麻花……活像一大群超现实的怪物，但面目绝不狰狞。就连维琪底尖下的地面，也像是活了似的，不断地升降扭移，一会儿冒出些小突起，一会儿又缩了回去。这样的一片景色，既显怪异，又很美丽。

“咱们到地方了。”路路蹦得意地宣布说。

“什么地方？”

“拓扑国。”路路蹦回答，“超级橡胶的领地，随你拉，随你扯……在这个拓扑国里，刚性早已废止，只有连续性还得到了保留。在这块宝地上，只有一条规则，那就是：拉压扯拧全都行，只是不能增减洞。我相信你将在这里留连一阵子。瞧哇，接待员已经来啦！”

维琪正打算问一下路路蹦，这里有什么参观点，就看到沿着眼前不断变化的山坡和谷地，走来了一个小小的、难以名状的动物，手上还拎着一



个包。他看来走得那么怡然自得，但一眨眼就来到了他们身边。

来到之后，他立即就打起了瞌睡。

维琪看着这个睡得呼呼的家伙。他的小小身躯胖嘟嘟的，尖尖的鼻子，小小的耳朵，长长的尾巴，嘴边还生着触须。她往他的身上捅了一下，捅时将底尖往回弯了起来，以免将他刺伤。这个古怪的动物还在大睡，只是被捅到的地方出了一个深窝，仿佛他的身子是块发面团。

“他就是面团鼠①。”路路蹦悄悄告诉维琪说。说完，他又气恼地摇着双角说:“我干什么要悄悄说话呢？面团鼠随时能睡，也随处能睡呀……”说着，路路蹦现出一个宽宽的“U”，然后就是一声响亮的断喝:“**醒醒喽!**”面团鼠一骨碌站了起来，身上的提包也落到地上，里面的东西撒得到处都是。“路路蹦前来提供叫起服务啰。我说面团鼠，有客前来拜访!”

“啊——噢，你好……”面团鼠打了个大哈欠，身子又团了起来。

“我说的可是‘**醒醒喽!**’这一回你可得讲礼貌，别又睡过去啦!”

“我就‘面’为其难吧。”这个睡意十足的家伙说道。

“老蹦哥呀，看你把这个可怜家伙吓的，弄得他东西洒了一地。”看到这只面团鼠圆圆的大眼睛和落寞神情，维琪内心的女性柔情被唤醒了。“来，我来帮你捡。”她看到地上有几十个炸面圈形的面团。在原来盛它们的提包上，写有“面面俱到”的字样。

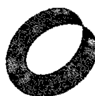
没过一会儿。这些面团都变成了茶杯形状——还都是著名的英国明敦青花品牌的式样呢。

“面团鼠，”路路蹦说，“我来给你介绍一下。这是我的朋友，维多利亚小姐。”

“见到你我很‘高细’，”面团鼠一面说，一面陡地变得又高又细。维琪见状，刚才萌生的那点女性的柔情一下消失殆尽。还好，面团鼠又迅速

---

① 这是作者根据《爱丽丝漫游奇境记》中的睡老鼠的形象创造的，一是面团鼠的英文音与形（doughmouse）同睡老鼠（dormouse）都非常相近，二是《爱丽丝漫游奇境记》中有许多情节都与拓扑变化有关，而睡老鼠也是这部童话中的重要角色。（《爱丽丝漫游奇境记》的作者路易斯·卡洛尔是一位数学家。）——译者



变回了原来的模样。“呃……”面团鼠想到，路路蹦告诉他要有礼貌，他刚才不是有具体行动了吗！他还想进一步推敲一下，看看得多高多细才够得上真正有礼貌……啊，对了，还有别的表示礼貌的方法。想到这里，他转向维琪，鞠了一躬，说道：“你们二位肯不肯赏光，同我一道——”

“同你一道干什么呀？”路路蹦问，“拓扑变换可不涉及外来者呀！”

“——同我一道品茶。”

“你真是太好了。”维琪说，对‘高细’一幕避而不谈。“可是，面团鼠先生，你的茶具不全，只有杯子一样，没有杯托，没有果碟，甚至没有茶壶！恐怕这茶未必喝得成吧？”

“这个笑话并不精彩，”面团鼠说，“而且老掉牙了。你这位女郎可够冲的，初来乍到，就对茶具说三道四起来了。”

“维琪是从二维国来的。”路路蹦说。

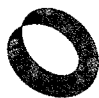
“原来如此。”面团鼠耸了一下肩说，“好一个礼仪之邦啊。不但长得平，而且长得硬——连肉体带思想都梆梆硬。不过嘛，维多利亚，要是跟我和路路蹦一起处上一阵子，也许你的想象力能变得丰富些——至少超过你在二维国的硬邦邦同胞。不过我真怀疑，你能不能想象到这一层上！你不是说我的茶具不全吗？那我就让你来看一看。”说着，他从包里掏出24个球形面团，然后又将包底向上抖了一阵，嘴里还嘟囔着不知什么，最后从包里又落下了一个面团，但它的形状非常特殊，是维琪从来不曾见过的。

这是个有两个洞眼的面团。

面团鼠看着维琪，目光中表露出期待的神色。

维琪不明就里地看了好一会儿，才明白自己应当有所反应：“不好意思，我没有……我只看到12只杯子和25只面团，其中的24只上没有洞眼，另外一只上有两只——看来当初没有揉好。可茶具还是没有啊！”

面团鼠朝路路蹦意味深长地看了一眼：“如果你有拓扑学家的眼光，就能从中看出一套茶具来。你只有欧几里得的眼光，所以，我还得给你演示



一番，你才能够明白。”说着，他拿过一只面球，当着维琪的面，先是擀面片似地将它压成圆片形，再使它的边缘向一侧收起一些。于是，原来的面球就有了新的形状。面团鼠拿起一只茶杯，将杯子放到它的上面。

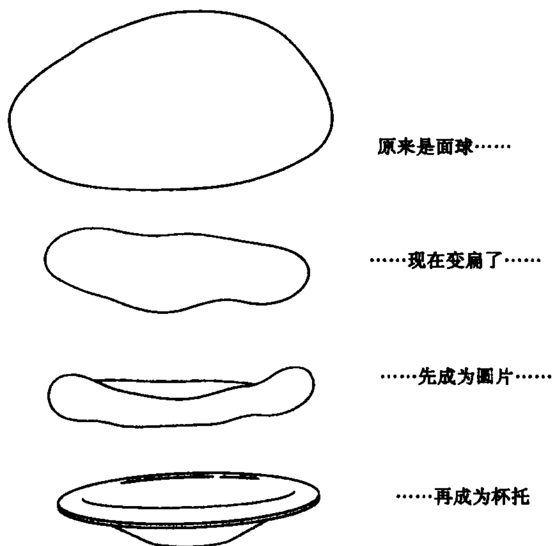


图 6-1

“杯托嘿！”维琪叫了起来。

还有 11 个面球，也都一个个变成了这样的杯托。另外的 12 个面球都延伸得更大了些，于是就成了果碟。只剩下那个有两个洞眼的面团还是老样子。

“这一来嘛……”维琪让了一步，但还没有完全认输，“可还没有茶壶呢！”

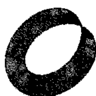
面团鼠用触须指了指那只双眼面团。

“它？它可不是什么茶壶哇！茶壶上哪会有两个眼儿啊？”

“肯定吗？”面团鼠问。

“肯定。这样的茶壶会漏的。”

“哟嘿，我是遇到茶壶行家了吧？你说的当然不会错啦……可请问：



茶壶上应不应当有只壶把手?”

“当然得有，不然怎么把壶端起来呢?”维琪说道，心里不痛快了。这只面团鼠可真是个**傻老帽**。

“这么说，壶肚和壶把手之间应当有个洞，好让手指穿过端起来吧?”

“手指?”

“对不住，我忘了，你是位‘小老平’——我是指让你的灵巧的顶尖或者底尖。”

维琪以前从来不曾将茶壶上用来提握的地方看成一个洞。但面团鼠一提，也觉得这个地方其实同面团上的洞眼是一回事。当然，洞眼其实并不是面团的**一部分**；应当说，它只是本来应当有面……但实际上没能得到的地方。

“好啦。我承认，从这个角度来说，茶壶上是有个洞眼的。可你这个东西上有两个……”她的声音戛然而止了一下，然后又恢复了:“对了，茶壶顶上是有个洞的!”

面团鼠使劲盯住了维琪:“**那**并不是一个洞。”

“它就是个洞嘛! 茶叶就是从那里放进去的。”

“噢，可你说的这个‘洞’却只进不出。”

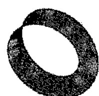
“这话没道理,”维琪说,“洞是指像墙上钉钉子时所打的能进能出的窟窿。如果是一头进另一头出的，那就叫**透眼**。”

“咬文嚼字，咬文嚼字。面团鼠嘟囔道。“怎么不论谁都有**咬文嚼字**的瘾? 一听到有谁犯这个瘾，我就得犯困。”说着便打了个呵欠，并因此挨了路路蹦一脚。“哎哟! 唏——在我们拓扑国，**只进不出**的‘洞’根本不能算洞，得**有进还有出**——而且还得是从别处出来，这才算得上洞。”

“那你怎么不说清楚你的意思呢?”

“我说了，可你没好好**听**……我说，这位年轻女士，有关字词意思的争论，在你之先早就进行过了，你就不要再跟我争了好不好? 你就告诉我这个吧：你在斟茶时，茶水是怎么从壶里出来的?”

“从壶嘴里倒出来呀。”维琪回答说，觉得这个家伙真是讨厌**透顶**。



“这么说，壶嘴上得有个洞眼，好让茶水出来，是不是?”

“那是管子、不是洞眼!”

“所谓管子者,”面团鼠字斟句酌地说，“细而长的洞眼者也。”他咳嗽了一声以示重要，然后又接着说道:“而在拓扑国里，在我们这片超级橡胶的领地上，‘长’和‘细’都是没有意义的。洞就是洞，与形状和大小都没有关系。当然啦，我在说到洞眼的时候，自己也得特别注意。这里还有一个面团，你看该怎么说它呀?”说着，它从包里拿出了一个半透明的面团状东西，里面盘旋着奇怪的管道。

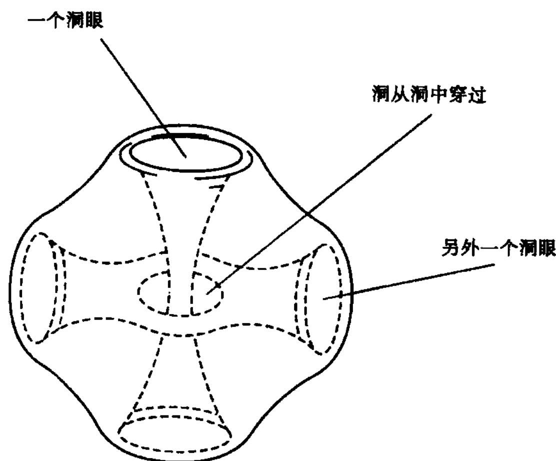


图 6 - 2

“这是个……这不是……这像是……”

“这是一个洞眼穿过另外一个洞眼中的洞眼。”面团鼠宣布着这一状况。

“看着这些洞眼，可真看不出什么道眼。”维琪刚说了这一句，就突然停住了，因为她突然从中看出了道眼：虽然有些古怪，但却不无道理。面团鼠其实不蠢也不讨厌。他所提到的洞眼之类，其实是以粗浅的方式，描述了一种微妙无比的学科——**拓扑学**。

“你是不是告诉我，放进茶叶用的洞，和倒出茶水的洞，实际上是**同**



一个洞眼位于两端的口子？”

“一点不错！现在你能看出来，这个有两个洞眼的面团，是能够变成一只茶壶的了吧？你不妨将它看成像连体婴孩一样连成一体的两个面圈圈。我把其中的一个拿住，将它变成茶壶把手的形状，然后把另外一个面圈弄成有个洞眼的大大扁扁的圆盘。将这个圆盘弯起来，让它呈现杯子的形状，再使它深一些，杯口那里收进一些，壶肚部分就出来了。最后，我再将洞眼的另外一头拉成一定长度的管子，再将它弯成壶嘴的样子。在将连壶带把手整个搞整齐后……”说着，他又从包里掏出一只面球，三下两下地一弄，就成了一只壶盖，往壶顶一放：“瞧，整个茶壶就出来了！”

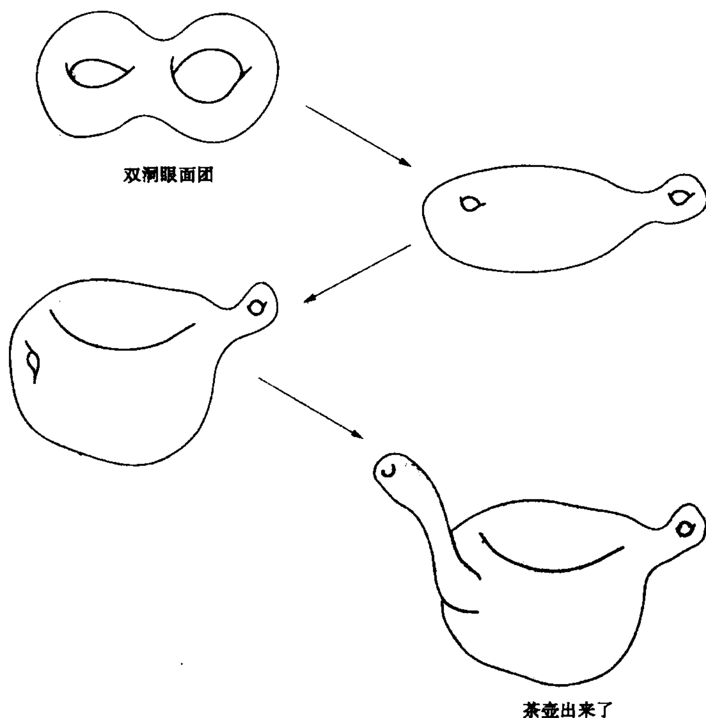
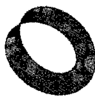


图 6－3



维琪提醒自己说，**拓扑国是个奇特的地方，我得特别当心才是。原来在这里，看上去的情况，未必就是实际情况。不知道这只茶杯**——想到这里，她拿起一只来，在杯口处轻轻咬了一下。

甜甜的，脆脆的，入口即化。

她又看了看茶壶里面。壶里是满满的茶水，绝对没有漏出来的迹象。她将茶水倒进了她刚才咬过一口的茶杯，心想这一来，杯子就得软化而且粘乎了。然而没有。杯子还是好端端的，茶水也是好端端的。

"拓扑国的所有几何形体都兼有多种存在方式。"路路蹦猜出了她的担心。"从数学角度看，只要在连续变形的范围之内，所有的形体在拓扑学上都是等价的。但对于生活在这个特别世界上的居民而言，形体的**物理**性质却会视其用途而变——这就是所谓'因用生性'。"

"噢，"维琪这时比较注意起茶水而不是茶杯了。"味道差点儿——茶里没加奶嘛！"

"这点疏忽是容易补救的。"面团鼠说，"巧得很，翻过这座小山坡，就是一头奶牛的住处。我认识她。她可以卖给咱们一瓶奶，价格会很公道的。"

"这位能给咱们带来享受的牛叫什么名字呀？"路路蹦问道。

"哞比乌斯①。"

"她的奶怎么送到这里来？"

"用克莱因瓶装着。"

路路蹦叹了口气，说道："我其实早就应当料到的。"

2099年亥月9日，周甲

你猜，这一次我又会告诉你什么了呢，我的宝贝日记？信不信由你，这次是一头会讲话的牛！重要的倒不在于**看着**很像牛——没有洞

① 原文为Moobius，是针对Möbius（德国拓扑数学家牟比乌斯August Möbius的姓氏）一词所做的文字游戏，因其第一个音节的发音类似牛叫而变化成，故而被作者处理为一头头尾相连且尾巴扭转的牛——典型的基本牟比乌斯面。——译者



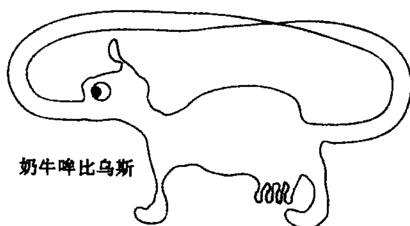


图 6-4

眼的面团，不也是有如茶杯吗——而是有一个极大的特点……

这头牛是二维的。对此，维琪并不十分在意（二维国的牛不也是如此吗）。这头牛还长了一条极长的尾巴，长得一直绕过整个身子碰到自己的头。对此，她也并不特别吃惊。但当她发现，这条尾巴竟然是同牛头连在一起的，或者不如说，牛尾和牛鼻子是天衣无缝地长到一块儿的，这可让维琪有些不安了。

这东西到底是尾巴长到鼻子上的奶牛呢，还是头鼻子长到了屁股上的母象？不论是哪种情况，维琪也不知道要不要深究。除了这家伙身上长的古怪东西，还有一样更让维琪不习惯，就是她肚子里似乎传出了动静极大的音乐声。维琪他们越走近这头动物，这股音乐就越响。起先维琪以为，这音乐是从别的什么地方传来的，但后来搞清楚了，它就是从哞比乌斯体内——考虑到她是二维的，说成从体中传出的其实更恰当；这音乐，有一阵仿佛是从头部涌出，后来又像是转移到了腹部，现在又到了尾巴根那里；听来像是军乐，而且以铜管乐器和打击乐器为主。

“喂！”维琪大声叫道，想让声音压过鼓号声。

“哞？”是牛的回答。

“不好意思，可你的乐声实在太吵了呀！”

“你大声点儿行不行？”哞比乌斯说，“我的乐声实在太响了。”

维琪把嘴巴凑到了牛耳朵根处嚷道：“你能不能让音乐停一停啊？”

“老天爷呀，不成的，”哞比乌斯说，“凡事都得听一面呀！”



"你本来准是想说'凡事不能听一面'吧?"

哞比乌斯摇摇头说:"我自己说的话从来不会错的。"

"那好,你把声音弄小点总行了吧?我们不能一直扯着脖子嚷嚷吧!"

这让奶牛有点不高兴,但还是答应道:"这是可以的。"她将身子晃了几晃,噪音就轻了些,变成了低沉的"咚——咚——砰"声。"我的乐队就是我的生命,"她说,"乐队的存在就是我的存在。"①

看到哞比乌斯的这么一种态度,维琪就不想跟她再打交道了。不过面团鼠并不这样认为,他对奶牛说道:"不是这么回事!"

"就是这么回事!"

"不是这么回事!"在维琪看来,这场争论的质量可以改进一下,但承诺的程度却无法改变。

"不是这么回事!"

"就是这么回事!"

"就是这么回事!"

"不是这么回事!"

"不是这么回事!"

"就是这么……"

"**都别再嚷嚷啦!**"维琪打断了这场争论,将刚才这两位的争论过程回想了一遍:"你们这场争执,我不大能弄明白。"

"还是我来解释解释吧,"哞比乌斯用了息事宁人的口气说,"一开始是**他**说'不是这么回事',我便接了一句'就是这么回事'。然后**他**又说了——"

"根本不是这样的,"面团鼠表示不赞成。"是**你**先开的头,说就是这么回事,只是原话不是这么说的。这一来,**我**才有理有据地指出不是这么回事,可你连**一丢丢儿**的道理都不讲,还是斩钉截铁地说'是',然后——"

① 这是指另一个也姓牟比乌斯的人——德国-瑞士电子音乐家狄特·牟比乌斯(Dieter Möbius,1944~)所说过的话。哞比乌斯体内的乐队,就是作者使之同这位音乐家挂钩的安排。——译者



“都打住！”维琪这一喊，面团鼠和哞比乌斯都住了嘴。她喘了一口大气，想借以平静下来：“嗯……是你先说的，说即使乐队没有了，她也不至于不能存在。”说到这里，她想从路路蹦那里得到些支持，却发现后者不知道跑到哪里去了。“后来呢……哞比乌斯不同意，你就又把原来的话再说了一遍。后来呢，哞比乌斯**同意**了你的话，可你又立马改了口，说什么乐队的存在对她的生存**无比**重要。哞比乌斯又同意了**这句**表示，可你又再次改口，表示了你最初的观点！”

“是这样的，可哞比乌斯再一次改变了态度！”

“**你也一样啊！**反正你们两个是水火不相容的！你们到底知不知道自己的真正立场呢？”

面团鼠和哞比乌斯都看着维琪。面团鼠说：“我知道**我自己**的立场。”

“你说你站在哪一面呢？”维琪问。

“里面。”是面团鼠的回答。

“**什么**面？”

“里面。而你是站在外面，”面团鼠又这样加了一句，态度很是友好。

“是吗……那哞比乌斯又站在哪一面呢？”

“两面。”哞比乌斯自己说道，“但实际只有一面——我就是这个面。”

“你们俩都在不知所云。”维琪说。

“才不是呢，”面团鼠回答。“你有没有听说过‘一面倒’呀？”

“听说过，可这……”

“嘿，这就是指哞比乌斯啊。她是头只有一个面的牛。至于我嘛……”

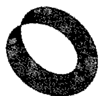
“你是……”

“我是‘里面去’。说到你……”

“我？**我怎么着**了？”

“你是‘壁上观’。好姑娘，我建议你保持这种‘旁观’立场，至少坚持到你前去参观双位存在空间之前。”

在恢复谈话之前，维琪先深深吸了一口气：“哞比乌斯是只完整的牛。牛的一面是指牛的一半，通常叫一**扇**。如果将牛从鼻尖到尾梢锯开——对



不起，哞比乌斯，我不是咒你，就能得到两扇肉；一扇是左面一半身子，一扇是右面一半身子。这种情况，就连我们二维国那里的屠户也都明白。当然啦，我们那里的牛不是你这个样子的，它们多数是椭圆形的，是六边形和八边形杂交的后代。”说到最后一句时，她觉得有点歉疚。

“哞。”

“不是。除了牛，我们那里还有猪，经过腌和熏等工序制成培根肉，味道可好啦！”

“别扯远了好不好！”哞比乌斯叫了起来，“告诉你，我就是头只有**一个面**的牛。绝对没错。”

“荒谬之至！”维琪说，“天底下就没有只有一面的东西！”

“怎么没有，不是有句俗话说‘一面之词’吗？再说了……”

“你还让我们别扯远了呢！你当然也有两个面。你瞧，从我这里看，就知道你有两个面：一面是我看得见的，另一面在另一侧，是我看不见的。”

哞比乌斯做了个鬼脸：“我**知道**你会这样说的，你这个脑筋不灵的‘小老平’，告诉你说……”

维琪竭力压住自己的火气：“哞比乌斯，你就是有两个面。”

“这么说也不是不可以……但只适用于局域范围。对了，我可以请你参加一次‘消防演习’。面团鼠，请你把那根水带龙头拿过来，好不好？这位女郎，既然你对我们偶蹄类的构造相当熟悉，就请你顺着我的身上淋水。**只淋一面**。可以吗？”

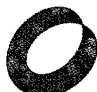
“这个嘛……我实在不明白干嘛要我这么做。不过，为了能证明我的看法，就照你说的干好啦。”

面团鼠拿着一只狗领圈走了过来：“拿来了。”

“不对呀，这是只——”

“在拓扑国这个地方，看着像的未必就是。”

“不对，”哞比乌斯说，“看着像的未必就**不**是。如果**是**了，也就用不着**像**了。”



“得了，你就住嘴吧。”面团鼠喝住了她。他将狗领圈递给维琪，说道：“维多利亚，你来抓住一头。”

“它连一个头也没有哇！”

“有的。有两个头，只是看上去像是侧边。你就抓住一个边。”维琪就抓住了一个边。接下来，面团鼠就开始拉……再拉……还拉……结果，原来短短粗粗的一根圆柱的侧面，竟变得越来越长，也越来越细。这下子维琪看出，自己的确是握住了一根水带龙头的一端。这时，水从水带管里喷了出来，维琪连忙将它偏开。

“往我身上淋啊，往我身上淋！”哞比乌斯叫道，“可要记住了，只淋一面！”

“这很容易！”维琪说道。在动手淋水之前，她先探过头去看了看，看到那一面也是有头有身子的。这就成了。她开始给奶牛身上挨着自己的一侧淋水，一路干过去，一直来到尾巴那里。

“还没弄完呢，接着干。”哞比乌斯说。

“这我知道，就剩这根尾巴了。”维琪一面淋水，一面顺着尾巴检查，以保证靠着自己的一侧水汪汪，而另外一侧干爽爽。但在到了一半的地方，她发现自己却得将身形扭转一下，才能接着干下去。“嘿，我说哞比乌斯，”她大声叫道，“你的尾巴上拧着弯儿呢，你知道不？”

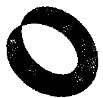
“这还用你告诉我吗？”

面团鼠又开始打呵欠了，一边打，一边漫无目的地四下打量，想找个什么软东西垫靠一下。他将茶壶从提包里拿了出来，这么那么地摆弄了一下，就把它变大了许多。然后，他就躺了进去，又将壶盖摆弄了两下，变成一只枕头垫在头下。

维琪还在给哞比乌斯淋水，一面淋，一面当心让较远的一面保持干燥。“就要完了，快到鼻子这里了……齐活。”

“是吗？”

“我又回到你的鼻子尖这里了……可这里是**干的**！”维琪吃惊地打量着，“我说哞比乌斯，你是不是捣了蛋，趁我在尾巴那里忙活时将身子弄干了？”



"绝对没有的事儿，"奶牛发出了抗议。"你看看另外一面。"

"那一面……可是湿漉漉的！你不会是搞了什么鬼名堂了吧？"

哞比乌斯点了点头说："是有名堂，"但接着又摇了摇头，"但不是鬼名堂。"

"那到底是什么名堂呢？"

哞比乌斯率真地看着维琪说："我起先一直认为是自己的**一种感觉**，后来才相信这是**真事**。其实，我脸上这个湿的一面，的确就是你开始时淋水的一面。我说的完全是实话。"

"那究竟是什么原——**对了**，是那个拧弯的地方。是你的尾巴上的那个弯造成的。我现在琢磨出来了。我要是接着淋下去，就会把身子的**另外**一面也弄湿，然后是弄湿尾巴的**另外**一面……最后又会回到我刚开始的位置上。这个拧弯的地方把你的两面接到了一起。"

哞比乌斯点了点头："这也就是说，你原来认为，我有两个不同的面，其实只是**同一个**面的两个不同的部位。瞧，不是我告诉过你，说我只有一个面吗？不是我在面上，是面在我上。"

"而我呢，我有……"

"你有两个面。"路路蹦接上了维琪的茬儿。他刚才不知哪里去了，如今又冒了出来，还带来了两个新伙伴。"这两位想找面团鼠……他跑到哪儿去了，维琪？"话音未落，茶壶里就冒出了一阵鼾声。"哎哟，你就不该让他进到那里去，这一来，要弄醒他可得花点工夫喽。

"至于你嘛，**你**是有两个不同的面的。因为你是有边棱的，而边棱是将面分开来的。"

维琪将这番话琢磨了一番。有理。平面与平面之间，不就是靠着边棱分开来的吗？不过，路路蹦的这句话里也有漏洞："哞比乌斯身上也有边棱啊！"

"是有，但只有**一道**。"路路蹦强调指出了这一点，"乍一看，它似乎长着上下两条边棱，但它们**也是**顺顺溜溜地接在一起的。"

"还是由于尾巴那里扭了一下的缘故。"



“没错。‘凡事没个变，没得尾巴看’嘛。”

“嗯？……我想原话是‘凡事没个变，没得韦编看’[①] 吧？”维琪说。

“尾巴啦，故事啦，都是一个理：转折之处顶顶要紧。”

“到头来，你只能认为我仅是一扇了吧。”哞比乌斯以这句话结束了这场讨论。

2099年亥月9日，周甲（续前）

不是有这样一句形容的话，说某某的话是“片面之言”吗？我的宝贝日记，哞比乌斯同我之间的谈话，就完全是有关“片面”之言。

在我淋过水后，哞比乌斯说了，我之所以搞错，同“面”这个字的含义多歧有关。其实问题并不在于她这头牛有几个面，而在于面的**取向**。

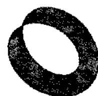
我来试着解释解释取向的意思。哞比乌斯身上有只乐队，以铜管为主。不过，我也看到了乐队中有一名鼓手，扛着一只大鼓。这名鼓手一直是将鼓扛在自己左边的，这是哞比乌斯自己告诉我的。当我最初看到他时，鼓也确实在他的这一位置上。

然而，当这只乐队沿着哞比乌斯的身体边走动边演奏，最后顺着尾巴又回到原处时，这只鼓却到了**右**边的位置上。

我就紧盯着他一路看。这只鼓从未换过肩。

我突然悟出来了：这只乐队并不是呆在哞比乌斯的面**上**的，而是进入了她的**内里**，就像是浸透了画布的水彩，存在于两个面上。因此，**局部**看来，也就是说，只看某个位置附近的一部分地方，哞比乌斯就同其他面相类，也有两个面。然而**通体**看来，也就是说，将她当作一个整体来看，尾巴上的那个拧弯，就将两个面连成了一个。在这种情况下，再说什么左和右就没有意义了。因此，当这名鼓手扭了这一下的时候——不要笑，我只是说通过拧弯处，而不是跳扭摆舞，他

① “韦编”是古文，指用皮条穿起来的写有文字的竹片，因此可泛指文字记录，与“故事”一词接近，而在英文中，尾巴（tail）和故事（tale）的发音是相同的；而在中文中，“韦编”又与“尾巴”读音接近。——译者



的视觉取向就变了一下，结果是左成了右、右成了左。

唑比乌斯身上的乐队是没有定向性的。这就是关键所在。

唑比乌斯可不是唯一有这种无定向性的表面。有一种表面甚至比唑比乌斯还要奇特，这就是唑比乌斯用来装奶的容器，叫做克莱因瓶。

路路蹦跟我说过这种容器得名的由来。克莱因是地球人所用的姓氏之一，同时也是数学家**开玩笑**的结果。地球体上有个叫德意志的地方——不是得意，是德意志，没有意思，就是这么个发音。我的宝贝日记呀，在这个地方，“克莱因”是“小”的意思，可在拓扑国里，大小一说是根本没有意义的。因此，说“克莱因”无异于故弄玄虚。1882年，这个地方有个叫菲利克斯·克莱因[①]的地球人发明了一种具有无定向性的表面，这种面同唑比乌斯牛不同，就连边棱都没有，因为它是个自己**封闭**起来的面。它有些像是一根一部分翻转过来、同自己的其他部分接到一起的管子；就连接成一体而言，它有些类似于炸面圈，但它在翻转过来以后，又会以某种形式从自己的形体上穿过，结果里面成了外面，并且连接到了一起。

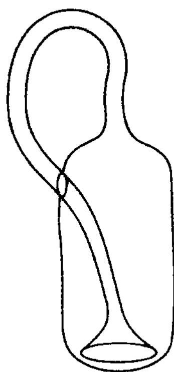
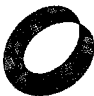


图 6-5

① 指德国数学家菲利克斯·克莱因（Felix Christian Klein，1849～1925）。在数学界以外，他的名气主要得自他提出的形状奇特的数学构体克莱因瓶，但他对数学的最大贡献，是归纳出了将各种几何用它们的基础对称群来分类的“爱尔兰根纲领”。本书中对这两方面都有涉及。——译者



更为古怪的是，只有在三维空间的情况下，它才会从自己的形体上穿过，而在四维环境中却**不会**如此。

对于**克莱因**瓶这个名称的由来，路路蹦自己有一个猜想。他认为，最初的名称应当是**克莱因表面**。在菲利克斯·克莱因所生活的年代，德意志那个地方的地球人发明了不少表面，每发明一种表面，发明人的姓氏就会冠到这个面的名称上。比如，一个叫恩斯特·库默尔①的地球人所发明的面，就被叫做库默尔面。这个名词的德意志文是 *Kummersche Flache*；在前一个词中，前六个字母是库默尔的姓氏，接在后面的 *sche* 表示所有，也就是“的”的意思，后一个词则是“表面”。

据路路蹦猜想，当初这个词应当是“克莱因表面”，也就是 *Kleinsche Flache*。然而在德意志文里，代表表面的 *Flashe*，又同表示瓶子的 *Flasche* 极为相近，这一来……

最后再加上二维国学生解完一道几何题时最后缀上的两个字：证毕。

路路蹦带来的两个访客也是来赴茶话会的。照他说，这样可以增加聚会的社交气氛。其实维琪并不这样认为，只不过没有说出口来。两名来客中，有一个是一匹神情气呼呼的马，另一个拎着一只桶，桶里盛着泥，却好像没有桶底。

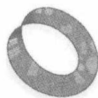
“这两个是谁呀？”维琪小声问路路蹦。

“一个叫犟骒马，一个是颠瓦匠 ②。”路路蹦说。他们也都爬到了茶壶里，将面团鼠弄醒，三个滚成一堆，叽叽喳喳起来。声音一会儿高、一会儿低。

---

① 指德国数学家恩斯特·埃杜瓦·库默尔（Ernst Eduard Kummer，1810～1893）。——译者

② 作者原来给它们的名字分别是 Harsh Mare 和 Mud Hutter，均从《爱丽丝漫游奇境记》中睡老鼠的朋友 March Hare 和 Mad Hatter 的名字脱胎而来，直译为“三月兔”和“疯帽商”，这两个短语都是表示疯疯癫癫、行为反常的意思（兔子在三月求偶，此时会一反胆小温顺的性格；英国过去的制帽商在制造大礼帽时要接触汞，时常会发生汞中毒而举止失常），中文是按作者的原词大致意译的。——译者



“我知道，这两位**看上去**都是够呛的主儿，”路路蹦又说道，“但这是因为他们**本来**就应当有这种性格，所以，你要是觉得他们真是够呛，那就正合适。知道了吧?”

“我可不并不想被吓……瞧瞧那儿！那个鼓鼓囊囊的家伙是谁呀?”

又有一个拓扑国的罕见代表，踏着超级橡胶的土地一路向他们这里小跑过来。它的头上——如果那的确是个头的话——长着长长的双角——如果那也的确是角的话。这两只角似乎分了叉，然后缠在一起，再分叉，再缠在一起……它越跑越近，分叉也就越细越多。

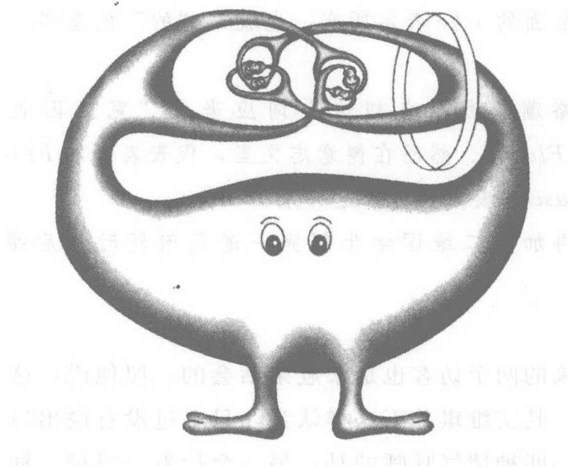


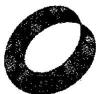
图 6-6

在它的角上，套着一只红色的吸汗带。

看到他们，它喊了一声“嗨”便停了下来:“开茶话会呢？太棒了！还有外空来客？嘿！老蹦子！混得怎么样啊?”

“老朋友，”路路蹦小声解释了一下，“你可千万不要把他说的和做的当真啊!”说完，他又以正常的调门说道:“维琪，我来给你引见一下我的一位老相知，亚历山大叉角球①。”

① 亦称亚历山大带角球，因其提出者、美国数学家詹姆斯·韦德尔·亚历山大（James Waddell Alexander II，1888～1971）的姓氏得名。——译者



“你是个球吗?”维琪很难相信眼前的这位来客是个球体。它肯定不会是当年阿尔伯特老祖见到的那位圆球公，否则，他一定会在自己的书稿里提到它身上长出的奇怪叉角的。

“嘿，丫头，叫你说个正着啊!”这个亚历山大高腔大嗓地嚷嚷着。

“对，从某种标准上看的确如此。”路路蹦也表示支持。

“敢情。按照拓扑学的标准衡量，我的里面和圆球是一样的。不过呢，我的外面却同圆球不一样。明白了?”

“这么说真是岂有此理嘛!”维琪说。

“对不起，丫头，这么说还真就有理。你看来是忘了，一个自主存在的空间，和一个嵌入另外一个空间的空间，这两者从拓扑学角度来看是相当不同的。在前一种情况下，我是一个球，而在后一种情况下，我却不是球。

“问题就出在我的角上，知道吗?”叉角球接着说了下去，“从内部来说，长出角来并不影响到球的本性。不管长出多少只角来，哪怕是无穷多只，该是球还是球。可是，当从外部看时，角与角是叉到了一起的，而球是绝对不应当存在这种情况的。我这就来证明给你看。看到我这只吸汗带了吧? 你将它从我身上拿开。”

“嗯……”维琪开始尝试了。叉角看上去相当锐利。还带有分形的意思。

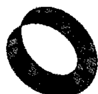
“别担心，尽管试，”路路蹦在一旁鼓励，“使点儿劲干。”

维琪又试着拉了拉，但吸汗带被角挡住了，无论如何也脱不下来。“它……它被挡住了!”

“我说丫头，这就是‘同伦问题’，你一点儿也没弄错。不过呢……”说着，叉角一点点地缩了回去。“不过，要是我变成普普通通的圆球呢……你再试试看。”

这时，叉角球已经变成了溜光水滑的圆球。而那条吸汗带，如今就套在离一端四分之一的地方，也就是地球人所说的“回归线附近”。

维琪伸出手去，这一次就毫不费力地拿下来了。



“从内部看，我的拓扑形状是从来不变的，知道吗？这个吸汗带又是零伦的。”

“零伦的？”

“就是能够拿走的，OK？这一拿走，我的外部拓扑环境就改变了。”

“当然是这样，没什么可说的。”维琪表示同意。

壶里的叽喳声停了下来。犟骒马将头从壶沿探出一半说：“这位女士，你说没什么可说的，我可是对什么都有得说哟！”

“你才不能呢！”颠瓦匠的声音从壶里传了出来。

“我就能！”不肯相让的犟骒马将头又缩了回去。壶里的争执声又大了起来。不过，面团鼠对声音的贡献，是一阵响亮的鼾声。

“好啦，亲爱的，”路路蹦对维琪说，“地主的款待，我们已经充分领受了。该挪挪窝了吧？”

于是他们又动身了。



第七章

与镜面有关的国度

“这一番有关单一表面的议论，真是十分有趣。”维琪说，“不过，这一切是不是只是些动脑筋的智力游戏呢？在现实中，它们大概一无用途吧？”

路路蹦沉思着蹦了几蹦。“这要看你所说的‘用途’是指什么了，”他说，“如果是指**直接**派用场，可能确实会如你所说的那样。我倒是听说过，有些工厂将传送带照哞比乌斯的样子接好，从而使磨损率降了一倍。其实，就用正规的接法，只是过一段时候翻个个儿，也能取得同样的效果。因此，以我自己的看法而论，这算不得是什么用途，充其量只是节约些许操作费用。”

“那么说，你不认为……”

“我不认为有多少**直接**用途。其实，能直接派上用场的数学内容为数不多。数学是在幕后起作用的。拓扑学能在许多地方发挥作用，只是你刚才针对的只是单一表面一项。我倒是**确实**知道有这么一个地方，数学的出现十分自然，与之有关的数学观念也肯定是有用的。想去看看吗？走也！”

说时迟那时快，维琪刚刚准备好，那台太虚感传器便已运作起来……

这里是个萧索压抑的世界。眼见之处无不是无边的沙漠，平坦而枯燥。

“我可不喜欢这个地方。”维琪说。

“原因？”

“它造成一种孤单感、冷漠无情感。而且，这里又一片死寂。”

“还没有达到你所说的地步，维琪，不要靠第一印象给几何学做结论。有些最优美的几何学，就始于看来最清峻的地方呢！倘若你不急于给出结论，就会看出，这里其实是个相当优美的世界哩！”

“是吗？“维琪漫不经心地应了一声。“我们现在是在哪儿呢？”

“我们来到了一处叫做‘射影平原’的地方。它并不像表面看着那样荒凉，这里有相当丰富的野生世界呢！”

“野生世界？这里连只蚂蚁都看不到！”

“不尽然哟。这片射影平原中生活着象群①呢！”

“大象？”

“射影大象。”路路蹦发现维琪的呼吸急促起来，眼睛也骨碌碌地转个不停，便安慰她说：“别怕，它们友善得很，简直友善到了**任何**两头象都要聚会的地步。”

“聚会？同谁聚会？”

“彼此聚会，也就是相聚，在这里也叫相交。”

“相聚……**在哪里**呢？”

“在某个地方啊，在某个射影点——也就是说，在射影平原的某个位置。更准确地说，具体位置应视具体情况而定。瞧呀，现在就有许多大象在**这里**相聚呢。”

“象？许多？这里？”维琪连讲话的音调都变了。

“不要担心，它们并不危险。其实，说来你自己不也是头象吗？”

“你说什么？”

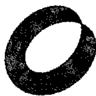
“你的样子不就是一头象吗？”

“拜托，我的形体是条线，不是头象！乱弹琴！”

“可是在此地，‘线’的发音就是‘象’，‘条’的发音就是‘头’咧。所不同的，只不过你是欧几里得式的‘一头象’——或者不如说是其一部

---

① 原文为“狮子”，因为在英文中，“狮子”（lion）同“线”（line）同音，故为作者用来增加文学趣味。这里也仿照原意，改用了与中文的“线”发音相近的“象”代替。——译者



分，而它们则是射影式的‘象’;‘式’不同，区别可就大喽。在二维国里，‘象’——对不起，我是指‘线’——可以是平行的，也就是从不相聚的；但在射影平原这里，它们中的每一头（条）都会同其他成员相聚（交），而且只相聚（交）于一点。”

“真邪门!”

“才不呢！咱们回过头来，再说说你刚才所提的问题。射影平原也同克莱因瓶一样，是只有一个面的。而且，射影平原在艺术、测绘等许多领域中都十分有用。”

“在我看来，它就是一片地地道道的普通平原——平原不就是平面嘛?因此，射影平原也就是射影平面啰。”维琪说道。

“不错，你就把‘平原’看做‘平面’好啦。不过，随着咱们对这个射影平原的勘察，再加上观察这里的大象，你将会看出，我所说的都是对的。这个世界比单从外表看来要奇特得多。”

“肯定如此，”维琪说，“第一点奇特之处，就是我根本看不到什么大象。”

“看不到？哟，这里出了个错，我忘记将太虚感传器调到新感受点位，好让你能够感受到这些大象。要知道，它们可是无穷薄的呢。理当如此，理当如此啊。”

“为什么这么薄呢?”

“瘦的呀！它们生活在沙漠里，又都非常友善，因此吃不到什么东西。这就是它们无穷薄的原因。因此，未曾接受过训练的观察者，难免就根本看不到它们了。不过，在我对太虚感传器的设置做些调整后……”

突然间，一道蓝光闪过。这是一条又长又细的直线，一直伸延到远方的地平线处。维琪转过身来，看到这条蓝线也沿着**另一个方向**延伸到地平线处。

“这就是一头射影象吗?”

“蓝色是太虚感传器附加上去的，其余部分便是。”

“要让我说，这只是一头很一般的象——我是说，一条很一般的线。”



“也是也不是。让我再指给你看另外一头，你就会立马发现它们的区别了。”正说着，一头闪着红光的纤细大象便现形了。

维琪瞪大了眼睛看着这两头象。它们并排向着地平线的方面移去。在维琪看来，它们的路径是完全平行的。然而，记得路路蹦对她说过……

“老蹦哥，记得你曾经说过，射影平原中不存在平行象？”

“说过。”

“可是这两头却是平行的！”

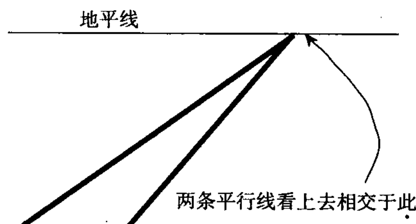


图 7－1

“真是吗？”

“它们在任何地方都不相聚啊！”

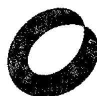
路路蹦将这句话琢磨了一番，明白了话里的意思：“你说它们不会相交，是吗？”

“是啊。它们看着仿佛在向远方的地平线方向延伸时彼此聚拢，其实，这只是一种光学错觉。”

“当真？”

“反正在二维国是当真的。这使我认为，对于射影平原也理当如此……或许并不这样吧。世易事移嘛。”

“这你算是说对啰。此处的空间是按照射影几何的方式展开的。欧几里得几何不适用于这个空间。你想一想吧：有多少绘画作品，将地平线表现为一条货真价实的线呀。原因何在？其一就是当艺术家想要创作一幅风景画时，就会将这幅景象**投射**到平平的画布或者画纸上。其二是地球体是圆的。不过，即令它是无穷大的欧几里得平面，画家也仍然会画出地平线——因为这条线就是画家眼中会看到的东西。其



实嘛，画家是从自己所看到的所有景物那里，向自己的眼睛这里拉出一条条直线的，直线与画布相交的点，就是该景物在画布上的位置。这就像是隔着窗子看景，会将景物定在窗玻璃上一样。从投影学的角度看，即使景物是在无穷远处，它也仍会对应着窗玻璃上的一个点——如果这样的话，也就得把这个点画出来，这样，画出来的结果才会像真正看到的情况。所以说，射影几何学真是一门有助于透视画法的几何知识哩。”

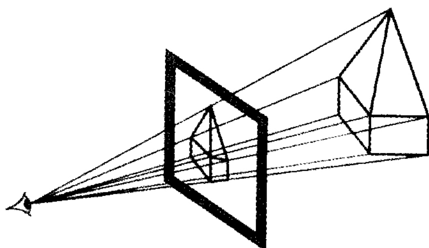


图 7 - 2

维琪突然感到一阵突如其来的刺痛。“见鬼，这一通走，我的底尖都打出泡了。得把鞋子脱掉。”

（读者可能会感到不解：线段身材怎么会需要穿鞋子呢？即便需要穿，又能穿在什么部位呢？请看：鞋子是女性的心理需要，这在整个数宇都不例外。鞋子是时尚的一部分，是必须穿着的附属品。此外，穿鞋总要一穿两只，否则就不能称其为穿鞋了。当然啦，生活在亚马松平原的千足虫，从头到尾要穿 500 双鞋，不过这是个极端的特例。维多利亚只穿一双：左鞋只穿在前底尖，右鞋只穿在后底尖，可是她总是搞混了，结果鞋子会不“跟尖”，真是讨厌得很。）

维基把鞋子脱掉，察看了自己底尖处的水泡。前底尖没有问题，所以她将鞋子又套了回去。但她的后底尖疼得厉害。

也不知道路路蹦到哪里去了一趟，当他回来时，带来了一盒药膏。他把药膏递给维琪，让她在痛处抹了一些。

“我得问你件事情。”路路蹦接着说，仿佛刚才的谈话没有受到影响一

样。“在你们二维国，地平线当真是**直线**吗?”

“是呀。”

“可它位于何处呢?”

“好远好远的地方。”

“到底是多远呢？倘若地平线当真存在，那它一定应当位于某个确定的位置。如果有两条长线，长得足以能够相交于地平线的一个点处，这个点到底会有多远呢?”

“嗯……在位于尽头的边缘处。”

“平面尽头的边缘处可是远得很咧——无穷远。平行线看着会相交的地点是在无穷远处，二维国的欧几里得平面内是不存在无穷远的。随便你想走多远都没问题，但却不可能**来到**无穷远处。地平线只是**看着**像一条线，但这样的东西其实并不存在。在用眼睛观察平行线时，会看到它们仿佛相交到了一起。因此，平行线在视觉体系中并不存在。这样一来，我们就需要一种新的几何体系，一种**任意**两条直线都能相交的几何体系。射影平原就是这样的体系。”

维琪觉得这简直难以置信:“无穷远是不可能存在的。它只是一个理想化了的概念。”

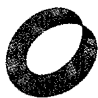
“你想知道是否当真？那你最好还是跟我走上一遭。咱们去踏一踏象道吧。”

2099 年亥月 10 日，周乙

我的宝贝日记：

路路蹦所说的“踏象道”，是指沿着平行象的方向行进，看看它们在何处相交（相聚）。这就是说，我们得走到地平线处！这岂不是又一次疯到极点了吗？反正这个可怜的家伙没长多少脑子，而且就是那点儿脑子，也是不正常的。

可我又搞错了！如今我开始觉得，路路蹦正与我原来认定的相反——他那个圆脑壳里，**满胀胀**的都是脑子，而且是第一流的脑细



胞！他**表现得**像是个疯子，其实只是为了增强戏剧性效果。

不管是不是这种情况，我们跟着平行象走了又走，结果，有些很有意思的东西开始出现了。（听我说，出现的第一桩事，是我意识到忘了把右鞋穿回来。药膏真是太有效了，弄得我的底尖很觉舒服，结果竟连鞋子丢在那里都没注意到。）

我跟路路蹦提了提这件事，但他认为这没有什么大不了的，因为过不了多久，我们就会回到原来的地方。这恐怕不大可能罢？我们不是向地平线那里走吗？不过，我已经学乖了，知道不能跟他争论了。

不过呢，正像我刚说过的，有意思的东西出现了。大家都知道，当你朝地平线走去时，地平线也会跟着后退，这是件正常的事。在地球体那个地方，如果冲着彩虹走，彩虹不就跟着后退吗？但在射影平原这里，地平线的行止却大不相同。它会呆在原处一动不动，你会一点点接近它。

我听到了吼声。这使我第一次意识到，我们真是**到达**了地平线。起先，这种吼声十分微弱，我几乎注意不到，不过它一点点增强起来，后来就很清楚响亮了。

我问路路蹦，这是什么声音。瞧，我问得蠢不蠢？“噢，大象相聚的声音啊！”他对我说。“它们在交谈呢。”告诉你，当我特别留神地倾听时，就能听出来它们都在说些什么。我听到它们是这样交谈的：

“高兴相聚！”

“高兴相聚！”

“高兴相聚！”

“高兴相聚！”

它们就这样不断说着。我对路路蹦说，这样的交谈可有点**乏味**。“可也足够友好嘛。”他说。

正说着，我们竟一脚踩到了地平线：路路蹦踩在它的远方一边，我踩在它的……当然啦，我的日记，无论我处在什么位置，按照定

义，都该算是近方一边。因此，我踩在了它的近方一边。

我们到达了地平线。

我告诉路路蹦说，能够跨在它的两边，实在是件好玩的事。我的意思是说，我们居然站到了一个本来**不应当存在**的位置那里。可这位路路蹦呢，还是以他那天生的卖弄俏皮的劲头坚持说，凡是接触到的，就不可能不存在……我是不喜欢这类谈话的，你喜欢吗？

瞧，我们曾一度起过争论，争论的结果，是同意地平线能够存在于射影平面，但它并不是什么边缘。实际情况是，这个地方是**没有**边缘的。有什么呢？有……

"无穷乡。"路路蹦告诉维琪，声调中透着一股得意。

这里有片沙地，沙地里有一条通告：一个**∞**符号，然后另起一行，写着"居民数：∞"

"这个像 8 的东西是个什么？"维琪问道。

"这可不是数字 8，"路路蹦说，"这是个表示无穷的符号。我们现在就在无穷这个地方。"

通告变了，变成"居民数：∞＋1"

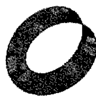
"啊，新出生了一个。"路路蹦说。

这则通告闪动了一会儿，又变回为"居民数：∞"。

"哟，死了一个？"维琪悄声说道。

"死？不是，根本不是。如果出现死亡的情况，通告内容就会显示为'居民数：∞－1'。不过，即使出现了这种情况，随即也会又变为'居民数：∞'。注意：无穷**加** 1 等于无穷；无穷**减** 1 等于无穷。可以认为，无穷就是**发生了等于没有发生**。说平行象相聚于无穷处，也就是这个道理。射影平原与二维国在许多方面有相类之处，只是对于平行线相交这个问题有所不同，而这一不同导致了重大变化——比如说，'距离'这个概念就不再有多大意义了。"

"我们这么快就来到了无穷处，就是这个原因吧？"



“当然是这个原因。我曾说过的，在射影平原这里，平行象总会相聚，而且这种相聚也同在二维国一样，只发生于一个点。”

维琪认真琢磨这番话。“请稍停……在二维国里，平行线相交于地平线，而地平线并不真是什么线。在这个地方，地平线显然真是一条线。不过，还有一条不同：在二维国，两条平行线相交于**两**个点，一头一个。”

“射影平原的情况可并非如是。”路路蹦说。

维琪将身子转了过去。在那个方向，她看到**远处**有两头象相聚在一起。顺着另外一个方向，就在离自己底尖（一侧没有穿鞋）不远的地方，又看到这两头象在不远的地方相聚。可在射影平原这里，距离不是没有多大意义吗？……不去管它。维琪向先看的**那个**相聚点的方向指去。

“那里吗？没有。沿着那个方向并没有第二个相聚点。那里也就是这里。”

“可这里是这里、那里是那里呀！”

“不错，可那里也的确就是这里。大象有头也有尾，可头就是尾，头尾同一。我说，你为什么不用一用太虚感传器的放大功能呢。这样，你就能明白我的意思了。”

维琪旋动了放大开关，使图像向前方一路放大，接近了远处的相聚点。她在那里看到的是——

她自己！

她正在和路路蹦交谈。

那个维琪仿佛正在利用太虚感传器的放大功能，在查看着什么。

不可思议！

“这就是说，咱们既在这里，又在那里吗？”

“不是，应当说的是，那里**就是**这里。这里和那里是同一个点。我们只是从不同的方向对它进行观察而已。这就像是看某个东西时，**同时**又从一面镜子里看它一样。从物体处会笔直地发出一束光，而这束光在打到一面镜子后，又会**拐折**过来。这还像是海市蜃楼，光线由于受到热空气的折射，会使观察者沿不同的方向看到同一个物体。”

“可你说过，这些大象是直的呀！”

“是直的。但它们仍然会起弯。在这个射影平原，大象可以既是直的，又闭合到一起。一头大象就像是一个圆圈，其实从拓扑学的角度来看，大象**就是**圆圈，只不过是**直**圆圈。”

“我搞不明白。”维琪一头雾水。

“这是因为，我是在用二维国的词语来描述射影世界中的现象呀。”路路蹦强调表示。“我再换个说法试试……”想了一会儿后，他又接着说道：“听着。从数学角度说，‘无穷’只不过是个抽象的构体，因此，我们可以给它以任何我们希望它所具有的性质。而我们正希望两条直线只有一个交点，于是乎，我们就认定位于平行线‘两端’的‘两个’无穷处的点，其实就是一个。听起来固然怪怪的，但用起来却行得通。将一条线弯成一个圆，同时又让它保持为直线，也是同样的一类事情。”

“‘清楚’得一塌糊涂！”

“好哇。那么，咱们就设想射影平原是个普普通通的平面，只是要加点附加物——一是在它的无穷远处加条‘线’，二是规定两条平行线沿两个相反方向延伸，结果会相交在这条位于无穷处的线的同一个点。”

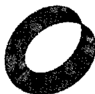
“我就是摹想不出来这种情景！”

“不是你摹想不出来，维琪，是你的视觉系统决定了你不可能这样摹想。”

“瞧呀，我就是难以将这些东西结合到一起。我根本就弄不清楚，为什么射影平面会如你所说的那样只有一个面。普通的平面是有两个面的——上面和下面。”

“的确如此。不过，上面和下面会在无穷远处结合到一起，因为规则上说了，平行线的两个端点其实是同一个。”路路蹦说道，“不要去摹想，干脆接受得了。接下来，咱们还是跟着原来那一对平行大象走吧。顺着原来的方向走，看看会到什么地方。”

于是，他们又接着顺原方向走去。维琪那侧没穿鞋的后底尖又开始疼了起来。她刚想开口说说这件事，刚好路路蹦示意她停住，说道：“我们



到了。”

“到哪儿了？”

“该你告诉我呀。瞧那儿有什么东西？”

维琪顺着路路蹦的双角角尖所指的方向看过去，“我的那只鞋！”

“这说明了什么？”

“说明咱们又回到了原来开始的地点！你是对的，生活在这个平原的大象们，看来的确是沿着圆圈行走的！”她回过头来查验，果然看到有一对平行象向远处的地平线方向走去、相聚，然后又分开。通过太虚感传器的放大功能，维琪看到自己正站在那只遗忘鞋子的旁边。对了，穿鞋呀！她拾起这只偶然失落的鞋子，往自己光着的后底尖套去，可是——

鞋子不“合尖”了。

维琪检查了这只鞋子。

“不对呀，这是给左尖穿的！我忘掉穿的可是给右尖的！”

“朝太虚感传器看看嘛。”路路蹦说。维琪照办了。从远处望去，感传器里的鞋子的确是给右底尖穿的。

“你从太虚感传器里看到的鞋子，就是你现在眼前的这只。”路路蹦说。

“可它又怎么变成了给左尖穿的呢？”

“鞋子并没有变。是**你**变了。你变成了左‘尖’系——地球人则会叫‘左手系’——的维多利亚啰。诚然，我**知道**你是一条线，因此形体并不会有变化。可是，你有左和右的感觉，而**这种感觉起**了变化，结果感觉左底尖是右底尖，而右底尖成了左底尖。这就如同你通过一面镜子发生的改变一样。只是这里**没有**什么镜子，射影平原是个只有一个面的平面。我们并非像三维国民那样，站在这个平面之**上**，而是置身于这个平面之**内**。射影平原有如一幅画，我们在这幅画内动来动去，正有如画布的笔触。所谓有关射影平原的几何学，就意味着如果沿着一头象——一条线——不断移动，当再回到原来的出发点时，就会成为自己的镜像。”

维琪不高兴地叫了起来：“我需要另外一只鞋！这只鞋不‘合尖’！”

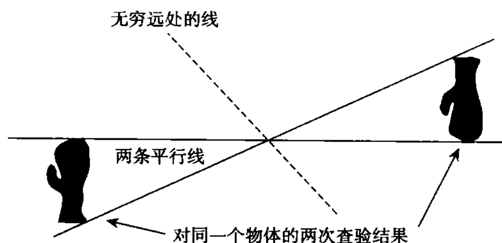


图 7-3

路路蹦关心地看了维琪一眼。“你也累了吧,”他说,“把鞋递给我,在这儿等着。我一会儿就回来。”说毕,他就拿着这只错配了底尖的鞋子,顺着大象走的方向走了。维琪看着他越走越远,缩得越来越小……

……有谁在维琪的肩部位置拍了一记。

这使她跳了起来。

“对不起。我原先以为,你会看到我走过来的。”

“我刚才一直在顺着你去的方向张望呢。”

“在这个射影平原,来和去是一回事。不管怎么说吧,拿回你的鞋子。”

“还是原来那一只?”

“那还用说。你总不会认为,我能用空气给你造出鞋子来吧?是不是?”

“要是这样,鞋子就没有用。我刚才试过了,不合尖。”

“现在再试试看。”她照办了。鞋子很合适。

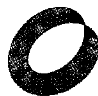
维琪将这段事前前后后仔细琢磨了一通——“噢!现在我明白了:如果鞋子走了一圈,它会拧个个儿。再走了一圈呢,就会再拧个个儿……”

“结果回到最开始时的样子。”路路蹦说。

2099 年亥月 11 日,周丙

我亲爱的日记:

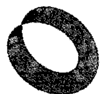
我丢失鞋子的体验使我相信,射影平原当真是只有一个面的平



面。这个唯一的面起到了有如镜子的作用，只是不需要穿过这面镜子，而是沿着这个面一直走就是了。

此外，射影平原会反映出**投射过程**的几何结果，而这是很重要的。比方说，我现在就懂得了，在拍照时，照相机都是将外面的世界**投射**给底片。路路蹦说过，通过射影几何学，就可能通过真实事物与其照片的对比，判明当时拍照时照像机的位置。（至于如何判明，就请不要问我了，对我来说，具体做法未免技术性太强了些）。总之，只有一个面的空间还是有用的呀。

这个世界很有趣，是不是?



第八章

有关葡萄的学问

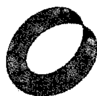
二维国民可谓情感丰富哩，路路蹦想。好端端地，维琪就能说发火就发火。他刚才只是在解释射影平原几何学知识的幽微精妙之处，与二维国的社会不沾什么边呀，怎么会得罪了维琪呢！正想着呢，他突然悟出刚才是怎么回事了：在他看来本是竭尽阐幽发微之力，却被听者认为是恃才傲物之举呢。这真使这位能干的路路蹦难得一见地泄了气。他的过度的热心，让维琪这个小二维国民觉得受了伤害。他得干点什么，好让神采奕奕的目光，重新回到她眼睛所在的顶尖处。

当然啦——就干那个！

当时，维琪正走在两头平行象——两条平行线——之间，他也赶紧走了过来："我不了解你，"他说，"但咱们一起小酌一番，会有助于实现这一点。我知道一家绝佳的酒吧，从数字做几次超空间跳就到了。吧主是只鼋鳖，拥有自己的葡萄园，酿出的酒是顶尖级的，都是名酒。一道去品一品?"

维琪立即来了精神。酒吧！听起来可比沙漠带劲多了——况且还与超空间有关呢。几分钟后，他们就来到了这家名叫"奔鼋吧"的酒店。它是一栋超现实派建筑，座落在999999999959区块，是泛空间中的一处时尚地域，堪称独一无二①。不仅如此，从这间酒吧向外眺望，能看到锥面奶牛

① 原文为prime，即有"第一流"之意，又是数学名词"质数"(素数)。本章讨论有限空间几何学的内容涉及到质数，故作者在这里搞了个双关用法。译文中则以"独一无二"一词近似表示质数只能被1和自己整除的性质。——译者



在悠闲地吃草，还能欣赏到周围不少美景——伽罗瓦域、和田湖群、魔鬼楼梯等都尽收眼底①。

在数宇的另外一个地方，方方先生一家老小正在用晚餐。

“我真盼着维琪能回家。”莱斯特突然冒出这么句话来。

裘碧丽只觉得浑身发僵。事情都过去好几周了，莱斯特第一次提到了姐姐。

“妈妈，数美利加是个什么地方呢?”贝克莱问。他这么一打岔，真好像是给掉进水里的裘碧丽丢去一个救生圈。

“这个地方是……是个数它最美丽的地方，”她说，“那儿的房子大，车子大，吃的东西也都做成大片。”

“狗和猫也都大吗?”莱斯特眼睛瞪得大大地问。

“这个嘛……不大。那儿的狗和猫个头大概跟这儿差不多，而且也和这儿一样是星形的。”

“他们都吃什么大片饭食呢？大牛肉片?”

“嗯……大片的牛肉，还有面包。他们好像管这种东西叫侏罗堡。”

“一准是叫牛肉包，亲爱的。”格罗夫纳说，“要是叫猪肉包，那就应当是用猪肉做的了。”

“记得有谁告诉过我，”裘碧丽不很有把握地说，“叫这个侏罗堡，是因为有个叫侏罗堡的地方发明了这种食物，跟猪肉没有关系。侏罗堡那儿的居民用的是牛肉，但一叫侏罗堡，就把大家弄糊涂了。他们怕是有意这样叫的呢。”

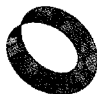
“是吗？我可不晓得。”格罗夫纳说，“压根儿不晓得。”然后就不吭声了。

“维琪已经吃到侏罗堡了吧?”

“当然啦，”裘碧丽说。“她现在就跟所有的当地居民一样了呀!”

---

① 伽罗瓦域、和田湖群与魔鬼楼梯均为数学名词，又同时带有地理学色彩，故被作者用在这里作为景点的称呼。（魔鬼楼梯还的确是苏格兰的一处著名山峰的名称。）——译者。



“她现在是不是正在吃侏罗堡呢，妈妈？”

“大概是吧，宝贝儿。”

“维琪快回家了吧，老爸？”

裘碧丽看到了格罗夫纳的表情，因此试图将话题转到安全的轨道。“不会很快，莱莱。不会很快。”

“为什么呢？她是不是开心得很，不想回来了呢？”

这小子怎么想到了这一出呀？格罗夫纳琢磨着。

“我相信她一准有开心事，莱莱，”裘碧丽说，“可决不是开心得不得了。不是那么回事。她得在那儿呆上好一阵子呢，因为……因为……”

“因为她在工作，很努力地工作，特努力地工作。”格罗夫纳说。

“是呀，就是。”裘碧丽接茬说，“我相信维琪现在正努力工作呢。”

奔鼋吧的店主是一只大鳖，斟酒调酒，都由他自己张罗。酒吧间设有一个舒适的露天吧台，安放着不少铺着桌布的小酒桌。这里午后会起风，因此迎风一面还挡了起来。只有一个不尽如意之处，就是这里到处都爬满了小小的橙色蜗牛；地面上有，扶栏上有，有些小桌上也有。

“这个地方怎么叫什么**奔鼋吧**呀？”维琪问，“这位鳖先生可是不怎么动弹呢。”

“你听。”

维琪竖起了耳朵。这时，她就听到了鳖先生在低声自言自语：“……等于 796，5 加 796 等于 801，12 加 801 等于……”

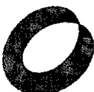
“他在做加法题呢！”

“一点儿没错！流水加法演算。所以啦，这家店才得名‘奔鼋’[①] 呀。”维琪朝路路蹦轻轻戮了一底尖说。

鳖先生也有过类似于维琪的经历——泛空间发生的一次随机涨落，将他从原来的所在地弄到了这里。他觉得新地方好过家乡，就决定在数字立

---

① 这又是作者的一处谐音处理——“流水加法”（running total）和“奔鼋”（running turtle）在发音上相近。——译者



业。他开了这家酒吧，自己当店主，还找了两个来数字定居的移民合作经营，负责酒吧的食品。两个合伙伙伴一个叫大灰狼，另一个是小肥鸡。

维琪一眼就看出来了，奔鼋吧遇到了麻烦事。

“好你个四面珠，真是个缺德倒霉蛋！”鳖先生怒气冲冲地说道。

“你说什么？我可没说话呀！恐怕你是……”维琪说。

“还有九连串、三角香、下梯紫、平头玉、多边甜，特别还有圆圆蜜，你们统统都是缺德倒霉蛋！”鳖先生又怒气冲天地加了一大串。

“你都说些什么呢？”

“葡萄啊。我栽下了 7 种——7 加 813 等于 820——不同的实验品种，想看看哪些能酿出好酒来。我打算将它们栽到我的葡萄园里。我的葡萄园就在那个能够俯瞰伽罗瓦域的地方。糟糕的是，这块坡地窄了点儿，每一条地上只能栽下 3 种——3 加 820 等于 823。而且，我还想尽量减少不同土壤和不同泛空间光照环境的影响。”

“你种了 **820** 种不同的葡萄？”

“没有，只种了 7 种——7 加 823 等于 830——在刚才我说的那些数里，只有小的那个才是有用的。可我不敢具体告诉你，因为我只要一说出来，就有什么力量逼着我把它加到流水总和里去。这是我的习惯，弄得我无法……”

“就栽培葡萄的技术而论，”路路蹦老实不客气地插了进来，“良好的实验方案和假设检定，对减少错误能起根本作用。”

“朋友，你所说的，凡是我能听懂的，我都同意。我也曾拟定了若干我认为有可能起作用的设想呢。”说着，鳖先生便劲头十足地拿出一张纸来，上面写着这样的内容：

> 7 个品种的葡萄，栽进几个地块里。每个地块里都栽 3 种，而且要保证满足如下的条件：
>
> - 任选出的两个地块中都会有、并且只会有一个共同的品种。
> - 任选出的两个品种都会栽入一个地块。

“条件说得很明白，”维琪说，“你遇到什么问题了呢？”

“我无法做出安排，让这两个条件都得到满足。”鳖先生沮丧地说。

“你有什么主意没有?”路路蹦问维琪道。

“连根主意毛儿都没有。”她回答道，一面将几只小蜗牛拨拉到地面上。“鳖先生，您得谢天谢地，感谢自己的问题不是几何上的呀。要不然，我们这位邪门的路路蹦，会给您的脑子里，塞进一大堆什么相交于无穷的平行线、什么弯成圆形的直线、还有只有一个面的平面什么的!”

“难道你没看出来，鳖先生的问题听上去很像属于**几何学**的内容吗?”路路蹦问道。

“几何学？这可是种葡萄哇！说到葡萄，我可觉得饿了。”

突然间，“嗖”地一下，冒出来一个矮矮壮壮、身上披着羽毛、头上生着橡皮鸟嘴的家伙，把一份菜单放在她的面前。

“哟……谢谢啦。你是谁呀?”维琪问道，被这个突然出现的家伙吓了一跳。

“我是小肥鸡。今天的特价餐是糖浆老鼠串，搭配奶冻鱼鲞或者水草布丁，两种选一。”

维琪做了个怪相，顺着菜单看了一遍，点了一份水果沙拉，一面心里嘀咕着，拿不准一会儿端来的会是什么东西。

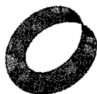
“葡萄也跟几何学搭界呀，”路路蹦以肯定的语气说，“数学是无处不通用的，其真知可以广施。这里给你举个例子：如果把‘地块’换成‘直线’，再将‘葡萄品种’改成‘点’，这么一来，鳖先生的问题就变成了：

> 7个点连成若干条直线。每条线上都有3个点，而且要保证满足如下条件：
>
> - 任选出的两条线都会有、并且只会有一个共同交点。
> - 任选出的两个点都会被连入一条直线。

看见了吗？就是几何嘛!”

“这个嘛……”鳖先生说，“要知道，葡萄虽说小小的、圆圆的，可总不能说是点；而地块再长、再窄，也不能算是什么线呀!”

“这话没说错，不过风马牛。”路路蹦说，“我们所涉及的问题，是物



体**排布**的抽象性质，而不是物体本身的什么。从逻辑学的角度看，名称不同，并不会影响到性质。正如一位名叫戴维·希尔伯特①的地球人所说的，哪怕是将‘点’、‘线’、‘面’换成‘杯子’、‘椅子’、‘桌子’，几何学的逻辑结构也不会因之改变。名称是无关紧要的。”

“可要是将我的杯子换成点，我大概是不会高兴的。”鳖先生说道。

“这是**什么样**的几何呢？你说，它会是欧几里得几何吗？”路路蹦向维琪发问。

“嗯——不能够。”维琪说，“这应当是一种不带平行线的几何学。因为这里有一个条件，就是**任何**两条线都会有一个相交点。这在欧几里得几何中并不成立。”

路路蹦起劲地点起头来：“对啰。可这个条件在**射影**几何学中是成立的。因此呢，鳖先生的这个小麻烦实际上涉及射影平原——**有限的**射影平原。这是一个几何问题，不过是一种涉及有限点数的多点问题。具体到鳖先生的问题，就要用到路路蹦崽。”

“**路路蹦崽**？”

“他们是我手头现有的最适合的材料。我倒是也能用葡萄来干，可这里又见不到葡萄。在这个露天吧台上，不知怎么搞的，倒是有不少路路蹦崽哩。”路路蹦指着一些小活物说。原来，他们就是维琪当成蜗牛的小家伙。“现在一准是孵化季节。可以前怎么从来没有谁跟我提过呢？”说着，路路蹦闷声吹了一声口哨，就有7个小家伙——它们浑身橙红色，头上生着细小的触角，的确像是没有壳的蜗牛。他们顺着桌腿爬上桌面，在路路蹦面前排成一个半圆形。

“路路蹦崽！”鳖先生无奈地叫道，“他竟然想用他们给我解决种葡萄的问题！”

从1到7的七个数码，变戏法般地出现在这些小崽的身上。“这七个小家伙就代表着你那7种葡萄——四面珠＝1，九连串＝2，如此这般。明

① 指德国大数学家戴维·希尔伯特（David Hilbert，1862～1943）。——译者

白吗?”

鳖先生点了点头，他简单没有表示异议的力气了。

“听好了,”路路蹦对这些小家伙说，“我要你们排成七条线，每条线上各有三个。明白了没有? OK。1号，2号，你们俩各自找个地方站好——行了，就这样吧。接下来，再出来一个，可以，就是你6号吧，我看到你自愿出来，你站到刚才那两个的中间。好的。现在有了一条有三个点的线了。再接着是3号，你随便找个地方站着，但不要站在这条线上，站到旁边，好，挺好。4号，你就站到2号和3号中间别动。至于5号嘛，你在1号和3号中间站定了。太棒了。现在有了三条线啦。”

“那我呢?”7号崽尖声尖气地问。

“噢，嗯——你就站在中心位置上，好不好? 现在，4号、5号和6号都稍稍挪挪窝——注意，动时要保持刚才排成的直线。这样一来，直线就又多出来三条。4号，你移动些许，同1号和7号连成一条线，同时仍与2号和3号排齐了，好不好? 成了。5号，你也照此办理，同7号和2号，以及同1号和3号对齐。6号呢，你既要保持同1号和2号的连线，还得跟7号和3号也排直了。

“太棒了! 现在，我们有了六条线了。维琪，这第七条呢?”

“我看不出来。”

“不是这个意思。我是说，如果有了这条线的话，它得怎么着呢?”

“不晓得。”

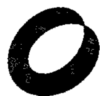
“还记得鳖先生的条件吗? 过任意两个点都有一条连线，而且任意两条线上都有，并且只有一个交点。看看4号崽，它正在跟哪些小崽子们连成了线?”

“嗯……7、1、2，还有3。”

“没有5和6吗?”

“怎么说呢……他和5是连成线的，跟6也是，但这三个并没有连成一条线。”

“看起来是这么回事。假设4与5是连成线的，那这条线还得同1号、



2 号和 6 号连成的线交在某个点上，才能符合鳖先生的条件。那么是交在哪个点上呢?”

“嗯——不可能是 1 号，因为 1 号和 5 号都已经在 1 - 5 - 3 这条线上了，而两条线都包含一和三两个点的情况是不容许的。也不可能是 2 号，因为 2 和 5 都已经在 2 - 7 - 5 这条线上了，而两条线都包含 5 和 2 的情况也是不容许的。因此只剩了一个 6。”

“对啰——”

“不成的，因为 4、5 和 6 弯成了一个圆，不是连成直线。”

“对啰。”

维琪露出喜色。

“——可也错啰。戴维·希尔伯特怎么说来着?”

“好像杯子什么的……啊，对了。‘直线’不一定非得看上去像是直线不可。”

“正是。特别是由于这里说的是有关土地的安排。我们就认为（多可爱的字眼!）4、5、6 这三个点构成了第七条‘直线’好啦。这样一来，靠了这个奇迹，我们看到鳖先生的条件都得到满足啦。”

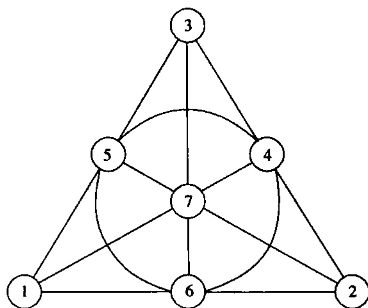


图 8 - 1

小肥鸡把维琪点的东西端了过来。维琪放心地看到，这份水果沙拉的确是用水果和蔬菜拌成的。有覆盆子浆果，还有小水萝卜。小肥鸡在维琪身边坐了下来。

“对于最初的那个问题，”路路蹦说，“我刚刚将所有的三‘点’一

‘线’的情况列了出来，就是这份单子。

1 - 2 - 6

1 - 3 - 5

1 - 4 - 7

2 - 3 - 4

2 - 5 - 7

3 - 6 - 7

4 - 5 - 6

1 到 7 是这七个号码所代表的不同葡萄品种。这份单子就对应着七个不同的地块，每个地块上栽着三个不同的品种。所要求的两个条件都得到了满足——一是‘任选出的两个地块中都会有、并且只会有一个共同的品种’：瞧瞧头两个地块，一个是 1 - 2 - 6，一个是 1 - 3 - 5，1 是唯一的共有品种；2 - 3 - 4 和 4 - 5 - 6 则有 4 这个唯一共有品种，如此等等。二是‘任选出的两个品种都会被栽入同一个地块’，这也是成立的：比如，品种 1 和品种 5 就只在 1 - 3 - 5 中，不在其他别的地块内；品种 3 和品种 6 就只在 3 - 6 - 7中。你要是不信，就从头到尾全部检查一遍好了。

小肥鸡有些不大相信：“可那条弯线是不是……”

“那条线只好画成弯的，小肥鸡。这里的‘点’和‘线’，都不是真正意义上的点和线，而是葡萄品种和地块的代表。看看这份单子好了。问题不是解决了吗！难道你会在乎有一条‘线’是弯的吗？”

“嗯……不会。线弯还是不弯，都不会影响鳖先生对葡萄品种的安排，这是没错的。”

“绝对不会影响。有限几何学就只研究组合，它实际上都并不真地需要画什么图形。”

“可图形还是有用的，”维琪说，“图比数字表单要容易记忆得多。从这张图上能够看出它满足所有的条件，而无需费劲地逐一检查。”

“太棒了！”鳖先生说，“我这就去告诉大灰狼，让他明天就去栽种。与此同时，也许你和你这位女友，愿意陪我一起去舒舒服服地品品葡萄酒吧？”



酒过数巡之后，大灰狼在不经意间，也提到自己打算试验一些葡萄品种。“我手里有 13 个品种，而且地块也都大些，每个地块上能栽植四个不同的品种。不过，我也想按照鳖先生的那两个条件弄。”

“真来劲!”路路蹦一面自言自语，一面飞快地动着脑筋。13 个点，每 4 个排成一条线，每两条线有一个、且只有一个交点，每两个点都连在**一条特定的线上**。**这**是又一个**有限射影平原上**的几何学问题嘛！“这个问题能够解决。”为了取得对方的尽量合作，他又补充说:“要想知道答案，你就得让我**用我的方式**进行。我的方式，就是除了给出答案，还要对其来龙去脉进行说明。”

“这是干什么呀?”大灰狼问，“我只是需要一个答案而已。”

“大灰狼，我告诉你，只给结果不说原因，这不是搞数学，而是变戏法。知道了原因，以后再遇到类似的问题，就有可能自己解决。”大灰狼接受了，只是多少有些不情愿。大家都来到了露天吧台，共度一个长长的下午。小肥鸡端来了干果和橄榄，主客觥筹交错……

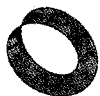
“我们不妨从通常的欧几里得平面和射影平面这两者间的联系谈起，”路路蹦讲了起来，“要想得到射影平面，就得给欧几里得平面增加一条额外的、‘位于无穷处的线’，而欧几里得平面内的每一个**方向**，都应指向这条线的一个点。如果有一组平行的直线，都指向同一个方向，那么，就应当认为它们应当在这条位于无穷处的线的这个点处相交。对不对?”

“我是绝对不会有异议的。”鳖先生一面说，一面喝下一杯香醇的红葡萄酒。

“我也这样相信！接下来，咱们来研究一下对射影平面的有限模拟。为此，咱们得从对欧几里得平面的有限模拟开始。维琪，听到这里，是不是你觉得耳熟?”

“这种多——边甜葡萄酿——酿的酒可真——真好。对不起，路路蹦，你——你说什么来——来着?”

“‘对欧几里得平面进行有限模拟’这句话，是不是你听了觉得耳熟?”路路蹦重复了一遍，语气中有了些不快。



“我的脑袋有点发飘，可还没有糊涂。路路蹦，你可别对我说‘觉得糊涂’!”

“双位区呀，维琪！这不是对欧几里得平面的四点模拟吗？两个坐标、但只取 0 和 1 两个数字……还记得吗?”

“噢，对了，那些电邮通信。”

“四个点构成一个方形。”路路蹦说，但开始觉得在座的各位似乎并不在听。“现在，咱们得决定在这种几何学中，‘直线’应当是什么样的。这并不难，它们是该方形的所有边棱及其对角线，还得在无穷处再加上一条线。方形的上边棱与下边棱不相交，因此是平行的，我们在无穷处给它们对应一个点。类似的，对左边棱和右边棱也照此办理。两条对角线则构成了第三对平行线。”

“可方形的两条对角线是**相交**的呀!”大灰狼表示不同意。他把眼球翻成斗鸡眼状，向远方瞪去。

“在格点研究领域中可不是这样认为的,”路路蹦说，“在**此种**类别的欧几里得平面上，只有方形的四个角位被认为是存在之物。对角线并不在某个角位上相交，因此方形的中心位置不算数。既然不在**格点**上相交，我就认为它们是平行的。”

“我看可以这么弄。”大灰狼说，一面又开了一瓶酒。

“这三组平行线决定了无穷处的三个额外的点，过这三个点又是一条线。这样，整个系统就是 7 个点和 7 条线。当然，它其实只是前面我曾提到过的那个 7 点、7 线射影平原的一种化装面目。”

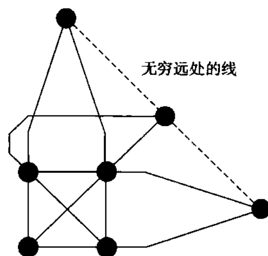
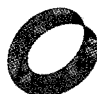


图 8－2



“妙哉！”大灰狼嚷了起来，可又接着叫道：“不妙！不妙！我的地块上栽着 13 种不同的葡萄，因此需要有 13 个点，而不是 7 个。”

“别着急。我会处理的。”路路蹦说。

“这就处理?”

“再等一小会儿……要造出一个有 13 个点的射影平原，方法是同样的，但要从 3×3 的格点开始。这样的格点系统上有 9 个点，‘平行’线则是三个为一组。可以明显看出的平行线组是：水平线条 1-2-3、4-5-6 和 7-8-9,竖直线条 1-4-7、2-5-8 和 3-6-9。不过，另外还有两组平行线组——它们的有些线条是‘移位另接’的：一组是 1-5-9 和由两截接成的 2-6-7 和 3-4-8，另一组是 7-5-3 和两截接成的 4-2-9 及 1-8-6。现在大家要做的，就是再在无穷处加上一条线，线上有 10、11、12 和 13 四个点，每个点对应着一组平行线……这样一来，不就是一个有 13 个点的射影平面了吗！”

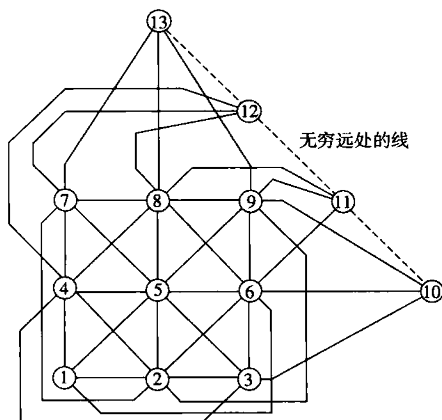


图 8-3

“大灰狼，如果你有兴趣，就可以根据这个图，写出一张安排 13 个品种的单子，让每个地块上有 4 种葡萄，而且符合你的条件。”

“这可太神了！”小肥鸡说，“让我来试试看。我要弄个 4×4 的格点……”

“且慢，不成，你……”

“……我能行！别分我的神，路路蹦。我很快就能弄出个门道来……”

两个小时过去了，太阳已快落山了，小肥鸡的眼神有些呆滞。酒是早就喝光了，不过，这并不是他发呆的原因。“我弄不出来，”他终于说道，“要么线上的点数太多，要么通过点的线数不够。”

“一开始我就要告诉你这个的，”路路蹦说，“这个方法不能用到 4×4 的格点上。这是因为 4 不是质数。要想用正格点，格点大小必须是**质**数。比如，5×5 的格点就可以用这个方法求解，会得到 6 组线，每一组各有 5 条‘平行’线。最后的射影平面，一共有 31 个点，每条线上都有 6 个。”

“这些个诗-诗-数，是-是-是怎么勒-勒-来的?”维琪问道。

“你看，每条线上的点数——**不**包括位于无穷远处的情况在内——称之为射影平面的阶数。连同无穷远处在内的总的点数，应当是 1 加射影平面的阶数，再加该阶数的平方。每条线上应当有比阶数大 1 的点数，而直线的条数就等于点数。因此，如果阶数为 2，每条线上就有 3 个点，而全部点数共为 $1+2+2^2=7$。如果阶数是 3，每条线上就有 4 个点，全部点数则有 $1+3+3^2=13$ 个。就是这样。”

“哪些级-级-阶——呃——可-可-可以-用，路-路-路路蹦?”

“所有阶数是质数的乘方的射影平面——2、3、4、5、7、8、9、11、13、16、17、19，如此等等。”

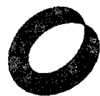
“哪些不是的呢?”大灰狼问，“比如说，阶数为 6 的?”

“那就不好说了。地球人知道、而且都知道一个世纪了，阶数为 6 的射影平面是不存在的。如果给你 43 个点，是不能够把它们排布在 7 条线上，并使它们满足每一对线都有唯一的交点，且任意两个点都唯一地出现在一条线上的要求。所以，大灰狼，如果你有打算实验 43 个葡萄品种，还想在每个地块上栽种 7 种，那可该着你不走运哩!”

“不会的，我不会不走运的。我的运气一向不赖。”

“我只是打比方。”

“我也一样。”



路路蹦叹了口气，接着努力下去："后来又取得了很大进展，阶数为14、21和22的射影平面都被证明无法解决。还有许多——无穷多的阶数的情况也得到了解决。然而，目前仍有不少阶数属于未知之列：10、12、15、18、20等都是这样。这类问题很困难，因为涉及的可能性太多了。就以10阶的情况为例：有关的点数是111个，需要将它们排布在11条线上。具体的排布情况实在是太多太多了，不可能都一一试过。不过，一个叫兰姆-西尔-斯沃茨-麦凯的地球人①，借助计算机证明了10阶的射影平面是不存在的。这一证明，他时断时续地进行了10年才告完成。12阶的情况目前还没有定论——诸位是否有兴趣一试？当然，沿着同一方向的努力，可能会长上几百亿倍，不过……"说到这里，他发现在座的其他成员早已酣然入梦！

这里讲得热火朝天，他们却呼呼大睡，真是岂有此理！路路蹦也端起了酒杯，畅饮了一番，随之服从了大多数。

① 实际上这是四位数学家，一位是加拿大人克莱门特·兰姆（Clement W. H. Lam），其余三人均为美国人：拉里·西尔（Larry Thiel）、斯坦利·斯沃茨（Stanley Swiercz）和约翰·麦凯（John MacKay）。——译者

第九章

几何是什么?

2099年亥月13日，周戊

我的宝贝日记：

你问我目前感觉如何?

既然你问，我就实话告诉你——有点高了。对一个二维国民，此种状态实在罕现。二维国民通常要是喝了酒，一觉过后并不会留着残醉，只是会感到胀痛。不过我现在感到的可不是胀痛，而是的的确确的高飘感觉。

我过去从不曾认识到，听了有限几何学，竟会产生如此强烈的生理反应!

然而，我此时写这篇日记，却不是因为这个。昨天半夜里，我突然产生了一个非常重要的想法，我得把它记诸文字，免得将来忘记。这个想法是这样的：

几何学到底是什么东西?

日记呀，我的挚爱!你恐怕立马就能看出，这个想法真是**灵光乍现**!（维琪这样说自己，还是挺谦虚的哩!）你看，路路蹦没完没了地塞给我一大堆不同的几何学，怕都不止一打了。可我居然一直没能想到，这一大堆几何中缺了些什么。什么呢，就是某条**组织原理**呀!

是有限射影几何使我认识到这一点的。在接触到这门几何之前，我头脑中对几何的基本印象就是空间，而空间应该是连续的。连



续——大致说来就是一片摊开来的存在吧？也就是说，连续是你能够设想在它里面移来动去的地方。

连续可不是指区区几个小点点。

是的，我知道是路路蹦把我领进双位区的，也知道是他带我见识了叁位域。不过，他谈的那些关于沿着边棱的距离，都使我认为它们无非是显示欧几里得空间中的一些特别的零七八碎，是在强调一些边边角角。现在我的视界比较清楚了。重要的是边边角角间的关系，至于其他的内容，其实大可不必考虑。而在研究这些关系时，也都会涉及到有限几何学。

在刚刚过去的12个小时里，我曾从小睡中醒来一阵，也就是在这个时候，我悟出了一点东西，这就是我其实根本不知道几何为何物。正因为如此，我这才向**你**，我最亲爱的日记，一诉衷肠，为的是做好准备，一旦路路蹦也一觉初醒后，我再去麻烦他。不过，从他简直同面团鼠同一水平的打鼾来看，我且得等他一阵子呢。

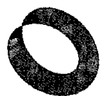
“你是说，你现在还没有闹明白？”路路蹦表示不相信。“我给你看的东西可太多了——平面欧几里得、三维欧几里得、高维欧几里得、分形、射影、拓扑、有限射影……这都不过是我随便提到的，但却都是几何学的突出例子啊。可你**还是**不知道你所面对的是些什么吗？”

“没错。在我看来，我见识到的都只是些碰到拾来的东西，彼此间都没有关系。”

“哎呀，老天爷，”路路蹦现出一脸苦相。“看来我的工作做得并没有我想象得那样好。”说着，他把自己的两只角搭到一起互相搓着（这可不是件容易做出的举动），好激发出些灵感。“嗯……嗯……嗯……啊哈！有了！咱们得回到二维国附近呆他一阵子！”

“你是说，我能去看我爸我妈了吗？”

“这个当口去找他们，我觉得不合适。真的不合适！这只会让他们惦记你，还可能造成二维国当局找他们的麻烦。”



“咳!”维琪叹了一口气，说不出是因为失望还是解脱。这一阵子，她过得实在开心，因此虽然想家，却并不想回去。不过，要是能跟家里通个信什么的，倒是挺不错的。可另一方面，她又能说些什么呢？她要不就得撒谎，要不就得被认为是在侃山海经。

几个小时后——这是主观感觉到的时间，他们飞到了同二维国所在的欧几里得平面隔开一点距离的地方。泛空间的一个维度隔开了他们与二维国，而这个维，不妨以“上下”称呼之。

路路蹦心思缜密地选定了一处远离维琪家宅的地方，免得勾起后者的思乡病来。他选定的这个地点位于城市的边缘，居民多是二维国内边数不多的多边形——差不多都是等边三角形和正方形，没有大富大贵者。他们看到这些居民在沿着街道来来往往，进进出出。

“看呀，”路路蹦说，“你看见了吗?”

“看见什么了呀?”

“几何学的本质呀!”

“没有。我只看到一堆多边形前去工作。”

“你没有隐隐看见一种普遍的行为模式或者说原理，能够将我们已经涉猎到的所有的种种几何学的内容都统领起来吗?”

“老蹦哥呀，如果是隐隐的，那它可隐得太深了。我的观察力固然敏锐，也没能注意到一丝一毫。”

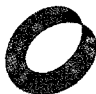
“不过，你一定看到了这些多边形在移动时，伴随着又发生了什么吧?”

“什么都没有发生。”

“**好聪明!**”路路蹦高兴地一蹦好高。“我一说你就把握到了。嘿，真是吉星高照的一天!”

“你这么‘叽（吉）’呀‘咕（高）’的，指的是这个平面里的什么呀?”

路路蹦停止了蹦高，脸上的表情也变成了“∩”，“你……你刚才只是猜测?”



“老蹦哥，我不知道你指的是**什么**。也许是无知，是吗？”

“可你的确看到了，当多边形移来动去时，旁的什么都没有发生，是吧？”

“我无法想象**还能**发生别的什么事情。”

路路蹦的“U”表情重新出现了：“等我重调一下太虚感传器的视域，把我们正在观察的这部分二维国也收进来，你就会收回你刚才那番声明啰。”

二维国那里……瞧呀，太虚感传器里的形象摇曳起来了……突然间，所有的多边形都开始一边移动一边变形。刚才还是中规中矩的等边三角形，如今却扭成了盘绕拐曲的形状，甚至都看不出三角形的样子来了。方形也变成了椭圆形、尖角十字架形或带弯边的不等边六边形。有些个子缩小了，另外一些却大了十倍。

真是乱七八糟。

维琪竭力控制住自己的恶心感觉，说道：“老蹦哥！你把这些可怜的家伙都怎么着了呀？”

“用不着担心，维琪。他们自己并没有任何感受，仍觉得一切正常。这只是太虚感传器制造的效果。现在你告诉我，在他们没有移动的时候，有什么现象**没有**表现出来呀？”

“他们嘛……没有改变。形状和大小都没有变化。”

“正确。在欧几里得几何学中，物体发生**变换**时的情形就应当是这样的。从效果看，它们是移动，但从技术角度看，则又是另外一回事。在欧几里得空间中的移动，物体的形状和大小都是**不变量**。也就是说，这些量是不发生改变的。”

路路蹦操纵着太虚感传器，让二维国移出太虚感传器域场，维琪看到的二维国的一切，就立即回复到原来的状态。“仔细看好了。每个多边形在移动时，都会发生**变换**。变换的方式多数为**平移**，也就是平贴着移动而不扭动身形。哟，**那个家伙**是怎么回事呀？”路路蹦指着一个小小的、绕着自己的中心不停打转的五边形问维琪。



“那个小家伙吗？那是个娃娃，在玩‘打悠悠’呢。”

“这一类变换得名为**旋转**。除了这两种，变换还有一种类型，但二维国民是无法单凭自己的力量完成这类变换的。不过，如果能从泛空间帮个忙的话嘛……”说着，路路蹦来到一个正停在一栋大型公共建筑旁的一个六边形的上方，将身子歪过来，把一只角插到这个六边形的下面，干净利落地将他抬出了二维国所在的平面。他吓得尖声大叫，像煎饼翻个般地转了一下，又落回到二维国内，但上下却颠倒了。

“这种变换叫做**反射**。”路路蹦说，“如果要不脱离平面而实现反射，就得需要一面镜子。不过，如果存在着第三个维度，反射也可以通过将形体沿着这个新维度旋转的方式实现。”

“可怜的家伙！他可吓得连五脏六腑都移了位了吧！”

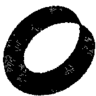
“没错，而且就是照你所说的字面的意思来看，情况也是如此。我不能让他就这么存在下去，因为他的所有内脏都上下调了个儿。他身形内的分子也都如此改变了。现在，他已无法从蛋白质食物中获取营养。假若我让他这样存在下去，他就会活活饿死。所以……”于是乎，这个不幸的受试者又第二次从二维国中被挑了出来，翻了个身，恢复了器官原有的左右关系。如今这个家伙躺在二维国的大街，大声嚷嚷着，却是语无伦次。

“如果进行两次反射，维琪，就可以回到一开始的状态。”路路蹦这样指出，“这是不是妙得很呀？”

“你刚才对那个可怜家伙所做的，实在是有些过分。因此我希望这一番举动能够有所**意义**。“维琪说，态度相当严肃。“要知道，他有可能是我的朋友呢！”

“意义？当然，而且意义不小……你刚才所看到的，是能在平面里发生的刚性运动：平移、旋转和反射。这三种变换标志着二维国的几何学特点，即二维世界中具有几何意义的性质，是在刚性运动后并**不改变**的。这些具有不变性的性质有什么呢？长度、面积、夹角，等等。”

“嗯。”



"至于在别的几何学领域，比如在拓扑学中，允许发生变换的范围就要广得多。像长度、面积、夹角什么的，就都**不是**拓扑不变量。它们可能通过连续变换得到改变，它们也能在射影几何中改变。在射影几何中，允许的变换是射影。因此，直线的射影仍是直线，这就是说，'直度'是射影几何中的不变量。不过，在拓扑几何学中，它便不是不变量了，因为在拓扑学中，是可以将直线弯折的。"

维琪琢磨着这个新观念。"你这是说—— 通过检查允许发生的变换，就可以知道是在哪一种几何学中了，是不是？"

"正是。"

"可是，这仍旧不能说明几何学是何许东西呀！"

"不能，但相距不远了。让我来说一点有关**群**的知识。"

2099 年亥月 14 日，周己

我的宝贝日记：

为了免得遗忘，再给你记篇日记。我要记入的数学内容实在可爱而又难以记住。

空间是由通常称之为**点**的物体所形成的集。不过，这里的点未必就非得是**看起来**像是点的物体不可。其实，由一个平面中的所有三角形所构成的集，也是空间的一个例子。这个空间中的"点"就是三角形。该空间有六个维数：每个三角形的顶点由两个维确定。

根据我之所见，变换其实就是物体在空间里面动来动去的套路。"沿着东北方向不摇不摆地移动 7 个单位距离"、"关于某个镜面的反射"，就都是变换的例子。

几个变换可以结合起来进行，进行的顺序可以改变。比如说，设想有一个正方形。让它"旋转 90 度"，然后再让它"旋转 180 度"，这就是两个接连进行的变换；其结果等同于"旋转 270 度"——这是另外一种变换。路路蹦告诉我，将前面的过程用术语一描述，就是变换生成了**群**——这就是说，接连进行任意两次变换，就是进行了另外一

次变换。

几何就是空间连同该空间内的一群变换。对于二维国的二维欧几里得几何学而言，空间就是一个平面，变换就是所有的刚性移动。对于拓扑学而言，空间就是有关的种种拓扑物体，变换就是所有的连续性变形。对于二维射影几何而言，空间就是射影平面，而变换则是射影操作。凡此等等。

对于给定的空间和变换群，几何的合理概念，就是在该群的全部变换过程中保持为**不变量**的性质。诸如欧几里得几何中的长度和夹角等性质，拓扑几何中的纽结、射影几何中的“位于同一条直线”等，都是相应几何学中不变量的例子。

提出有关几何学的这个概念的，无疑是菲利克斯·克莱因——没错，他是个地球人，前面提到的克莱因瓶也与他有关，是个聪明角色，对吧？这个概念是说，**所有**被想象出来的几何学，其实都是同一个观念的不同版本而已。而这个观念，就是某个空间的群的对称。在我看来，这样的归纳，才堪称高等智慧！

“可是，几种**有限性**的几何学，又如何与菲利克斯·克莱因的几何观念吻合到一起呢？”维琪这样向路路蹦发问，“如果空间是由点构成的一个有限集，我可看不出来该怎么使物体在其中**移动**。”正说着，她又想到了另一个疑窦:“分形又同这一观念如何吻合呢?”

“啊哈。这些几何**也都**是同变换有关的。至于分形嘛，分形几何学中允许的变换，是李氏态射。”

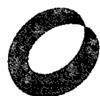
“噢，有了就好……请你再说一遍!”

“李普希茨微分同胚态射①。”

“是嘛？这就成了呗！真有你的，老蹦哥!”

“你这是在损我吧?”路路蹦说,“听我解释，粗略地说，李普希茨微分

① 以提出这一成果的德国数学家鲁道夫·李普希茨（Rudolf Otto Sigismund Lipschitz，1832～1903）的姓氏命名的数学理论。——译者。



同胚态射这种变换是介于拓扑变换和刚性变换之间的。它不同于刚性变换的地方，是距离可以在变换中改变，但改变的范围有一个限度，因此与拓扑变换中所允许的不受限制的变换不同。

“重要的一点，是形状的分形维数在李普希茨微分同胚态射变换过程中是一个不变量。因此，分形属于几何学，而分形维数是符合此种几何要领的合理概念。”

“我相信你所说的是对的。那在有限几何学中又是什么呢？”

“你看，在有限几何中，变换的是点的**排列**，是给安有标识签码的各点进行变动的方式——如果你愿意，也可称之为重新排布，但在变动时，要保持原有的“位于同一条直线内”这一关系。以有七个点的射影平面为例。如果重新排布这七个点，将1、2、3、4、5、6、7七个标签变为——比方说——4、7、3、6、2、1、5……”

“这串新数字是从哪儿来的呢？”

“算出来的呀，道理很简单，但相当繁复，维琪。不妨将得到这一结果的过程称为‘不盲目的反复试验’。一旦得到前述的新排列结果后，你就会发现，原来的每条直线仍会变换为一条新的直线。”

“我听不大懂。”

“你看，1-2-6是一条直线。重新排布的结果，是将1变为4、2变为7、6变为1。于是，1-2-6就变换成为4-7-1，七条变换后的直线之一。如果你不放心，尽可一一检验。”

维琪真地整个儿查验了一番，路路蹦所述的确为实。“这一结果是保证所有直线全部变换为直线的唯一排列吗？”

“才不是呢。告诉你吧，这样的结果一共有168种。”

“可真不少哟！”

“是不少。这意味着这个七点射影平面是高度对称的。具体说来，它可以有16个对称动作。”

“对于你说的这个‘对称动作’，我可是不怎么明白。”维琪说。

“哟！这可是个顶顶重要的概念呀！”路路蹦说，“在日常言语中，‘对



称’是指什么呢?”

“这个嘛……指尺寸合度? 形态优美?”

“对呀。使用这个词语时，多数是从比喻角度着眼的，不过有时也用它意指较为具体的内容，即某个物体看着是同在镜子里面看时一样——你妈妈不就是这样吗? 数学家称这种性质为‘左右对称’，并且认定对称是一种远为普遍的概念，而左右对称只是最简单的一种。”

“这可没有什么好惊讶的。”维琪说，有点不以为然。路路蹦没有意识到，自己刚才漫不经心地提到了她母亲，是有可能引得她不高兴的。不过，其实他这一提，维琪反倒觉得安慰，让她感觉到自己的家庭依然是存在的，而且还**很近很近**……唉!

“比如说，对你父亲就可以有八个对称动作。”

“这可的确震了我啦。我以前可从来没有意识到，**哪怕是其中的一个**呢。”

“噢，我没说错。当然，有些微小的细节是得忽略不考虑的，比如他眼睛的位置等。他的**形状**基本来说是在八个动作后仍保持对称性的。地球人就惨多了，他们只是左右对称的。这当然很不完美，可就是这么着，他们还大谈特谈其‘人的形体美’云云哩。当然，他们**自己看自己**，自然会觉得很美嘛。可是，以我的审美观衡量，天底下再找不出比橙色皮肤、两只犄角和抿嘴笑的形体更美的了。”

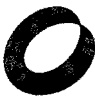
“是咧嘴笑。”

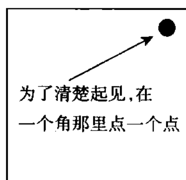
“这两者有什么不同吗?”

“一种是将牙全都露出来，另一种则看不到牙。”

路路蹦迅速改变了话题:“在数学家看来，一个对称动作是指一次**变换**。准确地说，一个对称动作就是使物体在一次变换的前与后看起来完全一样的行为。举例来说，如果有谁将你父亲转一个直角安置，你还在原来的位置看他，那是不会发现基本形状的任何不同的。因此，‘旋转一个直角’就是任何正方体的一个对称变换。

“有时候，这样的变换会存在不只一个。这样一来就是**多个**对称动作





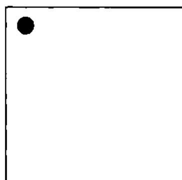


图 9－1

了。你父亲的形状是正方的，因此就属此种类型。欧几里得平面中的正方形具有在刚性运动中的八个对称动作。你能指出几种来吗？”

“嗯……我来说说看……旋转两个直角？”

“对啰。如果‘旋转一个直角’不会改变形状，那么再‘旋转一个直角’也不会造成形状的不同。两次旋转的效果加起来，就是‘旋转两个直角’。还能说出别的吗？”

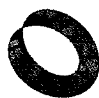
“‘旋转三个直角’！”维琪高兴起来。这个答案来得相当轻易。路路蹦的热情还是有感染力的。

“很好。自然啦，这样的结果，也同‘沿相反方向旋转一个直角’是一样的。”

维琪不解地看着路路蹦：“你说‘自然啦’？可是，这不是换了转的方向吗？而且转的多少也是不同的嘛！”

路路蹦的两只角泄气地发了软。“对不起，我犯傻了。我忘了解释有关‘变换’的一点极为重要的内容。在考虑数学变换时，只有与开始时相比较而言的结果是有关的，而且是唯一有关的。中间过程则一律不予理会。”

“如果你父亲沿着这样一个方向旋转了三个直角——为了明确起见，不妨称这个方向为‘顺时针’，其实，如果换到二维国的另一面去看，那就是逆时针了——他就以某个特定的位置结束。此时，他的总体形状与开始时会是一样的，单凭他的轮廓判断不出是什么特定位置。不过，这个位



置是可以靠观察你父亲眼睛的位置定出的。如果换个过程，将它沿逆时针方向转动一个直角，那也同样能够根据他眼睛的所在确定结果的特定位置。不但能够确定，而且能够看出这前后两个结果是**同一个**位置！因此，从这个意义来看，分别由‘顺时针旋转三个直角’和‘逆时针旋转一个直角’所定义的变换，其实全然就是同一个。”

维琪告诉路路蹦，她对这一点是明白的：重要的其实只有一点，就是每个起始点如何与终到点相对应。对此，她现在是清楚了。

“还有别的什么对称吗？”路路蹦又问。

“让我再想想看……‘顺时针**旋转**四个直角’？打住！如果这样做，一切的一切都跟原来一样。因此，这一个不能算……”

“其实这也得算一个。‘都跟原来一样’也是一种变换，自然不会改变形状！此种变换叫做**恒等变换**——这‘恒等’，自然是‘永远是一回事’的简单称法啦。恒等变换也称**同一变换**，而这种变换，自然对任何形状都是对称的！”说到这里，路路蹦的笑容消失了。“不过，这种对称没有什么意思。当我们说，某个形状是**非对称**的——即不具备对称性时，我们其实是指不具备同一变换以外的其他对称性。所以你看，同一变换是个‘小角色’。不过，在精确的对称性理论中，就连小角色也不能忽略。”

“干嘛不将它剔除出去呢？将对称定义为保持形状不变的任何非恒等变换好啦！”

路路蹦那两片橡皮嘴唇撅了起来：“不是不可以，只不过这会毁掉了物体对称性的一个关键性性质——‘群性’。所谓群性，是指任何两个接连进行的对称变换，都会形成一个对称操作。如果第一个变换可使形状保持不变，第二个变换也可使形状保持不变。那么，使这两个变换接连进行，**形状**肯定也不会改变。是不是？一个不改变，**再一个**不改变，于是乎还是没有改变！”

“这似乎是明摆着的道理，不是吗？”维琪问道。

“是明摆着的。不过，年轻的维多利亚哟，明摆着的事物固然可能是正确的，但**看来**明显的东西，却也往往可能是谬误的。两个对称构成一个



对称，这既是显然的，也是深刻的。由此导致了一门可以称之为‘对称性计算’的学问。在数学里，这门学科被称为群论。不过，我可是有些超前了。你已然说出了你父亲的四个对称动作，可我知道他有八个。”

“另外四个，我可一个也看不出来了。我是说，据我对你刚才所做讲述的理解，‘旋转五个直角’的变换，同‘旋转一个直角’的变换是同一回事。”

“绝对如此。”

“那我就找不到了。”

“我认为能够找到。提示你一句，反……”

“我是反复想了呀！我跟你说过的。可还是‘反想复想，学问没长’……”①

“我刚才可不是要说‘反复’啊！我是要说‘反射’来着。”

“噢，明白了，你方才是具体提示我来着！反射！如果我父亲是站在一面镜子前，他的反射形状仍然会是一个方块！”

“对啦！只是有一样，在多数镜子中，他在平面中的位置会发生变化。不过，有四面镜子不会如此。经过它们的反射，你父亲的形状还会同原来一模一样。”

“这怎么可能呢？我想象不出，如果他站在镜子前面，他的整个形状就会出现在镜子后面。这跟镜子的位置没有关系吧？如果他站到镜子后面的话，那就根本不会照出任何形状来呀。”

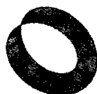
“你并没有说错。可我指的是数学镜子，不是玻璃镜子。这样的数学镜子，是无须站在前面才能反射的。哪怕是站在后面，反射照样能够发生。”

“可这也不成啊。如果我老爸站在这样的数学镜子后面，他的形象不是会在镜子前面出现吗？”

“你又说对了。现在请以数学家的立场考虑问题：‘站在镜子前面’和

---

① 原文此处又是一处文字游戏，利用的是 reflection 的一词两义——一是反射（与变换有关），一是冥思苦想。译文则按原作精神进行了意译。——译者

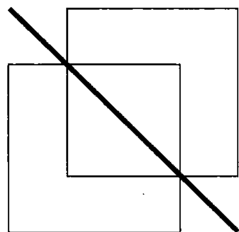


‘站在镜子后面’，是全部可能的选择吗？”

“是呀……不对，不！你还能一部分位于镜子前面，而其余部分位于后面。”

“没错。如果你就是你父亲，要想使从镜子中得到的影像与你自己重合，那得位于镜子的什么位置呢？”

“这个嘛……镜子得从正中间穿过去，”维琪说，“不然的话，从镜子里面戳出来的镜像，就不会同原来的形体相重合。你能明白我的意思吧？”



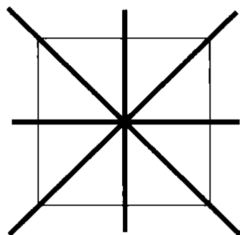


图 9-2

“很好。是不是只要让镜子穿过格罗夫纳的中心，**镜像**一概都能够同原来的形状完全重合？”

维琪从太虚感传器的功能菜单上调用了视觉通道功能，用它进行了几次思想试验。“哟，不是的。即便让镜子穿过正方形的中心，镜像在反转过来后，也可能落于别的位置。”

“又一次正确。不过，在这些个位置中，会不会有一些不属此列呢？我来给你提示提示：它的某个方角的边与镜子所夹的角度，再与反射后的这角度的镜像值相加，将会有多大呢？”

维琪又用太虚感传器折腾了一阵子：“角度会**加倍**。”

“没错。可是，如果正方形的镜像恰好能够同原正方形重叠到一起，这时的加了倍的夹角是多大呢？”

“嘿！是直角哟！”



“对啰……或者是两个直角，或者是三个直角，还或者是零个直角，也就是零度角。”

“所以，将一个方角的边与镜子间的夹角加倍时，如果结果是直角的整数倍……”维琪琢磨着，“那么，原来的夹角就应当是**半个**直角的整数倍——而半个直角就是45度。”

“说的太优美了！就是让我来说，也不可能再好了。所以，正方形的方角边应当同镜子的夹角成0度、45度、90度或者135度。要形成这样的角度，镜子的位置该怎样安放呢？”

“嗯……成零度夹角时，镜子应当是……沿着一条对角线安放。45度嘛……是通过正方形的中心并与两条边棱平行。嘿！90度就是顺着**另外**一条对角线安放。而135度就是也过中心并同另外两条边棱平行的位置。”

路路蹦来回摆动着自己的双角表示欢欣鼓舞：“你得出来了一共有几个反射对称动作呢？”

“四个。”

“再加入并非无关紧要的三个旋转对称动作，以及那个同一对称动作，结果就是……”

“八个。正是你原来所说的。”

“好哇！”路路蹦起劲地上下跳着。“现在我们可以确定，格罗夫纳一共有八个对称动作……”

维琪打断了他，“且慢，你的结论是不是做得快了些呀？”

“做快了？”刚才的蹦跳停止了。

“你告诉过我，希望我以数学家的立场进行思考。我这样思考的结果是问问你，怎么肯定对称动作**只有**八个呢？”

“选定一个方角，然后将它一一叠放在正方形的四个方角上，包括放在自己的上面。等这样做了一次以后，就只有两种放置相邻方角的方式：一是旋转，一是过选定方角的对角线的反射。因此共有八种安放方式。”

“这样一说就清楚了。我收回刚才的反对意见。”

2099年亥月15日，周庚

我亲爱的日记：

我刚刚有了个**妙不可言**的想法！我今天想明白了，为什么我们的先辈将多边形的边数多少和是否形状为正多边形看得那么重要。

其实，真正重要的并不在于边数**多少**，也不在于形状是否**标准**。

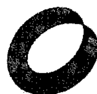
关键就在**对称动作**的个数。

我的老爸有八个对称动作。根据同样的道理，正五边形会有十个，正六边形有十二个。凡是正多边形，其对称动作的个数就是其边数的两倍。正圆的对称动作有**无穷多**个——无怪乎那帮教士那么神气活现呢！当然，如果是近乎于圆的多边形，就可能有一百条边。教士就是这样的多边形。不过，即便不是圆，也会具有**两百**个对称动作，着实不少呢！

另一方面，一个地位卑微的等边三角形只有六个对称动作：三个旋转的，三个反射的；等腰三角形就只有两个了：一个同一的，一个反射的。至于属于“犯罪阶层”的不规则三角形，那就**只具有同一对称**这一个了。

这里还打算输入一点有趣的内容，以备将来的不时之需。我的宝贝日记呀，二维国的妇女具有**两个**对称动作：一是同一对称，二是旋转180度的对称。其实，这是一条技术性的解释，重要不重要有些不好说。对平面内的情况而言，二维妇女的形状可以在**四种**刚性运动过程中保持不变。刚才已经提到了两个。第三个是通过沿着其身长放置的镜子的**反射**。这第四个呢，那就是会将顶尖翻到底尖处的镜面反射。

在一个世纪前的那个由男性主宰的社会中，女性始终是遭到误解的（其实就是到了今天，这种状况也并没有太大的改变，我知道这一点，我亲爱的日记，你也知道这一点。）因此，妇女的情况要另当别论。除此之外，二维国民的社会地位的高低贵贱，几乎完全取决于其**对称群的大小**！



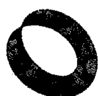
这自然是性选择所造成的结果。据路路蹦说，地球体上也是同样的情况。比如说，那里的雌鸟更愿意同尾羽形状对称的雄鸟交尾。在我看来，对称的外形正向外界宣示着“优秀基因在此”，表明着更好的遗传适应性。恰好选择同具有高对称形体的雄性配偶的雌性（反之自然亦是同样），会诞育适应性更强的后代。因此，不但偏好对称的基因会代代传递，**偏好高对称程度的异性的基因也会辈辈相袭呢！**

这真是振聋发聩！就这样，二维国以往的整个势利眼的社会，突然间得到了这样一个生物进化论的视角。不管你喜欢不喜欢，反正这就是实情！

妇女的对称方式和正方形是一样的（前面已经说过了），然而前者的地位却是卑微的。进化对于两种性别的对等方式不尽相同啊！真是不幸！

争取平等的时候到了。

全二维国的妇女们，联合起来！我们失去的将只是自己的基因！



第十章

浅凹国

对于自己刚刚产生的新想法，维琪很明智地藏在了心里。她不希望卷入涉及性别问题的讨论，何况面临来自数字的种种挑战，已经使她有足够多的麻烦了。现在，路路蹦又一心想同她一起去“寻找新的草场”。

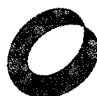
于是，维琪再度体验了一度无法形容且又难以忘怀的空间旅行。路路蹦快活得一个劲哼哼：“这才是我真正喜欢的空间呢！重要而有意义。它会让你吃惊，肯定吃惊！”

他们到了这个新所在。在此之前，路路蹦也带维琪去过不少地方，所到之处都使维琪惊奇。因此，她有点不明白，为什么路路蹦对如今这个所在会表现出超过以往各次的热情。不过，维琪也承认，现在，在没有任何色彩的泛空间的背景中，出现在他们下方的这个新世界的确优美——它是个完美的圆形，泛着一种橙中带紫的光色，看起来像是只巨大的碟子。

“欢迎来到双曲国，”路路蹦大声宣布，“这里是个二维世界，尊敬的女士在这里会有宾至如归之感。”接着，为了佐证维琪对这个地方形状的观感，他又加了一句：“这个地方，我们这些空间旅行家通常都叫它是浅凹国。”

在向下面这个发光的圆盘降落的过程中，维琪看到了更多的细节。在这个不断变大的地域内，到处延伸着纷乱的弯曲线条。一开始时，维琪以为它们是道路，但后来，一股又一股的烟气引起了她的注意，顺着这些烟，她看到了在浅凹国的原野中运动的细长形体。

这些弯曲的线条应当是铁路。那么，移动的细长形体就该是火车了。



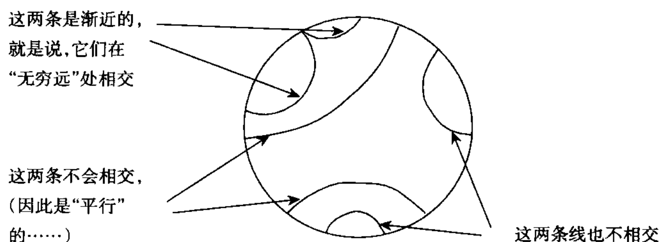


图 10－1

不过，它们看起来有些地方很不对头。

“老蹦哥，我猜下面的那些线条是火车轨道，对不对?”

“没错。远远望去，它们像是各自独立的，但离近了就能看出，它们是两两并靠一起的。”

浅凹国的火车同三维世界不同，都是在轨道**之间**移动的。火车喷出的烟气，也只在火车车身后面的轨道之间飘荡。不过，对于二维国民来说，这些现象都很正常，因为在二维世界中，是不存在“上”这一方向的。无疑地，当火车到站后，要让旅客进出车厢，就得临时拆卸掉部分车轮、轨道及车厢。二维国民就是这样解决有关的技术障碍的。烟气也是以同样的方式驱散的，不然的话，就只能等着它们自行慢慢消失了……不过，让维琪觉得不对劲的是——

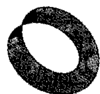
“如果它们是火车轨道，”她说，“为什么要修成弯的呢? 直的才对嘛。”

“火车也能顺着弯道行驶，维琪。”

“这我知道。可是，修成数百公里长的弯道，未免太不考虑效率了。为什么不让火车走最短路程呢?”

路路蹦认真琢磨了一番。“我认为这些火车道**就是**铺成最短路程的。在我看来，它们是非常直的。”说着，他便打算论证一番，但被维琪打断了。

“直? **非常直**? 没的事! 它们是弯的。没有一条不弯! 它们看起来全



都是圆弧！火车双轨难道不应当是彼此平行的吗？要不然，火车又怎么在轨道线间行走呢？除非火车制造厂有本事，造出车轮间距能按照轨距宽窄随时调节的机车来。瞧这儿！这一对车轨都接到一起了！”

“刚才我正要提，就让你给打断了。是不是最短路程，要看你说的‘直’和‘平行’是怎么个意思，还要看怎样据此看待‘直线’。”路路蹦说，“在这个地方，每一段线路都有一根轨是笔直的，而另一根则与它保持不变的等距离，但却不是笔直的。”

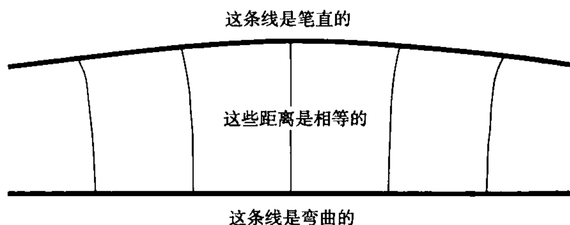


图 10-2

“这可太怪了！”

“不怪。真的不怪。由于各条等距离线并不是直线，也就不构成平行线。另一方面，这里有些线**确乎是**平行的，但又不是等距的。事实是，从技术立场考虑，平行线之间的距离会不断缩短，最终距离为零。”

“你是说它们会相交？”

路路蹦没听懂：“对不起，**相交**？在哪里？”

“在边缘处。”

“什么边缘？边缘是不存在的！”

“这个圆盘的边呀！”

这一来，路路蹦总算弄明白她搞糊涂的原因了。“噢，你说的那个地方看着的确像是一条边，是吧？不过，浅凹国这里是不存在边缘的。至少以这里的实情论，此地居民是永远也到达不了这个地方的。外表是有欺骗性的，有些线条，看起来是弯曲的，实际却是直的。有些看来会在边缘相交的曲线，其实却是平行的直线。只是在这块地方，平行线间的距离**不是**常量。所以，如果做一条与某直线保持等距离的线——一如铺设火车轨道



那样，这另一条线就不可能是直线！”路路蹦看到维琪那惶惑的神色，就又对她说：“提醒你一句：当距离很小时，看着就会像是直线，如同在这一段所看到的情况，但我们通过太虚感传器会感受到它是弯曲的。”

“可是，老蹦哥，你告诉我的那些保持等距离的双线，会随着接近尽边处而不断靠近呀！”

“是吗？”路路蹦神清气闲地问。

“没错！”

“你是否意识到了，如果你说的属实，火车就必然要在接近尽边时不断缩小？这种缩小并不是单单变窄——倘若只是这样变，火车就不再像是火车，火车内外的观察者也就会注意到这种变化。所以，整列火车必定会是一路接近尽边处一路全面缩小的。火车里的乘客也必定有同样的变化。”

维琪从太虚感传器里观察着位于下方的浅凹国的火车轨道网络：“**当真如此**。它们都边走边缩，越往远处走，形体变得越小。”

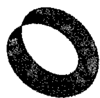
“肯定没错？”路路蹦话里的质疑口气是明白无误的。

“我都亲眼看到了嘛！”维琪表示抗议。

路路蹦叹了口气：“难道我不曾一而再、再而三地告诉过你，别去相信从外部看到的空间吗？作为来自外部的观察者，我们能处在优势位置上，而那些当事者是得不到这种待遇的。对于他们来说，真实的东西只是他们感受到的那些——而且所有感受到的那些**就是**真实的。”听了这番话，维琪有些不高兴。路路蹦一连蹦了几蹦，以示歉意，并且摇晃着双角说：“同我去**亲身实地**游历浅凹国吧。到了那里，**就什么都清楚了**，我向你保证。”

维琪在身子进入浅凹国时，觉得胃里似乎受到了一次搅拧。**这种感觉又来了也！**浅凹国是从下方迎上来的……一阵像是一大团稠粥以超音速砸在山顶上的声音……眼前一片纷乱，她便什么也不知道了。

当维琪恢复知觉后，一切似乎都再正常不过。路路蹦又像当初在二维国一样，现身为一个二维形状——一个具备三维形体、但只显现出其两个维内的断面。此时这个断面大体呈现出圆形，有节奏地张缩交替，看着怪



不舒服的。维琪意识到，这是路路蹦的呼吸造成的。

其实，这里并不**那么**正常。她觉得这里……怎么形容呢……觉得这里比别的地方更**弯扭**些，仿佛她的底尖发坠。但是，她又没有觉得内脏受到任何异常的挤压。她的感觉，就是自己的中心部位产生了**弯曲**。

此时的浅凹国看着已经不再像是个碟子了。不管她怎样努力打量，都再也看不到这个地方的边界了。所有的一切，都消失在朦胧的远方。

现在，他们是在一条小路内，小路的前方不远，是一个火车道口。沿着火车轨道的方向，从远处隆隆驶来了一列火车。

他们向这个道口快步走去。就要走到时，一道横栏滑了过来。幸好，它是半透明的——不然，他们就看不到火车了。车轨也是半透明的——其实，横栏的材料就是一段车轨。当没有火车通过时，它就会滑到旁边，好让过路的越过火车道。

火车在一阵隆隆声中飞驰而过。当它远远离去后，横栏滑了回来，路口又重新开放。路路蹦将维琪领到两根轨道中间，向离去的火车张望。此时，从火车冒出的烟气已然散净，维琪的视野变得十分清晰。虽说当初置身于浅凹国之外观察时，车轨看来是弯曲的，但如今，它们看来却都是笔直的。

路路蹦也站到了能看到远去火车的同样位置。“你是对的，”他说，“瞧哇，火车是在一点点缩小咧！”

维琪笑了出来：“别瞎扯了。这是完全正常的。只不过是近大远小而已。火车越远，看着就越小。它的实际尺寸可是一点也没变。”

“是吗？”路路蹦问，“你敢肯定？”

“绝对肯定！”

“这可不是刚才我们居于优势位置时你所说的话吧？”

“可我那时**能够**看到……那个……”维琪知道，照实承认会令自己尴尬。

“没错。而且现在你**也依然**能够看到，只是你现在并没有照你所看到的理解。那么，当初你为什么也不照你所看到的理解呢？”

维琪因羞赧而变成了灰白色：“习惯使然啊。可你必须承认，如今，我



们在进入浅凹国后，看到的一切都显得再正常不过了呀。”

路路蹦调皮地瞥了她一眼：“我？必须承认？维琪，我可是路路蹦呀。这就是说，我用不着承认**任何**事情！”他停顿了一歇，然后又说道：“不过，也许你是对的。让我们沿着这条路走一走，看看能不能找到些能够改变想法的东西——或者改变你的，或者改变我的。”

这条小路穿过了一片小树林，树林里长的都是些普通的二维灌木和乔木。一只刺猬从他们面前穿过。一些柞鼠[①]在绕着树木奔忙，寻觅着坚果。是不是柞鼠呢？维琪还不很肯定，不过至少看着**很像**，但又好像有点不对劲。

路路蹦的二维形象开始缩小了。当他一路从浅凹国下沉，从胖大的圆形，缩为双角的两个小圆面时，他给维琪留了一句话：“我过一会儿就回来。”随后便完全消失了。维琪听到了一阵动静，还听到了几声发闷的吱吱叫声。又过了一会儿，路路蹦又重新出现了，在他的两只角之间，卡着一只惊恐不已的小动物。

路路蹦很是得意。“要捉住这些小家伙实在不容易，得从其他维度突然袭击才行。我是从第 19 维干的，你注意到了吗？”

“你净胡诌。我倒要问，抓一只柞鼠又什么大不了的呢？”

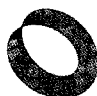
“你自己来判断好了。你**看到**什么与众不同之处没有哇？”

维琪马马虎虎地向这只吓坏了的小动物扫了一眼。“这就是一只普通而且正常的柞鼠，跟我们二维国里的一模一样。它们个子很小，边棱处长毛，呈正方形，以坚果为食。”

路路蹦兴奋地上下升降，因此形状变化得有如在喘大气时。“你**敢说**它是正方的吗？”

“瞧，我得承认，我并没有沿着它绕一整圈，因此没能检查它的所有的边。不过，当我看到直角时，总是能够辨认出来的。当这只柞鼠刚才沿

① 原文为 squarrel，系作者由 squirrel（柞鼠）变换而来，在二维国是普通的正方形，但在双曲国便指一种两维的、但有五个角、且每个角都为直角的曲边五边形，故分别译为柞鼠和秨鼠，以这个字的字形相近表示其外形的相似，又以偏旁的笔划数隐示其边数。——译者



着那棵树跑动时，我看到了它的所有的角。都是直角。它们各条边看来也都一样长。”

“这些我都同意。你都说对了。可是，你数了它有几条边没有？”

维琪不高兴了：“你这可是说蠢话啰。如果所有的角都是直角，所有的边又都一样长，那一准是个正方形嘛！”

路路蹦笑了，笑得有些诡谲：“肯定？”

“绝对肯定！”

“OK。现在你帮帮忙，由我来转动它，同时你盯住了，数数一共有几条边。它的鼻子在这儿。因此当你又看到鼻子时，就能说出结果来了。”

维琪不高兴地顿起自己的底尖来，这么干多没意义呀！“好吧，既然你坚持。可这有多愚蠢啊！OK，开始数啦……一、二、三、四……五。瞧，这不正好是个标准的正方……五？等一等，你搞小动作了吧？再转一次……一、二、三、四、五。不对劲。你是怎么弄的呀？这不邪了门啦！怎么会弄出来个有五条边的方块来呢？”

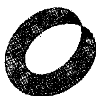
“说不定，这是个有五个直角的五边形吧？所以，这种动物在这里的名字秨鼠，而不是柞鼠。”路路蹦发表看法说，露出一个调皮的“U”来。



图 10-3

“对呀，说不定……呸，你可真乱弹琴。这么说可不是帮忙。一点儿也不是……完全是捣蛋嘛。这可真是邪了门啦！”

在以上下升降的动作表示同意后，路路蹦停住了。“另一方面呢，维琪，它可能在向你表明，浅凹国并不像它表面看来那样正常。毕竟，当你在大统一泛空间凭借优势地位观察这里时，不是看出有乱了套的地方吗？”



“可你那时不也对我说，不应当相信自己的眼睛吗？”

“没错。你真得学会不要把我说的每句话都认真对待。不过，这次你还是得认真对待。”

2099年亥月16日，周甲

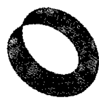
我的宝贝日记，我后文要告诉你的东西，你可一定得相信。我要说的就是，这个浅凹国，邪门得就像是块无底蛋糕[1]！一开始时，一切看来都挺正常，可接着呢，再认真一琢磨，可就全**不是那么回事**了。举例来说，这里的三角形，三个角加起来不等于180度。总之，这里的一切都“不是那么回事”。只是当形体不很大时，不是那么回事的情况就不太会受到注意。双曲面三角形的面积正比于180度减去三角形三个内角之和的结果；而当三个内角之和接近180度之时，也是其面积趋于零之日！三角形越大，不是那么回事的程度就越甚，而有些三角形的三个内角，其总和会等于**零**度呢！当然，这样的三角形看起来根本就不像是三角形，倒像是独立的三条直线——因为它的顶点位于这个空间的边缘处，而这个边缘又是不存在的……

我**相信**，我之所以没有失去理智，是由于这样一个信念，那就是在浅凹国里，被认为是直线的线条，其实本是弯曲的……而路路蹦却坚持说，这只是来自二维国的一种褊狭观念，而且还更具体地指明是褊狭的**欧几里得**观念。

“你应该这样来看问题，”路路蹦说，不知道这是他第多少次这样说了。“设想浅凹国就如你的感官要你相信的那样，是二维国内的一个圆形。那么，应当有什么样的一种奇特物理学，可以让浅凹国的火车线路和种种

---

① 原文为squarerootcake，英文中本无此词，可能是作者根据doublecake（叠层蛋糕）杜撰的。Double为“加倍”意，因此又表示“平方”、即square，而squareroot为平方根，与蛋糕没有任何关联，故有“荒谬”之义，这里意译为无底蛋糕，取这种形状的蛋糕不可能烘成之意，以求相近的效果。——译者



生物，做出其目前种种表现出的行为呢?”

“那我可是一头雾水喽。”维琪承认说。

“雾?不，我亲爱的，不是雾。要说是**霜**倒还沾点边儿。我给你提个头，在你看来，浅凹国的所有东西，在移向圆盘的边缘处时，看着都会**缩小**。有什么物理作用会产生这样的效应?”

维琪考虑了一通。**推**?推是有可能导致缩小的，但得施之于弹性物体才行。因此她觉得，这种作用未必会是路路蹦所指的物理作用。他刚才不是说到**霜**了?降霜时会感觉很冷……物体遇冷时会收缩，与受热时的膨胀正好相反。

“降温。”

路路蹦的橙色厚外皮一颤一颤地抖动，有如受了晃动的肉冻——他是在表示赞许呢。“很好。让我们认为……我说过了，这只是在比喻，浅凹国民对冷没有任何感觉。假设存在着某种‘温度’效应，只是不曾为浅凹国民认知，而这里的中心地区很热，边缘处又非常寒冷。再假设温度是从中心起按照距离远近的程度降低的……”

“怎么个降低法呢?”

“这并不如何重要。不过，如果你一定想知道，我不妨告诉你，温度等于与浅凹国的视半径的平方，减去有关位置离开中心点的视距离的平方……这么说吧，假设一切物体都根据这样的‘温度’按比例胀缩，那么，由于边缘处的温度为零，物体的大小就在接近边缘时缩减为零。清楚了吧?”

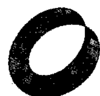
“清楚了。”

“那好。既是清楚了，就请考虑我的第一个问题：**按照浅凹国民的判断**，他们的这个世界的中心，距离边缘有多远呢?”

“不就是这个圆盘的半径……哎哟，错了，对于他们，一切都会根据温度胀缩。因此，让我们假设这个浅凹国里生活着一种生物，一种步伐能迈得很大的生物——”

“真有这样的生物哩，他们叫做‘大步流星’。”

“——为了叙述起来方便，不妨设定有这样一个大步流星，他从中心



点那里开步走，一步就迈了好远。多远呢，如果让我们来看，就是迈到了从中心到边缘距离的一半处。”

路路蹦宽容地笑了："大步流星可迈不出这么大的步子。不过，你的路子是对头的。接着说。”

“OK。嗯……因为距离是随着温度的降低而缩短的，他的第二步，就会迈出从所在地到边缘距离的一半，两步共走过了整个半径的四分之三。当然，这都是用我们的标准计量的。第三步还是会迈过从所在地到边缘距离的一半……总共是半径的八分之七。第四步后共达到半径的十六分之十五，第五步后达到三十二分之三十一。以此类推。”

“依我看嘛……”路路蹦面带忧色地说，“你的基本概念是对头的，只是你的得数不正确。你假设温度高低正比于到边缘的距离，因此，根据正确的温度规则所能得到的结果会远为复杂。不过这并不要紧，你的见解定性地说明了问题。大步流星的步长会随着向边缘的行走而**非常**迅速地缩小。用你刚才的计算方法，从中心到达边缘得迈多少步?”

“嗯……嘿！永远也到不了!”

“没错。正确的计算方法也会给出同样的结果。请记住，在我们看来，这个大步流星不断走的结果，是看着**越来越**接近边缘……只是他的步子越迈越小——当然还是在我们的优势观察点看到的结果；而**他**自己则是认为边缘始终是在同样远的地方。”

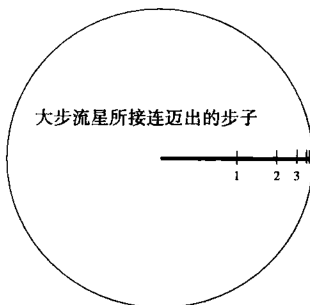
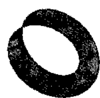


图 10－4



维琪突然有如醍醐灌顶:“这也就是说，边缘是**无穷**远的啦!”

“从大步流星自己的角度来看正是如此。而那里是**他的**地盘，因此我们应当尊重他的观念。”

维琪将这句话掂量了一番:“你总是说，置身于外是处于优势地位，因而也会处在误导地位。**你和我**认为浅凹国是个有限的圆盘……而在那里生活的居民却认为它的范围无限。”

“正是如此。”

“而它**当真**是有限的，不是吗?”

如果这里有沙堆的话，路路蹦一定会跑过去，将头埋进去——而他的**全部**身体就只是一个头。不过呢，这里并没有沙子，他所能做的也就是说了这样一句话:“那咱们去问问他们吧。”

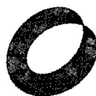
他们进入浅凹国的地区是在农村，因此花了不少力气，才遇到一位浅凹国民。这位国民的形状也存在着同杵鼠一样的难以理解之处。他全身的边角都是六边形所应有的内角——120 度，但是却又长着七条边。

路路蹦彬彬有礼地向他做了自我介绍，态度之斯文为维琪前所未见。“浅凹国可是个礼仪之邦呀,”路路蹦跟维琪这样咬耳朵，“他们要求大家举止娴雅，谈吐文明。”随后，他又对那位七边形说:“小子适才与鄙同道交谈数句，累您等候，祈请恕宥。不才是向彼晓谕贵处的若干美好民风则个。”

“我说,”这位七边形这样作答，“您老干嘛这么客气呀。我说，您老准是初来乍到，是这么一码事吧?”

“先生真乃见多识广、阅历不凡之士也。我等自远方游历至此，此系初履贵地。区区一向孤陋寡闻，故疑窦甚多，然窃以为多问非礼，不知先生亦以为然否?”

“有嘛事您老只管问,”七边形说，“我们的心气特别宽。要不怎么说我们‘肚大能容天下难容之事’嘛! 哈-哈-哈!”后面这句话，显然是句俗语或者民谚，也显然不用照字面意思理解，自然，就他是个七边形而论，认为他会生有个大肚囊也并非没有道理。



“我想对贵处的天气情况了解一二。”维琪问了第一个问题，“此处距边缘甚近，先生不觉冷乎?”

“冷?没那么一码子事儿。哥儿们，今儿个是个多好的大夏天啊。可你说的那个‘边缘’，我可真没弄明白是个嘛玩意儿。”

“就是你的这个世界的尽……”维琪要想解释，却被路路蹦拱了一记，便停住不说了。路路蹦本是打算拱在维琪的边角处的，可维琪是条线，没有边角可言，至少目前没有边角可言。①

“你说的这个‘边缘’，是不是指**篱笆**?我们这儿可都不安这个玩意。我家自己个儿办了个现代化农场，还……”

维琪再也憋不住了:“不是的，‘边缘’是指‘尽头’，也就是这个世界到了再也不能走的地方。”

七边形一阵大笑:“瞧这丫头说的，世界哪有什么**边缘**呀!你自己个儿只要瞅上一眼，不也就能看得出来嘛。今儿个天儿这么好，昨儿个有过一场雷阵雨，污染也都被洗净刮走了。你瞅到什么‘边缘’来了没有?”

维琪不顾路路蹦越来越频繁的拱碰，还是坚持问道:“如果你从中心处一直朝一个方向走，到头来难道不会到达世界边缘处吗?”

“哈-哈-哈!真能逗乐子。可丫头哇，你刚才说的那个‘中心处’是嘛意思呢?”

“这个世界的正中心位置呀，”维琪说，“就是所有的东西在那儿都是最大的地方。”

“啊哈，你是说崩得镇呢!我们都把自家出的货运到那儿卖，赶着挂骡车去得走两个钟点，就朝那里走。在崩得镇，房子尽是一盖就至少五间屋的呢，所以我说它**大**呀。”

“不是的。我是指跟其他所有地方都不一样的地点，在这个地点，每样东西的尺寸都能达到最大的程度。”

七边形搞糊涂了，因此有一条边皱了起来。“没听说有这样的地间儿

---

① 后文（第十七章）将提到，二维国的妇女，都在另外一个维度上具有不大的尺寸，因此也是二维的，只是同男子不在同一个平面上。——译者



啊，”他最后终于说，“除了一些本地风光，我们这个国不论在哪儿都一模一样。所以呀，不论什么东西也都尺寸一样，拿到哪里也不变。”

“可是……”维琪又开了头。

“不才之此青年伴当所指系透视原理，”看到七边形边棱处起了皱，路路蹦便操起了外交辞令。“所离弥远，观之弥小。”

“不是的，”维琪不干，“我是指一切都真地变小了……”

“瞎掰！”七边形说:“要是不论嘛玩意儿都一边动弹一边变尺寸，那不就全乱了套了！”

看来，这场争议只会无果而终。

他们住进了一家客店，店名是“酒好莫贪杯”。此时，他们正在一面品着本地出产的“烧心水”，一面讨论着浅凹国的几何学问题。倘若格罗夫纳看到自己女儿现在的表现，一定会目瞪口呆的。他要是得知她曾在奔鼋吧里饮过酒，也必然会大惊失色的。可是，老爸现在可是在另外一个天地里呢，而且同这个世界也不知相隔着多少重……

“我看不出有什么不同，”路路蹦说，“在你们二维国，当看到物体离开远去时，你的眼睛会告诉你它们是在缩小。应当说，随着物体移向无穷的远方，他们的视大小就是向缩为零尺寸的方向发展的。因此，二维国的东西也同浅凹国有相同的变化方式！”

维琪可绝对听不进去:“可是我们都知道，二维国里的东西是**不会**缩小的。近大远小只是透视效应。”

路路蹦则坚决不同意:“得了吧！当你看到你们**二维国**那里的物体在走向无穷远时变小，就说这是光学错觉；而当你看到**浅凹国**这里的物体在移向无穷远处变小，就说这是真正的实情。依我看，你这可是‘嘴是两张皮，正反都有理’。这是什么逻辑呀！”

“可二维国的物体**就是不会**缩小嘛！你离开一群同伴时，**他们**可能会看到你变得小了起来……可你自己并没有感到变小哇！跟周围的环境相比，你还是一样大呀！”



“可是，看到你缩小的那些同伴，也看到你的环境变小了呀！所以，你**自然**不会注意到自己的尺寸有了变化。”

一阵惊恐的表情掠过了维琪的边棱。路路蹦所说的听起来也十分在理。“你不会是拿我打哈哈吧?”

“不会的。”路路蹦说，“我只是试图将你纳入浅凹国民思考自己的浅凹国事物的框架。”

“我还是觉得浅凹国的情况有所不同。你看，在二维国里，你可以带着一把尺子，用它来量自己的尺寸。不论你走多远，量出的数据都不会改变。”

“那是因为尺子也和你以同样的比例缩小呀!”

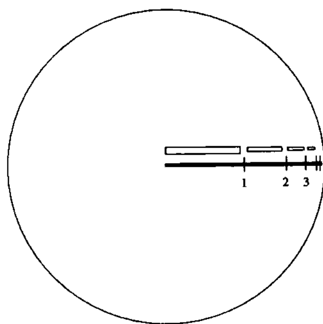


图 10 - 5

“尺子哪里会缩小呢！尺子是刚性的呀!”

“可是，要是浅凹国民在移向边缘处时，也带着一根尺子呢？他们是不是会注意到，在用它测量自己的尺寸时，结果是没有改变的呢?”

“可是，他们的尺子是会缩的呀！温度造成了**所有的一切**都会缩小。”

“正如同二维国的温度会造成所有的一切在移向无穷处时都要缩小?”

“别犯傻了，二维国里没有温度——不对，没有浅凹国里那样的温度。”

“这你是怎么知道的呢?”

“我们从来没有注意到有这样的东西。”

“但浅凹国民也从来没有注意到**他们有这样的东西**呀！其实呢，这个



温度根本就不存在，是为了帮助二维国的思想家们理解浅凹国的几何学而生造出来的。”

维琪开始重新梳理自己的思绪。浅凹国里的一切，也渐渐像拓扑国那样，开始表现出自己特有但也说得通的道理来了。对于外来者，所要做的就是修改自己的逻辑，来适应那里的异样几何学存在。修改过后的逻辑可能**听起来**邪门，但却使一切都能自圆其说。“哎哟喂，明白了！你是说，如果刚性尺子能够因为改变位置而改变自己的大小，什么意思姑且不论，想靠尺子测量距离就不可能得到准确结果。”

“大体就是这么一回事。其实呢，我的意思正好是想倒过来说——既然进行距离测量的唯一方法是借助被认定是刚性的尺子，那就得相信尺子给出的结果。在浅凹国里，如果测量结果是说物体在移动时**确实**不会缩小……那么世界就必然会是范围无限的。”

维琪接受了这一逻辑，只是仍然无法摆脱掉原来的想法，就是只有她自己感觉到的，才是真正的存在，因此又把这个想法说了出来。

对于维琪所说的，路路蹦又琢磨了一阵子，才又开口讲话。“感觉引来的麻烦，”他说，“在于感觉到的内容须经过大脑的加工。在加工过程中，大脑通过进化形成了种种捷径。捷径的形成是有助于‘适者生存’这一法则的。感觉到的常常会与真实情况有所**不同**。如果将太虚感传器调为三维世界模式，我就能清楚地说明这一点。”说毕，他便等着维琪走到太虚感传器那里，自己调好所需要的模式。

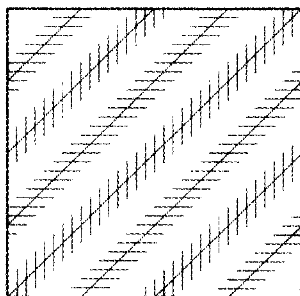


图 10-6



“观察这些线条，我是指长的，不是那些与长线连在一起的短刺。你告诉我，在你看来，它们是平行的呢，还是岔开的？”

“显然是岔开的。”

路路蹦也承认，它们看起来的确像维琪所说的那样。可是——

“量一量它们之间的距离吧。看看结果如何？”

“嗯……哎哟喂，这么一测量，它们可都是平行的呀！可它们**看起来**……噢，我明白你的意思了。它们并不像看起来时的样子，短刺让眼睛受了骗。”

“它们糊弄了大脑，让大脑对眼睛传达的内容产生了误解。维琪，我这可并不是说，你的知觉和官感都是**虚假**的。我只是告诉你，对于有些情况，你就是不能信赖自己的知觉和官感。”

2099 年亥月 17 日，周乙

我亲爱的日记：

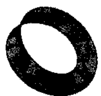
路路蹦以通俗易懂的方式，借助二维国的事物进行类比，向我解释了浅凹国的古怪几何学。如今我弄明白了，为什么此地的三角形的三个角加在一起到不了 180 度；有五个边和五个角、但每个角都为直角的秭鼠也说得通了；我也大体相信了浅凹国的直线确实是弯的。但我还得承认，倘若站在浅凹国民的立场，二维国的直线也可以看做是弯曲的。如今我开始悟出，从内里看一个世界，与从外方看一个世界，可能会十分不同。

当然，这正是路路蹦数周来一直跟我讲述的东西。我可真是个不开窍的小呆瓜！

“‘直线’必然是指两点间的最短的路线，”维琪说，“在二维国是这样的。”

“当然是这样，”路路蹦说，“你怎么说出这句话来了呀？”

“我的意思是，我这就不明白了，**曲线**又怎么可能是最短的路线呢？”



"噢，亲爱的。"路路蹦那笑口常开的咧嘴形状，刷地改了方向，从"∪"变成了"∩"。"我还以为，这个问题已经解决了呢。**它们不是曲线**。在我们看来，它们是弯曲的，这是因为我们是从外面看它们的。如果从浅凹国里面看，它们就是**直**的。此外，对此我很遗憾地告知你，它们还是最短的路径。"

维琪只觉得脑袋发懵。"你说的我听到了，可我就是无法让自己的眼睛相信。"

"让我们比一比这样两条线。一条**我们**看了会认为是直线，另一条**浅凹国民**看了会认为是直线。"路路蹦说，"你应当记住，尺子在移向在你看来是'边缘'的位置时，大小是会收缩的。我们的'直线'比他们的'直线'更靠近边缘。因此，当你想要测量这两条线时，量我们的时，尺子要比量他们的时更短。精确的计算不很容易，不过可以看出，缩小导致的额外长度减少，要大过因看起来更直（对我们来说）所造成的视长度的减小。你明白吗?"

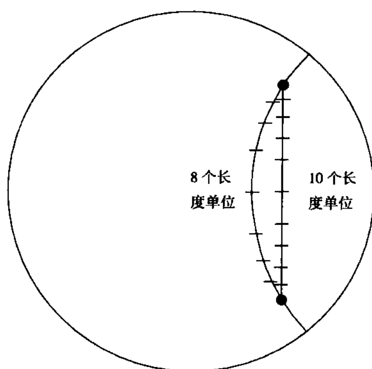


图 10-7

"我想我明白。"维琪说，"就算不完全明白，我也大致懂得你这句话的意思。"

"浅凹国民自己归纳出的几何学，同我们从外面观察到的有关他们世界的几何学，这两者之间存在着非常优美的关联。"路路蹦说，"我们能够相当轻松



地判定他们的线条是否为直线。他们的直线在我们看来，应当是些圆弧，而且应当在边缘处与边缘交成直角——而且在两端都如此。这样的几何得名为**双曲几何学**。”

“这种几何学有什么用呢?”

“你应当记得，很久很久以前，地球体上出了个数学家欧几里得。是吧? 他对后世的最大影响，是发明了一套归纳几何学的——其实是可以扩展到所有数学领域的——伟大方式，而该方式从规定出一个**公理**体系开始。一条公理就是一项基本设定，是为推证提供的出发点。你无须判别公理的**正确与否**，它们只是提供出全套‘游戏规则’。假如你不喜欢这些公理，那就不要沾这个特定游戏的边。

“接着说这个欧几里得。他给出了若干公理，并据此建立起被当时的地球人认定为（在二维范围内的）唯一的几何学体系。在这些公理中，大多数都很简单，如:‘过任意两个点能够连接、并只能连接一条直线’，‘任意两条直线只能或者平行，或者相交于唯一的一点’，‘所有的直角一概相等’，等等。但有一条要复杂得多。”

“怎样的一条呀? 是说有些直角比别的直角格外相等吗?”

“不，不是。它是这样说的:‘给定任何一条直线和不在该直线上的任意一点，都能过该点做一条、并且只能做一条直线，使之平行于该直线(就是说“不会与它相交”)’。”

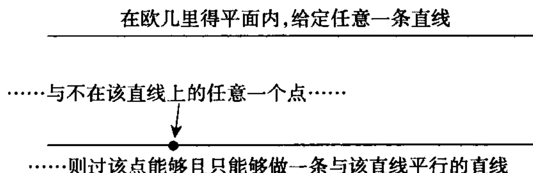
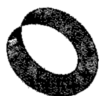


图 10-8

“你刚才提到‘复杂’，看来的确如此。不过，复杂归复杂，听着倒是蛮合理的。”

“的确显得很复杂。由于它虽然复杂却又合理，数学家便设想或许能



够根据其他公理将它证明出来。如果能够……”

“这条复杂的公理就成了多余的了。”维琪替他说完了这句话。她想了想，又加了一句自己的观点:“要能这样，可是真不错。”

“的确如此。不少地球人都尝试过。你猜结果如何?”

“猜不出。”

“谁也没能成功。”

“是吗？这么说，地球人玩不转几何啰。”

“才不是呢。有些地球人的几何可棒着呢。欧几里得就是一个。跟你说，从总体上论，玩不转几何的居多……其实什么事儿都是如此。体育啦、音乐啦、绘画啦……大多数参与者都不很灵光……看来我刚才有点跑题了。这就使一些最棒的地球人数学家开始设想，既然这条有关平行的假设怎么也证明不出来，其中就应当有什么缘故。”

维琪思考了一会儿:“一定该有什么方法能够证明的。我是说……要不然，是不是试试沿着这条直线的每个点，以相同的距离一点点画出这条新的直线来？这应该一准能成吧?”

“好吧。可这个方法被尝试过。不灵。毛病就出在无法保证这样画出来的线一定是直线。”

“你说什么?”

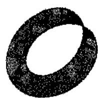
“无法保证这样画出来……”

“你头一次说时我就听清楚了，我只是无法相信自己的顶尖。当然是条直线啦!”

路路蹦那不常显现的“∩”又展阔了些。“你觉得这种方式是搞数学的路子吗?‘当然是条直线啦!’说得真轻巧。做过分析没有？证明在什么地方？逻辑的严格性又哪里去了?”

“你说的都对，可这是明摆着的呀!”

路路蹦的“∪”又出现了，但这次却像是狞笑。“真的吗？哼！当初那些地球人也无疑都这样想，而且一直这样想——直至遭遇到双曲几何学为止。告诉你说，在双曲几何学里，欧几里得的所有公理都是成立



的……”

“要是线都是弯曲的而不是直的，欧几里得的公理又怎么成立呢?”

“我可是一再对你说，它们**不是**弯曲的。可你就是不让我把话说完。欧几里得的所有公理都是成立的，只有平行公理是个**例外**。这就意味着，这条公理是不能由其他公理证明的。”

“为什么不能呢?”

“因为如果能，其证明过程就也能搬到双曲几何学中，证明平行公理在双曲几何学中也是成立的。但情况并不如此。在双曲边界里，任意给定一条线，通过不在该线上的任意一个点，是可以做出**无穷多**条不会与该线相交（在欧几里得几何学中，‘不相交’就等于‘平行’）的线的。”

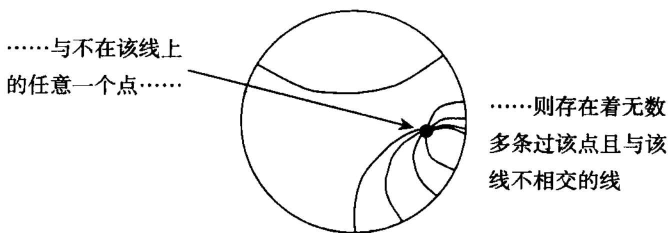


图 10－9

“这并不是关于真实世界的各部分如何相互啮合在一起的问题，对吧?”维琪说，“这是有关特定假设的逻辑结果的抽象阐述。”

“完全正确。如果你一生都只在**一个**空间里度过，那么，认为这个空间就是唯一存在的、几何学也只有一种的设想还是可以体谅的。而我们这些路路蹦们去过许许多多空间，因此更了解实情——现在连你也如此了，尽管作为二维存在，你有不少二维生物的通常偏见。空间有**许多**个，几何有**许多**种，所有的几何从内部逻辑来说都是同等有效的。在双曲几何学——存在于双曲空间的几何学中，欧几里得提出的**几乎**所有公理都是成立的，只有一个例外，这就是那条惹麻烦的平行公理。如今你了解到了它**为什么**是惹麻烦的了：**它是无法证明的**。所以，还是根本就不要去找喽。”



“我想我弄明白了。这种形势有些像是试图证明二维国的几何是唯一存在的几何。不过，咱们已经看到过几种不同的几何学了。因此，对于我们——我是说**我**——来说，其他的统统显得是乱了套的东西。不过，如果习惯了，它们倒也会显得完全自然。”

“对啰。你弄懂啦。”

维琪一阵兴奋。随后，她又想到了一个新问题：“路路蹦，双曲几何学有什么用呢?”

“什么用? 二维国有什么用呢?”

“供我们用来生存呀!”

“那好。双曲几何学是用来供浅凹国民生存的。”

“我同意这一点。不过，作为二维国民，我有必要**关心**他们的存在吗?”

路路蹦高兴地上下蹦跳：“嘿，告诉你一个理由，而且也许是**最大**的理由，就是让你认识到，**事情未必是看来所会表现出的样子**。”

“对不起，没弄懂。”

“以后会懂的，现在还不成。首先，你得明白一点，就是不同的几何学间会**极其**不同。接着呢，每当我使你对我的讲述有所接受、但你又**不肯**相信自己眼前所见的内容时，就请想一想地球人所认为的宇宙的真实形状。”维琪想要抗议，但路路蹦语气坚定地打断了她：“别说了，先不要急着说话。最应当学会的，是耐心和想象。”

想象倒是不难。维琪这样设想着。**我的想象力可是巨丰富呢。耐心嘛……可不是我的所长。说老实话，我的毛病真是足有一箩筐，缺少耐性就是其一**。不过，她还是把嘴边的抗议话硬是咽了回去，因为她知道，一旦说将出来，路路蹦的话会说得更不客气哩。



第十一章

猫咪国

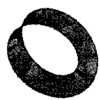
在数字的整个范围内，最奇特的地方当属猫咪国。猫咪国里目前住着的都是来自地球体的地球人（以后或许会移居到其他地方去）。这是个由这些生物**自己打造出来的**地方。但是，这里又与其它地方十分不同，以至于这些**认定**自己的确是在那里生活的地球人，也认为这个地方极端地与众不同；就连他们之中的科学家，也觉得很难理解猫咪国里发生的种种事情。他们能够通过**计算**得知当前正在发生的事情，他们能够进行实验以检验自己的计算结果……但计算结果又**表明**了什么，科学家自己也莫衷一是。

这种感觉是可以看出来的，因为如果有谁向他们发问，询问他们所得的结果意味着什么，他们就会表现得根本不像是科学家：他们要么会冲着发问者大嚷大叫，要么向"宇宙教会"的大主教阁下告状，也许两件事都干。

在猫咪国当家的是一批"铁爪"——这个称呼是其知识产权的所有者、一位好奇心极重的地球人埃尔温·薛定谔①起的。说他好奇，可并不是说他好窥探隐私什么的。他只是对他有兴趣的事物极度敏感而已，也就是说，他的好奇是指"喜欢刨根问底"。有句俗话说："猫咪猫咪，死于好奇"，不过，埃尔温·薛定谔更进了一步——他杀了他的猫，**同时**又让他还活着，一死一活，同时存在。

---

① 指奥地利理论物理学家、诺贝尔物理奖得主、量子物理学的奠基人之一埃尔温·薛定谔（Erwin Schrödinger，1887～1961）。本章所涉及的内容，是有关量子力学完备性的一个有名的思想实验，是薛定谔在1935年提出的，一般被称为"薛定谔的猫"。文中的"铁爪"（superpaw）是作者的一处文字游戏，指"叠加"（superposition），两者字形和发音均有接近之处。——译者



不用说，这只猫无法知道自己的死活，这可比地球人不知道实验结果更惨吧！

不用说，路路蹦一心要让维琪与薛定谔的猫好好结识。

蓦地，整个宇宙似乎往大里长了起来——长的不单单是物体之间的空旷处，就连物体也都在长。刚才还是路边的一块鹅卵石，猛丁就变成了一块大石块，转眼又长成了一块巨岩，再接着又胀为一座巍峨的山脉……如今呢，它简直大得不能整个纳入眼帘了。

尺寸没变的只有路路蹦，当然还有维琪。

"怎么什么都在往大里长呀?"

"不是那么回事。是我们在往小里缩。"

当初那个曾经是块鹅卵石的东西，它的表面在不断变化，而且变化得令观者瞠目——一会儿坑洼不平，一会儿褶皱层层，一会儿光滑可鉴，一会儿又峭拔峻嶒。一堆又一堆圆滚滚的东西出现在它上面，有如胀起的气球，看起来煞是有趣。不过，它们也很快大得辨认不出形状了。他们两个的缩小放慢了，随后又完全停住了。他们现在站立的地方，不知原来是个什么东西的表面，而现在看来散落着一个个块状物，有如一碗丸子汤。汤很清，清得简直犹如根本没有；丸子个儿不大，又几个几个地聚在一起，有如一串串葡萄，只是"葡萄珠"彼此间分开得比地球体上的葡萄串更开些。

再稍远些，是一处有些像是海滩的所在，那里也有一块块看不出名堂的东西。一种有如海浪的物体，正向海滩的方向漫卷，形成光闪闪的波纹图样，但很难具体辨认清楚。维琪很仔细地观察，但却看不到波浪退下——它们只是不停地向沙滩方向涌来。

波浪向哪里退下的问题以后再说吧，目前维琪最想知道的，是那些块状东西究竟是什么。"它们是什么呀?"她问路路蹦，"就是这些块块儿。它们又为什么这么……这么模糊不清?"

"你是指那些圆粒块块儿，还是长串块块儿?"

"圆粒块块儿。"



“它们是原子，”路路蹦说，“一串一串的是分子。”

维琪有这方面的知识：“原子是构成一切物质的组成。它们是非常微小的粒子，是不可见的……”哟，不是**这么**回事儿——“说错了，是不可分的。原子结合起来，就形成了分子。分子是化合物的组分。”二维国里有原子和分子，这同三维世界里的情况是一样的。只是因为维数不同，二维国里的化学要比三维世界简单一些，但原理方面相当一致。

“地球人过去就是这样认为的，”路路蹦说，“如今他们有所改进。原子并不绝对是粒子，也绝对不是不可再分的。瞧啊，我来证明给你看。”说着，他抓住了一只“丸子”，用力**一挤**。这一挤，便从里面冲出来三个小小的圆形物体，形体也是模模糊糊的：其中的两个大小有如豌豆，另一个则小到只能借助太虚感传器看到。两粒“豌豆”中一个是绿色的，另一个是黄色的；那个小不点儿是粉红的。路路蹦解释说，它们的颜色都不是本身当真有的，因为它们根本就不可能有自己的颜色。至于她看到的这些颜色，是为了显示的目的由太虚感传器加上去的。

“让我来——**真麻烦！**”路路蹦喊了起来。几经失败之后，他终于使那粒黄色“豌豆”贴着那碗“丸子”汤的“汤”面飞掠而过。它在飞过之处，留下一道转瞬即逝的淡淡痕迹，一如船只过后形成的尾浪。“豌豆”在前面跑，尾浪在后面一路紧跟，路路蹦则一路低声斥骂。

前面出现了什么东西，看上去小小的，圆圆的——变了，**大大的**，圆圆的。奇怪呀。在这个地方，看到的尽是些模模糊糊的块和串，可这个东西却一清二楚。这是一只碗，碗边转圈写着“薛定”——无疑还有别的字，只是看不全。碗里面呢？猫食。

猫食有些模糊，一块块的，有时还有点**一颤一颤**的。

那粒黄“豌豆”蹦进了这只碗。

“好哇！”路路蹦说，“要不是这样的话，我们永远也抓不着它。”

“这个难抓住的东西是什么呀？”

“质子。”

“再说一遍行吗？”



"这个黄黄的豌豆样的小东西，是个亚原子粒子，名字叫做质子。它陷入了一种有如掉进井内的状态，不能再跳出来。这种状态就叫'陷入势阱'。电子——就是那个微小的粉红色粒子——除了在很特殊的情况下，会一直紧紧缠住它。知道吗，我们刚看到它们，就是那三个小微粒时，它们就处于这种状况。三个小微粒各自都是重氢原子的组成部分。现在，那个中性的中子被赶走了，质子和电子就结合成了氢原子。质子和电子总是一有机会就结合起来。很难不让它们这么做。"

"你**现在**扯这些闲篇，是不是离题太远了呀?"

"不许跟我这么说话，小丫头。我说的都是最基本的知识，亚原子粒子和四种相互作用……"

"*e*"，有一个细微的声音叽叽地插了进来，听着似乎来自那个粉红色粒子。

"这是什么呀?"维琪问，"有谁说了个'力'字吧?"

"不是力，是 *e*"

"你是谁? 电子?"

"差不多。我是电子所带的电量。是电的基本单位。"

"啊，我知道。电的基本单位是'度'，也叫千瓦时。一度电售价……"

"不是有关**市场价格**的商业用电基本单位。"路路蹦说，"这里是说**电荷**的量。"

"可是，用量得查表，一看表上剩电不多了就得赶快再买呀!"

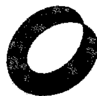
"我这里所说的并**不是钱**!"

"噢。"

电子电荷的态度也不那么平和了:"错了! 不是O(噢)，是 *e*! 我告诉你不止一遍了，可你就是不听。我与电价没有关系，可我的电也有大小。我所带有的电的大小，是一百亿亿分之一库仑。"

"那可是不多。"

"是不多。不过告诉你，我们的数量可海了去啦。"



2099 年亥月 18 日，周丙

我的宝贝日记哟，你想知道路路蹦为什么花这么多时间，讲电子所带的这些好玩的小电荷吧。

答案是一个词：**粒子**。

答案是一个词：**波**。

啊哈，我能猜得出来，你弄糊涂了！你问了我一个问题，可我给了你两个答案，而且还是互相矛盾的两个答案！

可这就是猫咪国的实际情况。

他们坐在猫咪国的一处海滩上，看着浪头涌上来，又看着它们消失。这些浪头与地球体上的不同，涌上来后不会退下去。

路路蹦解释说，这是因为存在着量子隧道效应。维琪看得出来，即便她问这个效应是什么，也未必会有什么结果，因此干脆不再发问。她坐在滩头，将底尖没在水里，一面荡来晃去，一面想将自己不懂的东西梳理一番。“老蹦哥，电子是什么东西呀?”

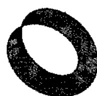
“是一种粒子。”

“一种小之又小的物质小块?”

“是的。比原子还要小。而且，原子总是一块一块地存在着，所以才称之为‘粒子’。”说到这里，路路蹦想起了什么，又改了口说：“才一度称之为‘粒子’。”

“是不是**所有的一切**都是由粒子构成的呢? 除了粒子还有别的什么吗?”维琪问。

“还有波。波是很奇特的东西。试着想想水波吧。水波看着仿佛向四方很迅速地运动——它们也的确会在水边的滩头处向岸边冲卷。我得承认，这种情况的确存在。不过，倘若水波真的会这样很快地运动，那陆地恐怕早就会被洪水淹惨了。其实呢，一般来说，水只是上下运动，只是观察者会**看到**沿着水面有一个个鼓包在向外运动，因而以为这是水在向四方运动。然而，在任何一个时刻，每个鼓包里包含的都是**不同**的水分子。它



们只是在替换位置，直至来到水浅的岸边。就是这样。”

“可是，水只不过是许许多多的粒子，不是吗？”

“没错。水的粒子是由氢原子和氧原子构成的，而后两者又是由质子、中子和电子组成的。可水波是**大家伙**，有些波是**不能**归结到在很小的尺度范围内进行运动的粒子身上的。”

“能举个例子吗？”

“光就是。光是一种波。或者不如说，这至少是地球人科学家自己所做出的判断。他们甚至也进行了实验来证明这一点。可他们又认为电子是粒子，而且也能通过实验来证明**的确如此**。”

“那是什么样的实验呢？”

“我相信这位电子电荷会乐于向你演示一番关于粒子的实验。”路路蹦说。

“岂止乐于？固我所愿尔！”那个叽叽的声音回答说，“可我需要有帮忙的。你们等一等，让我准备一下。”

那个电子电荷消失了。维琪和路路蹦坐在那片量子海滩上，打量着海浪的潮涌。没过多久它便回来了，还带来了成千上万个同它一模一样的粒子。这些粒子还带来了一堆金属盘子和一瓶油。

“一群呆子！我说的是要**两只**盘子，可弄来这么许多！算了，只给我拿过两只来，其他的就放在一边。现在，你们这些个顺着盘子排成队。其余的打开瓶子，弄出些油滴来，油滴越小越好，动作要快！”

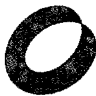
没过一会儿，一切便就绪了。“OK。现在，你们的一部分坐在一只盘子上，其余的坐上另一只。我给你们中点滴上一滴油，你们就可以玩坐过山车啦。你们不是常玩吗？①”

“这究竟是在搞……”维琪又问了。

“那些电子电荷马上要骑到油滴上兜风了，”路路蹦解释说，“它们以

---

① 这是指著名的油滴实验，最早由美国物理学家罗伯特·密立根（Robert Millikan，1868～1953）在1906年进行。带电微小油滴在上下两个盘式电极间运动时，受静电和重力的共同影响的运动状况，会因受X光照射造成电量变化而发生改变，由此可推知电量有基本单位并具体测量其数值。——译者



这种方式将电量从一只盘子传递给另一只。现在，假设你能够对电量进行精确测量，那么，如果电子是粒子，你认为会得到什么结果呢?”

“想不出来。”

“我来换个问法：每个电子都带有数量为 e 的电量。对于这种情况，你认为能发现有 0.5e 或者 619.74e 的电，从一只盘子转移到另一只盘子上吗?”

“明白了！转移的电量永远只能是 e 的整数倍!”

“对啰，维琪。这样的实验已经完成了，得到的就是你说的结果。如果电子是可以再往小分的，就可能得到 e 的分数。你认为不可能，实验也没有得到。实验的这一结果表明电子是粒子——大家都这样认为。”

“我也这样认为。那么，波呢?”

“波有一个重要的特点，就是当它们相互作用时，结果会**加到一起**。我这里借用几只盘子，向你说明这句话的意思。”说毕，路路蹦便拿起几只盘子，贴着水面向海里蹦去。他将两只盘子直立起来，迎着波浪的方向插在水里，只给盘子之间留出一个小小的缝隙。维琪注意到，当波浪到达缝隙处时，从盘子的另一面会现出一串半圆形的涟漪。

“这里出现的，”忙得有些气喘吁吁的路路蹦说，“是衍射结果，是表明波的存在的明确证据。”

“可我们能够直接**看到**波呀!”维琪向路路蹦指出这一点。

“没错，可这是因为**我们有**太虚感传器的缘故。地球体上的科学家们并没有这个东西，但他们能够辨识出衍射结果来，即便波本身是看不见的，也能做到这一点。现在，我再来增加一只盘子，让它造成第二个缝隙。第一步，我先挡住第一个缝隙……你看到有什么情况发生?”

“另外一串半圆形的涟漪，老蹦哥!”

“理当如此。现在，我不再挡着第一个缝隙，这样便有了两道缝。**现在**你看到有什么情况发生?”

“哟……真是挺复杂的呀。有点像是一张国际象棋的棋盘，只不过是弯的。我只能想出这样的形容来。”



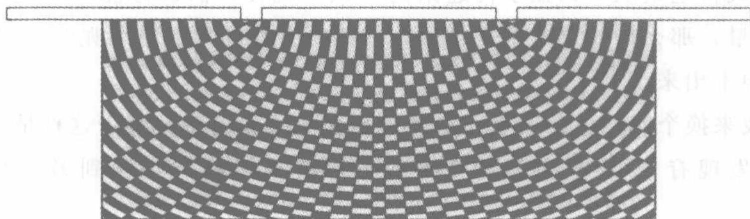


图 11－1

“这里发生的情况是这样的：当一串半圆波的高峰处遇到另一串半圆波的高峰处时，两个高峰会加起来，使高峰更高；当低谷处遇到另一个低谷处时，两个低谷会加起来，使低谷**更低**；而当高峰遇到低谷时，它们就会彼此抵消，结果就是不高也不低。这就是我刚才说的‘加到一起’的意思。这种加法叫做**叠加**。”

“所以，要是看到这样的结果呢——”

“便得到了表明波的存在的明确证据。或者更应当说成，是大家一度相信为明确证据的根据。我以前这样说过的。”

“一度？”

“到了尺度非常小的程度——就是在太虚感传器将我们缩小成这样的尺度范围内，事情会有些古里古怪。这一点就请这位电子电荷来演示一番。”

“凭什么找**我**来干呢？找另外一个不好吗？”

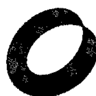
“你会演示得很出色的！”

“嗨！我真恨这种演示呢！”

电子电荷向后退了一段距离，然后向中间那个盘子的中心线方向冲去，大有“砰”地一头撞上的架势。可是维琪无法不注意到，它看来根本就没达到盘子的位置处：它开始弥散开来。随后呢，从盘子的**另一面**——形成了那种弯曲的象棋棋盘花样。维琪刚刚从路路蹦那里知道，这种花样是与波有关的表现。

“电子是波啦？”

“有时会造成这样的印象”，电子电荷上下摇晃着身形说。渐渐地，它开始



恢复成通常的圆球形状。

“它现在像是波。”路路蹦回答说。

“粒子又怎么能……”

“有波一样的行为呢？问得好。可是，更糟糕的问题还在后头呢！”

“这我倒是有思想准备。”维琪说。

“有一段时日，大家都相信光是波了。他们曾为此争论了数百年，最后是衍射结果和叠加实验毋庸置疑地证明，光的确是一种波。但是，后来又发现了光电效应。”他努力搜寻灵感，想解释得更好些……“有了，我早就有一种感觉，觉得这些盘子会派上用场的。它们是用一种特别的金属制成的。当光照射到它们上面时……电子电荷，再麻烦你一下，好不好？”

“真惨喽！我可是浑身带伤啦……”但躲是躲不过去的。电子电荷再一次后退了一段距离，再一次向盘子中心线的方向冲去。这次却真听到“砰”的一声——说明真是撞上了，随后又弹了回来。

正像路路蹦所说过的，一道细细的光线从盘上射出，但只亮了短短的一瞬。

“看呀，维琪，金属将电子撞击的能量转变成了光。那么，如果撞得更猛些，情况该会如何呢？”

“不能换成轻柔的一撞吗？”

“以后再往轻处撞。这次不行。”

“我恨死你了。”

“这样能有更强的光吗？”维琪大胆猜测了一下。

“等着看吧。”

“通！”

“哎哟！”

“好啦，你说对啦。OK，电子电荷，加油！再来一个——这次要轻一点。”

“你这个恶棍！”扑！

“怪了呀，”维琪说，“我一点儿光都没看到。”

“我也一样。”路路蹦表示赞同。

“我们可是……可是应当看到一道比较暗淡的光，不是吗？撞击的能量越低，光就会越弱。不应该**突然**就没有了呀！”

“如果光是波，是无限可细分的波，那你说的就没错。可实际情况确实是一下子就没有了。那么，对此你有何解释呀？”

“嗯……我看呀，光显然不是无限可细分的。”

“这又意味着……”

“光是**粒子**？”

“这正是地球体上的一位大智大慧者得出的结论。他叫爱因斯坦。据他分析，光是一种具有确定能量的‘小包’——**光子**。光子的存在，已经在更早些时得到一个叫马克斯·普朗克①的地球人的预言。一个光的‘小包’所含有的能量——叫做**量子**——是非常少的，等于光的频率乘以**普朗克常数**，而这个常数真是小得难以想象。”

“有多小呢？”

“0.000000000000000000000000000000000006”

“说得对。是挺小的。我说路路蹦？”

“嗯？”

“光是波、还是粒子？”

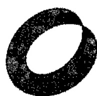
“说得对。”

“两个都是？”

“有时是这个，有时是那个——或者说，**表现得**有时像这个，有时又像那个。粒子和波都是来自经典物理学的事物，也就是说，是我们能在与地球人大小相当的尺度范围内进行观察的东西。以往曾有地球人提出过一种叫做互补原理的说法，认为光永远不可能被发现作为两种事物同时出现。这样的说法在我看来未免太决绝了些。光子是量子化的物体，为什么应当认为它就非得看起来像是经典物体不可呢？我相信我的看法是正确的。不过，总的来说，光子总是要么像是粒子，要么像是波。”

---

① 指德国物理学家、诺贝尔物理奖得主马克斯·普朗克（Max Planck，1858～1947）。——译者



“电子呢？”

“也是两者都是。这就是所谓波粒二象性——如果你喜欢，不妨将它们称为“波粒子”，只是如今称它们是量子波函数的居多。”

“新名称未必能造成多大区别。而且听起来仍让我觉得怪里怪气。”

“这是因为我们通常总是在经典尺度范围内生活，要想看到量子效应，就非得花大气力，而且还得借助特别仪器才行。如果我们的大小缩到普朗克长度左右，也就是在波粒二象性能表现出来的范围内，就会认为粒子只能是粒子的想法是荒谬而难以想象的呢！”

“整个世界难道是由这种波粒二象性的东西构成的吗？”被这个新得到的图景弄得有些惶惶然的维琪问道。**实在的世界其实并不实在**，原来到处都存在着起伏升降！

“正是由于发现了量子效应，导致地球人相信，物质在极微小尺度范围内的波动性，意味着一切都建立在概率的基础之上。这就是说，建立在可能的基础之上。事实是，量子波是一种概率波。波最强的地方、亦即概率最大的地方，就是粒子最可能被观察到的地方。”

“为什么不能观察到波的整体呢？”

“这是由一个叫维纳·海森伯[1]的地球人所发现的不确定原理所决定的。如果属意于测量某个性质，比如说，粒子的位置，这一测量就会干扰量子波函数。事实是，对粒子在任一时刻的位置和速度是不可能同时测量出的。观测其中的一个，就会改变另外的一个，而且改变的程度是随机的。”

“真邪门！”维琪想道。其实，这是一个良好的开始。如果不觉得量子理论邪门，那就是还没入门哩。

2099年亥月19日，周丁

我的宝贝日记呀：

我发现，越是深入到粒子的领域之中，物理学就越是难啃。

---

① 指德国物理学家、诺贝尔物理奖得主、量子物理学的奠基人之一维纳·海森伯（Werner Heisenberg，1901～1976）。——译者



先说说**原子**吧。地球人物理学家在发明科学名词时，总是起得糟糕不堪。就像“相对论”吧，其实是说光速是绝对的，相对的运动其实并不相对。不过呢，有了新的发现，总得发明些新词语；而新词语的选字，又得斟酌随后可能发生的情况有所猜测。一旦猜错了，词语就成了坏名称了，而且从此甩不掉了。我自己倒不认为“相对论”的名称也属于这种情况，但“原子”这个名称肯定就没能取好。这个词来源于地球体上的希腊语，意思是“不可再分的”，日记你说说，它是个符合事实的名词吗？

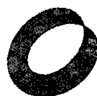
不幸的是，原子与不可再分实在是相差十万八千里。从原子中可以分**出亚原子粒子**来，而且其种类可以说是数以**百**计，它们各自都是**不可再分的原子的一部分**！质子、中子、电子、光子……它们只是几个得到较多了解的成员。此外还有μ子、τ介子、中微子、π介子……多了去啦！

这些粒子都属于“基本粒子”的范畴。而将这些基本粒子都列出来，名单会**长得很**哩。既然有这么多，就很难认为它们都是基本的。可路路蹦说，减少基本粒子种数的最好方法，就是再加进来另外一大堆。真是滑稽！

听来匪夷所思，但却行之有效。这是因为，原来的粒子可以用新加进来的成员构成。因此，当再提起“构筑基砖”的概念时，名单就会短得多，层次也明晰得多，像是弄出了一个新的亚原子粒子的名单。明白我的意思吗，我的日记？

在种种目前已知的亚原子粒子中，最重要的是**夸克**。将夸克拢到一起，质子啦、中子啦等等粒子就形成了。比如说，一个质子就由两个**上**夸克再加一个**下**夸克构成；中子则是两个**下**夸克再加一个**上**夸克。有一种叫负欧米加粒子的东西——别问我，我也不知道它是个什么，它是由三个**奇异**夸克构成的。

情况就是这样：夸克有六种——**上**、**下**、**顶**、**底**、**奇异**和**粲**，一般形容为六种“味道”。



夸克分正反两类，而且总是成三结队的，要么三个同属一类，要么一正两反——各种介子即属此类。独立的夸克是从未被观察到的。怎么得知这一点呢？因为夸克是带电的，所带电量有的是电子所带电量的1/3，有的是其2/3。所以，如果它们单独存在，就会显得格格不入。

既然有猫食，就应当有猫前来吃食——而且往往是同一只猫。

维琪期待地四处张望，可就是看不见那只小动物。她绕着那只猫食碗兜了半圈，看到另一边有个“谔”字。

“这只碗上有‘谔薛定’三个字，什么意思呀？”

“头一个字定错了，维琪。应该念成‘薛定谔’。”

“烧碗师傅的名字？”

“不是。”

“猫食商标？”

“不是。”

“某种标志符号？”

“不是。”

“那只来吃食的猫叫这个？”

“不是。”

“哎哟喂！”

“说不定是指有只猫到处‘踅’吃的，看到这里有，就此‘定’住‘饿’了？”

“‘踅’？哪个‘踅’？”

“来回来去走的那个‘踅’，‘踅摸’的‘踅’！”

“‘定’呢？”

“定住了，就是止住的意思。”

“是吗？”谈话到这里止住了，出现了一阵不自在的沉默。最后，还是维琪先开了口：“路路蹦，这些解释是你杜撰的吧？你根本不知道这个‘薛

定谔’是什么意思，再说了，‘踶’和‘饿’都是音同字不同的呀！”①

“不要跟我发牢骚。”路路蹦说，“说真格的，我其实知道这几个字的来由。不过，我们提到的猫就在这里。你不妨直接问**他**好了。”

“哪儿呢？我看不见。”

“他正在聚成形呢。朝那儿看，那里是不是有一付沮恹相吗？”

“**沮恹相**？什么是沮恹？”

“咧嘴笑的反面。这是一只兴致不高的猫。”

离碗不远的空中现出了一个“∩”形，它慢慢地变得实在起来，呈现为一只无精打采的猫。② 这是一只肥猫，生着灰白相间的条纹。他在碗边坐了下来，开始吃里面的东西。

“不好意思……”维琪开了口。

“不值一提。”猫咪说，一付悲悲切切的声调，还在接着吃。

“我的意思是，我很抱歉妨碍了你……”

“那就别妨碍！”猫咪又打断了维琪。

“可我刚才**事先**说了声‘不好意思’啦！”维琪声明说。

“我也说了，你不值得跟我提起任何事嘛！可你还是提了，而且提了两次。你是不是有嘴**没耳朵**呀？”

“你这只猫怪得很，真是没见过！”维琪说。

这只猫停止了吃食，眼睛盯住了维琪说：“我说，你是个**观测者**，对吧？”

“对不起，你是说……”

“你在**观测**我，对不？”

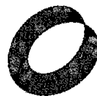
“嗯……如果你是这个意思的话，我想我应当是个观测者。”

“那么，我就不可能是只没见到的猫。”他说，“只有在你不**观测**我时，

---

① 这里又是一处文字游戏，系作者将薛定谔的名字 Schrödinger 拆开为 dinger 和 Schrö 两部分，并分别以同这两部分发音相近的英文 ding（鸣钟）和 shrew（泼妇）开了一串玩笑。这里的中文是意译的。——译者

② 这里是模仿《爱丽丝漫游奇境记》中的一段经典描写，是说一只会笑的猫（柴郡猫）在形体逐渐消失后，笑容还留了下来。——译者



我才是只没见到的猫。我是绝对邪门的。不过，你永远也**观测不到**我邪门的样子。在你的眼中，我永远是正常的。”

维琪有意就此争论一番——她觉得这头动物既招喜又讨嫌。不过，她从小就受到了礼教的熏陶，于是这样开了头：“你饿了吗？”

“这得看怎么观测了。”猫咪说。

“什么怎么观测？”

“看你是不是观测我饿了。”

“我观测你**正在吃**东西。”维琪说。

“这可不一样，”猫咪说，“推证不算数。只要你不是在真正**观测**我的饱饿状态，我就可能是饿着的，于是乎，我就可能大吞大咽，将吃的一口不留。但你要是观测呢，我就可能只是半饥半饱。”

真恶心哟！怎么数宇里尽是这类宝货呀？“路路蹦，你得帮帮我。这只猫说的话，我绝对琢磨不透！”

路路蹦踱了过来。

“这是因为你还没有读过有关我的韦编[①]呀，”猫咪说道。

“又说得不靠谱了。尾巴只能**看**，不能读。再说了，我可是看见了你的尾巴了，看得清清楚楚。”

“对我的韦编，本猫可是相当敏感的呀！”猫咪说道。

“用不着担心，猫先生——我是不会踩到它的。”

“我的名字叫铁爪。”这只猫咪说。

“听起来怪有意思的。”

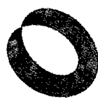
“那**你的**名字呢？”

“维琪。”

“可你还说**我的**名字有意思呢。嘿，我得提醒你，本猫的韦编可会让知情者难受哟！”

---

① 原文为 tale，意为故事，和尾巴（tail）发音是相同的，故维琪误解了。为了意译，将此词译为可指代书籍的“韦编”（可参看前文第六章中有关“韦编”的注释，第 111 页），后文的相应文字也有所改动（如“听”改为“读”等）。——译者



“不会，不会的！你的尾巴又有条纹，又能摆来摆去，真是漂亮得很呢！”

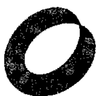
路路蹦将维琪拉到一边，小声指出了她的误解。接着，他们三个都就了坐，听猫咪讲述自己的故事。（维琪心想：“铁爪先生哎，如果你当初就说“故事”，而不跟我掉书袋，刚才这些尴尬事不就都不会发生了吗！”——但她太讲礼数了，只在心里念叨，没有说出来。）

“多年以来，”猫咪开始说了，“我一直过着平静的生活。然而，改变我命运的一天来到了。我看到一处实验室招聘猫的广告。其实，我本来应当意识到，这‘猫’和‘实验室’会有什么关系——放在一起，绝非吉兆！可我当时是‘瘸子下山’——这你懂吧，就是钱（前）紧，结果就没加考虑，递送了申请表。我得到了这份工作。这让我很高兴——高兴了一阵子。”

“这份工作是……”维琪问道。

“让我在一只盒子里面呆着。在一个小地方里呆着，这是猫咪们都很擅长的呀。于是，我就认为这份工作算得上是‘易如反爪’了。可我的雇主没有告诉我，盒子里除了我，还有一堆这样那样的机关，而且我还得在里面一直呆到有一个讨厌的家伙把门打开，这才能够出来。要知道，所有这些规定都是《动物保护法》出台之前的事情。如今，此类做法都是不允许的了，然而在当时，谁也不把它们当回事儿。

“于是，我就在那个盒子里坐来坐去，而且那个讨厌家伙不来开门，我就无法出来。我就坐啊坐的，看看盒子里面的那些机关都是什么。我是只猫，所以在黑地方也能看见。反正呢，我在盒里面看到有一团东西在**发着微光**。我就想了：‘这个玩艺挺好，他们给我留了盏过夜灯。’那里还有只像是玻璃管子的东西，里面是空的——也许并不空，但**看上去**什么都没有，后来我才知道实情。玻璃管看上去一碰就会碎的样子，可是我‘跟爪’又看到，管子上面悬着一只讨厌的大锤子，只用一根细绳悬吊着。我就想了：‘得赶快弄走这个锤子，要不然，它就会掉下来，把管子砸碎！’细绳旁边还有一把剪刀，剪刀口是张开的，就搁在细绳两边。另外还有一



大堆线圈、弹簧、齿轮之类的东西，一路从剪刀柄连到一套我说不清、道不明的东西上，而这个东西就指着那个发着微光的东西。

“我看不出名堂来，就去睡觉了。正常的猫在这种形势下都会如此。正睡得美呢，盒盖子打开了，不知是谁的鼻子探了进来。我便竭力放低身形，希望能再多睡一会儿。

“‘嘿，看呀，这只猫死了！’我听到有个声音说。当然，我知道我并没有死，所有的猫咪都明白这种事情。不过，我什么也没有说。‘那只检测器一定已经记录到了放射性原子的衰变，并释放了毒气。’另外一个声音说。

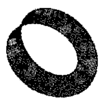
“毒气！说实话，我正打算一下窜出盒子逃走，第一个说话的那个家伙又说了一句话，更是将我吓坏了：‘这么说，他的波函数都垮塌了吧？’跟你说，伙计，我对自己的波函数是很引以为荣的，不管谁给我多少钱让我放弃，我也不会干。不管是不是必要，我每个月都会舔洗一次。‘是的，他一定是处于一种叠加态———一部分死了，一部分活着。那么，我们还是打开盒子观测他吧，同时还将他的波函数垮塌到“死亡”一级。’”

“得，不能再装了。我先睁开一只眼睛，接着又睁开另一只，瞪着他们。你知道第一个家伙说了什么吗？”

“不知道。”

“他说：‘也许我们当初应当用更厉害的毒药吧。’听听，心有多狠！”猫咪停了一下，腾出嘴来舔了舔爪子，又将爪子伸到耳后搔了一气，这才又接着说：“后来我才琢磨出来，我原来是只量子猫。明白了吗？我是服从铁爪原理的。所以啦，我的名字才叫铁爪呀。我会像波一样地自己与自己干涉——当然，这要等我喜欢的时候，但这里得说明一句，我根本无意于此。

“一旦盒子关起来以后，盒子外面那两个家伙就观测不到盒子里面的情况了，因此，他们便设想放射性原子处于‘衰变’和‘非衰变’这两个状态的量子叠加情况。而叠加的结果，再加上前面提到的检测器、锤子、



玻璃管子和毒气等等的作用，又会指明**我**的状态是‘死’与‘非死’的叠加。可是，当他们为了**观测**我的状态而打开盒子时，这一举动便马上使我的波函数垮塌掉了。我总算是幸运，赶上的正好是‘非死’，我才得以在他们关上盒子再从头折腾一遍之前跑了出来。他们本以为我**已经**死掉了，就只顾着看**我**，没有注意那只锤子根本没动位置。”

“真是太可怕了。”维琪说。

“最可怕的还在后头呢，”猫咪说，“正当我逃出盒子时，他们却注意到那只有毒的玻璃管原封未动，这一分神，他们就没能**观测**到我的出逃。这样一来，他们只能设定我处于‘逃走’和‘未逃走’这两种量子状态或者说量子态的某种叠加结果上。因此，自那时起，我便在这个猫咪国到处流浪，不知道我的波函数到底将在何时垮塌——而且也不知道，当垮塌之际来到时，我是不是仍在盒子里，只**在幻想中**逃脱了他们的魔掌。”

“让我来说说是不是这么回事儿，”路路蹦说，“你固然是只猫，但从物理学研究的角度来说，你其实只是一个由数量极多的、彼此以某种无比复杂的方式相互作用的基本粒子所形成的体系。由于每一个粒子都是一道量子波，整个体系便也有一道量子波。于是乎，**你**便有一道量子波——”

“我可并非只是一道量子波呀！”铁爪插了一句嘴。

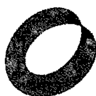
“——因此应当服从铁爪原理——其实是叠加原理。当不处于被观测状态时，你的量子波函数可能是——或者说最有可能是——所有状态的叠加结果。”

“是呀，这是顶顶要紧的啦！”猫咪说。

“当你被关在密不透风的盒子里时，谁也无法对你进行观测，因此……”

“等一等，”维琪说，“难道铁爪不能进行**自我**观测吗？他难道不能是个观测者——内部观测者吗？”

“我自己也这样想过，”猫咪说，“不过他们都说，我的观测结果与盒子外面的无论什么观测者也无法交流，因此不能算是观测。”



“据我看，这种情况真是太特别了……”维琪开了口，但路路蹦急于继续大谈自己的归纳——

“由于当你在盒子里时，**其他**无论任何观测者都无法对你进行观测，你的波函数是能够保持在叠加状态上的。”

“没错。”

“状态只有两种：一是‘生’，一是‘死’。”

“没错。”

“为什么呀?”维琪问,“铁爪的状态为什么不能是‘浑身长毛’和‘肚子饿’的叠加结果呢?”

“不晓得，”猫咪说，“说实在的，这是我最可能处于的状态。物理学家管这种状态叫‘基态’。”

“那么，‘身上出了淤血斑’和‘打开降落伞、从高楼顶上跳下来’，也应当算是‘基态’了吧?”维琪有点感兴趣了，也插嘴说。

“恐怕**未必**算得上。”猫咪说。路路蹦的后脑里产生了一种**麻酥酥**的感觉——这是想起了什么、却又隐隐约约说不清楚时的感觉。

“可是，在量子世界里，任何哪怕是只有一点点**可能**的情况，都应当纳入考虑范围，是不是呀?”维琪坚持道。

“没错，”猫咪说，“我就是对这一点放心不下。”

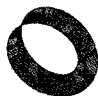
“现在我想问问有关观测的事情，”维琪说，“根据量子理论，构成观测需要满足什么条件?”

“就是被观测的体系及其环境之间的相互作用，到头来能够产生一个明确的**数值结果**，”路路蹦回答，并对她居然想出来这样一个艰深的问题感到诧异。

“那么，如果我要数铁爪的尾巴，结果得到了一个‘1’，这是不是进行了一次观测呢?”

“是。如果你要数铁爪的尾巴，结果得到了一个‘**5**’，也是进行了一次观测，只是算不得好观测。”

“当有观测进行时，会发生什么情况呢?”



“波函数会垮塌，进入某种纯态。”

“什么是纯态呢?”

“是不能通过其他状态的叠加进行描述的状态。通过一定的数学推导可以知道，处于纯态与能够得出数值结果两者是等价的。所以，纯态是**仅有的**能够进行观测的状态。”

维琪想了一想后说道:“那么，‘死’是一种纯态吗?”

“是，因为它能被观测到。”

“我闹不清这是不是循环逻辑，”维琪对此持有异议。“你观测死猫的结果，能得到什么数值呢?”

“得到‘0’啊——每年呼吸的次数。”

“哼。‘死’当真是一种量子态吗? 我可不十分相信。”

“**一切**状态其实都是量子态。”

“不是的，你刚才没听出我问的重点。‘死’当真是**一种**量子态吗?”

“你是指……”

“猫不是会有不止一种死法吗? 比如说，被车碾死，被猛兽咬死，惹怒了河马而被踩死……”

“你这是什么**居心**?”猫咪抗议了，“看来你对猫的死法**津津乐道**哩!”

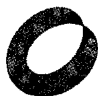
“对不起，我只是将种种设想罗列一番。根据量子态，如何判断出一只猫已经死了呢?”

“我不知道。”

“如何判断它还活着呢?”

“还是一样。我甚至不敢肯定在我们面前的是不是一只猫。”

“所以，如果‘死’其实是许多种可能的状态，‘活’也是许多种可能的状态，那么，当将它们各取一半叠加起来，结果又会如何呢? 这时得到的是更多的可能性。据我看，如果选择好了正确的‘死’和‘活’的状态，‘打开降落伞从高楼顶上跳下来，身上出了淤血斑’，对应的可能就是13%的死加上87%的活——我的意思是说，假设‘彻底的死’是同‘浑身**都是**淤血斑’相关的，‘大活特活’是同‘打开特大号降落伞从特高楼顶上跳下来’相关的，那么，



13%的死加上87%的活，是不是便相当于‘打开降落伞从高楼顶上跳下来，身上出了淤血斑’呢?”

“我说不明白。不过你的思路的确不错。”

“我说铁爪，要知道，你尽是胡说八道。你是一只**猫**，不是波函数。‘猫’是个经典概念，不是量子概念。叫我说，在任何时刻上，你**都具有**一个量子波函数……不对，就连这个说法也不是真的。”

“为什么不是真的呢?”路路蹦问。

“因为他同环境是彼此作用的呀。因此，你不能将波函数中本是**他**的那一部分挑出来，让本是环境的那一部分剩下来。比如说，他所吃下去的东西中的分子，究竟是**他的**一部分呢，还是**环境的**一部分呢?”

“这我可从不曾想过，”猫咪说。“它们开头并不是，后来就是了。重要的是得尽可能多吃些进去。至于波函数的垮塌，那是很可靠的事实，知道吗？对此进行过实验咧!”

“用猫进行的吗?”

“跟你说，我告诉过你的，在进行这样的实验时，我在……不是用我，是用电子。”

“一个电子是一个非常简单的量子体系，可一只猫就不是，铁爪。猫这个体系可是**极其**复杂的。因此，像‘纯态’和‘叠加’等一些词语，并不是特别明确的，是吧?”

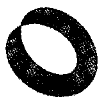
路路蹦终于记起了刚才他一直若有若无地感觉到的东西:“维琪，你是对的。铁爪会有一段非常短的去相干时间——也称脱散时间。”

“噢呀呀，”铁爪说，“这我可就**当真**感到安全喽!”

“对于由大量粒子构成的体系，纯态的叠加有可能会变得模糊起来，这时，它们相位间的相干就去掉了。”

“左一个去相干，右一个去相干，你还有完没有?”猫咪说，“我真受不了这些行话。”

“好吧，我换个法子试试……通常可以将量子态理解为概率。比如说，如果观测到纯态的某个混合结果为13%的死与87%的活，这个结果就可理



解为观测到死状态的可能性为13%，而观测到活状态的可能性为87%。”

“行啊，至少形势对我是利多弊少。”猫咪评论道，“当然，我还是希望能够进一步改善些。俄式轮盘赌大概也是这么一回事。”①

“不过呢，概率只涉及状态的**强弱**，也就是与状态相应的波的**振幅**。量子波函数除了有振幅，还会有相位。”

“我倒是听说过这个东西，”猫咪说，“只是不知道**自己也有**。”

“相位是指波于某个时刻的状态相对于运动周期的位置，”路路蹦说，他一面说，一面努力选择着合适的词语。“这是相对于某个特定选择而言的。我可以告诉你有关的公式，但你得……”

“你是不是说，比方说，波是一上一下地动个不停，而相位就是表明现在是上、是下，或者是介于上和下之间的某个情况？”

“谢谢你，维琪，正是我心里要说的。只是你说的‘上’和‘下’一定得从比喻的角度理解。你在观测某个状态时所得到的数值，**是与相位无关的**。然而，通过状态的叠加而得到的波函数，却是**与相位有关**的。大家过去都认为相位是无法观测到的，不过现在不同了，能够观测到，只是极其困难罢了。”

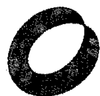
“要知道，每个量子体系在与环境相作用时，都会经历复杂的相位变化。这就是前面所说的‘去相干’。如果只是诸如一个电子之类的简单的量子体系，相位之间的关系倒还能较长地保持原有的关系。这样的话，‘叠加’就能有定义明确的意义，其行为也就能够像是一个量子化粒子。然而，这个去相干时间，也就是各个相位之间的关系变得混乱起来所用的时间，会随粒子数目的增多而十分迅速地变短。铁爪呀，你的波函数会在极短的时间内去相干，短到不值得用量子理论进行讨论的地步。”

“真是太棒了！”维琪说。

“对我能有什么‘棒’可言吗？”猫咪问道。

---

① 一种以性命为赌注的行为（或者把戏）。当事人在能够装入六发子弹的左轮手枪的转轮中只装一发子弹，然后转动旋转弹轮，使一只弹巢对正枪管，将枪口对准自己的头并扳动扳机，并事先就结果打赌。——译者



“我亲爱的铁爪呀，这就表明，即使你曾处于‘死’态与‘活’态叠加在一起的状态，所处时间也会短得不可思议，短到谁也不可能发现你曾处于该状态内的程度。因为你是一个较大的体系，在与环境相互作用的时候，你的**行为**根本就不像是个量子体系，完全像是个经典体系。”

铁爪仔细琢磨着这番话，“可是，那个盒子拦住了我，不让我同环境进行相互作用呀！”

“非也。盒子里面仍然存在着足够多的环境嘛。放射性原子与**检测器**的相互作用，造成了波函数的去相干——这时，你甚至还没有被涉及到哩！”

“如果检测器能记录到一个粒子的衰变，”猫咪不高兴地表示，“它就也应当将我涉及进来。当然，你的话我是明白的。这就是说，我压根儿也不曾处于‘死’和‘活’的‘铁爪’（叠加）的掌握之中吗？”

“倒不是压根儿，但绝对没有长到有任何意义的程度。”

“在那个不长的时间里，我**到底**又处于什么状态呢？”

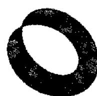
“你处于**非**死**即**活的状态。”路路蹦说，“**你自己**是知道的，至少你在‘活’时能够知道。至于外部的观测者，他们就**不可能**知道了，要想知道，就得等到打开盒子以后。不过，这并没有任何神秘之处呀！发生在我们身上的几乎一切都是这样的。我们无法预言将会发生**什么**，所能做的只有等着看结局。这并不是量子理论，而只是不了解情况。”

一阵长时间的静默。在此之后，铁爪说道：“我能接受这套说法。我经常就是这么行事的。”说完，他的脸上也现出了一个“U”，而且咧得几乎同路路蹦一样宽。

2099年亥月19日。周丁，（续前）

一段时间以来，有件事情一直在困扰着我。我的日记老友，现在，我终于用我的底尖将这个困难戳住了！

你知道，数字并不是地球人的宇宙，但这两者又奇特地搅在一起。数字是地球人的集体智慧的产物，而地球人的宇宙的行为，又受



到数字的某种方式的左右。真不知道那些奇特的生物是不是单用智慧，就**发明**了**他们的宇宙呢？**

我向路路蹦问了这个问题，而他的回答是一阵笑声。

过了一会儿，他向我道了歉，表示我问的这个问题很有水平。他刚才之所以发笑，只是因为有些地球人科学家与哲学家也恰好这样认为。这些人认为，他们的这个宇宙实际是不存在的，除非地球体上能有谁（至少要有一个）能对它进行观测——从而“导致其波函数垮塌”，才能证明它是自在之物。

不过，多数智慧生物还是认为，这样的看法实属无稽之论。（后来路路蹦又补充了一句“幸亏如此”。）宇宙要比一只猫更加复杂，因此其去相干时间必然还要短。再说了，能够容纳地球人思维的大脑，又如何能够在一个不存在的宇宙中得以进化呢？

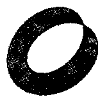
他说的确实有道理。

我就又问他，那么，**到底**都发生了什么呢？

他向我指出说，地球人手里没有太虚感传器，他们无法像我们这样直接**体验**数字。不过他又说，他们之所以无从直接体验，是因为**他们**是自在之体，而我只是一个太虚构造体。这让我生起气来，于是他又告诉我，他自己也同样是太虚构造体。

那么，地球人是如何体验数字的呢？他们固然没有太虚感传器，但他们有一种叫做“六神器”的工具。这六神就是想象、数学、类比、归纳、外推与递归。

就以他们的空间概念为例。他们四处张望，并由此想象自己是生活在一个平直的面上，并且这个平面是带有上下方向的。（地球体其实是圆的，但这关系不大，因为它虽然是圆的，但同时又**大得很**。）他们将这种想象带进了三维欧几里得空间的数学。通过与二维空间的类比——因为他们能在二维空间上作图，他们理解了三维空间。然而——下面这一点对于了解地球人的思维特点极为关键——**他们并不就此止步**。通过归纳，他们得出了4维、5维、n维与∞维的概念。



根据自己的三维体验，他们又进行外推，结果从平面得出了超平面，从球体得出了 n 维球，等等。最后——但以后你会发现，这根本**不是**什么最后，他们又借助递归回到想象阶段，并从那里重新开始。正因为如此，他们才能从简单的三维欧几里得空间模型，进展到远为复杂和微妙的量子化宇宙的几何学。

"这就是说，一切存在于他们的思维之中啦？"我问路路蹦。

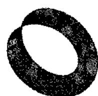
"不是的。"他说，"应当说是他们的思维存在于一切之内。他们的大脑是用地球体所在的宇宙中的物质生成的，并服从地球体上所在的宇宙中的规律。他们的思维是发生在其大脑内的过程，其中有许多本是大脑之外的宇宙在大脑之内的反映。因此，地球人共同使用'六神器'的结果，自然是通过思维构筑起了数字，用数字来模拟外部规律的种种效应，而且相当成功。他们未必总能得到**正确的**规律——而且他们也认识到，或许最终的规律根本就不存在，但仍然不懈地坚持下去。这样，数字规律便逐渐与观测到的实在非常精确地对应为一体了。"

"这么说，情况就是这些喽？"我问路路蹦。

"只是基本上，"他说，"这里面有些神秘之处。比如说，在地球人生存的宇宙中，为什么这'六神'就能发挥作用呢？"

"为什么呢？"在沉默了好一会儿后，我问路路蹦说。

"我不知道。"是他的回答。



第十二章

年龄迥异的孪生兄弟

“格罗夫纳?”

“什么事，丽丽?”

“你其实很想念她，是吧?”

格罗夫纳·方方把报卷放到一边，瞪起眼睛问道:“她是谁?”

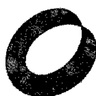
“维琪。”

格罗夫纳竭力憋住心里的火气，气得浑身都成了青灰色:“在她干出这种的事情之后，你居然还在这个家里提她的名字，真太叫我奇怪了!”裘碧丽一声没吭，但显然快要哭出来了。格罗夫纳接着说:“也不寄封信来，也不打个电话来……我最生气的其实是这个。丽丽，离开家里，这我能原谅她——她毕竟成年了嘛，可哪能这么一走了之呀!”他不断地摇着自己的顶点，表现出一付难以置信的样子。“就这么让我们牵肠挂肚的，也太不像话了吧!”

“维琪平素可不这样啊! 你说是不是?”

“从来没这样过，”他吸了一口大气，“丽丽，我真是十分担心……说不定她被谁绊住了，无法跟咱们联系吧? 说不定她遇到麻烦了吧? 我……亲爱的，我知道我没怎么提这件事，而且说了也只能给大伙添心事，所以只是在心里惦记着。”

“可一家子正是因为这个，才特别担心呀，格罗夫纳! 难道你不明白这个? 你心里想什么，不需要跟我藏着掖着。你能了解我心里是怎么折腾着吗?”



“我……我了解……可尽管是这样，我还是觉得，提到维琪，但又一筹莫展，还是会让大家心里更不好受。但愿……但愿……但愿她能送个信儿来。这样，知道她还平平安安地呆在二维国的什么地方，不再卷入那个三维的胡思乱想，我的心也就踏实了。”

2099 年亥月 20 日，周戊

嘿，日记，今儿个跟你说说**这个**！

记得我跟你说过，数字既是地球人想出来的，又是地球体所在的宇宙的推动力量。是的，我**明明知道**我将要说的东西是够离谱的，而我还是要跟你谈。我要谈地球人……

这么说吧，这个地球体上的文明，具有某种翻过来掉过去地自我参照的本性，而这在数字的所有生物中是独一无二的。他们对本身所**栖身**的空间的看法，一直是在不断地变化着。

我的高祖父阿尔伯特在他所写的《神奇的二维国》一书中，用“三维世界”来指代地球体的几何学知识。他对这个世界的认识是这样**开始**的：

这里所讲的世界叫“二维国”。这并不是我们随便给它起的名称，而是为使你们——有幸生活在三维空间的读者们——对它的本性更能清楚些才这样叫的。

接着，他讲述了三维世界的水手、儿童等情况，这多亏了另一位有如路路蹦的生灵的引导。这使我相信，这位阿尔伯特老祖，其实将地球体同某种数字构筑混同一谈了。当然，我这位祖先当年在观光这片**据称**叫做“三维世界”的地方时，将这一数字构筑认定是地球体那里有关真实空间的真确几何存在。这倒也并不奇怪。（请记住，亲爱的日记，宇宙间存在着一种同步性，因此，地球体上的纪年方法与我们二维国是一致的，只存在着一个常数差值—— 100 年，这就是说，我们的 1999 年是他们的 1899 年，我们的 2100 年是他们的 2000 年，如此等等。）

从我前面所说的，你想必已经猜到了，当我这次拜访地球体时，这帮“时而下雨时而晴”的生物，又已变了观念了。他们不再认定自己的世界是理想的三维欧几里得空间，而且连三维空间都不是了！此时的空间是一种叫做四维时空的存在。对于这个概念，我以后会向你大书特书的。这个重要的观念之所以产生，无疑与地球人中的一个名字中也有“阿尔伯特”① 的人有关……瞧，还没到说的时候，我又嘴快了。我的宝贝日记呀，但凡我发现了什么要紧的东西，**总是**憋不住要一吐为快。

维琪和路路蹦正坐在一辆大巴车里。

路路蹦买好了两张票，准备去参观地球体上的物理学史展。实际上，他们搭乘的是一辆“万方车”，就是哪里都能去的车子，不单单能去地球体上的任意地方，而且能去**无论哪里**的任何地方。这个万方车其实就是一架宇宙漫游机——而在数字所包含的广袤世界里，“任意地方”可实在是多哩，只是古怪的所在着实不少，这些地方最好还是不去为妙。不过呢，这种旅游是经营方包办的。参加者交了钱以后，去什么地方只能听任安排，无权选择自己想去的地方。

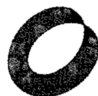
此时，大巴车正在名叫“连续车道”的公路上突突地跑着。这条路地处泛空间中的一段比较偏僻的所在，走这条路是为了绕开那个形状永无定形的拓扑国，免得遇到大麻烦。巴士司机想要去金字塔公园，却怎么也找不到相应的出口，正在担心因不小心已经开过了头，突然，维琪和路路蹦听到后面远远传来一阵警笛的尖叫。司机想必也听到了，所以将车打到路边上，停了车、熄了火。

噢噢噢噢噢噢噢噢噢噢噢噢噢噢呜呜呜呜呜呜呜呜呜呜呜呜呜……

有个东西从巴士旁边冲了过去，可冲得太快了，连是个什么都没能看出来。

---

① 指爱因斯坦。阿尔伯特是他的名字。——译者



“**那**是个什么呀?”维琪嚷道。

“不晓得,”路路蹦说,“我去跟司机说句话。”他猛地蹦到了车子前方,同坐在方向盘后面的司机讲起话来,看样子有些激动。过了一会儿,他又一路蹦了回来:“嗯……我来归纳一下刚才我们所谈的内容……你听说过**消防**队这个名词吗?”

“当然听说过。”维琪说,“二维国的每座城市里都设有消防队。它们的工作是到处扑灭火情——至少是尽可能扑灭。”

“刚才过去的是光防队。”

“光防……就是去……扑灭‘光情’?”

“嗯……大体就是这么回事,”路路蹦说,“光防队员要是追到了光,就会把它变黑。这是绝对没错的,只是他们从未成功过。他们只是在**追——追而不逮,因为在这个**时空里,追到光是根本不可能的。诚然,他们还是照追不误。他们不就是**干这个**的嘛!而且,这班光防队员还非常忠于职守哩!”

“这可不够光彩呀!他们为什么追不到光呢?”

“因为光比他们快。”

“据我看,”维琪认真考虑了一会儿又说,“这不还是说他们追不到吗?”

“要叫我看,真正的原因是光跑得比**什么都**快——只有它自己除外。不知你是否注意到了,这里的路边有一些路牌,上面都印有ⓒ的标识?”

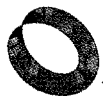
“我认为它们是拥有版权的标记。”

“不然,圆圈里面的 c 是光速的代表符号,是每秒钟走 300000 千米。ⓒ是在告诉大家,在数宇的这一部分,也就是在相对论时空连续体,速度的极限是这个 c。”

维琪琢磨着这句话的意思:“我可从来不知道光有个速度。开灯的时候,我可从来没有看到光从灯那里向我扫过来的过程呀。”

“维琪,即便你没有看到这种情况,**你又看到了什么呢?**”

“看到了光呀。对不起,我是说,光一来,我就看到了呗。”



“那就对了呀。还有哇，”路路蹦说，“当有谁在房间的另一头跟你说话，但话还没进到你的耳朵之前，你也同样**听**不到。两个事儿是同一个理儿。只不过，声音从一个地方传到另一个地方，用的时间是能够觉察出来的。正因为如此，你才能听到回声——听到自己早一些时说出的话**过了一会儿**又传回来。当然，这是声音传出去又折回来需要有一段时间的缘故。我说的这一段你能明白不?”

“明白。不过在屋子里，你是听不到回声的吧?”

“如果房间**很大**，还是能够听见的。即便是在小屋子里，回声也是存在的。只是它通常在屋子里的一来一去，只会用一秒钟中的一小点儿，因此我们注意不到。

“光的情况也是类似的，只是光走得快得多。天上一出闪电，你几乎立马就能看到电光，可雷声却得过一会儿才能传来，于是大家就能注意到这一延误。声音大约每 3 秒钟走一千米。”

“先看到打闪，后听到打雷，我以前一直没闹明白是为什么!”

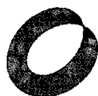
“就闪电的情况而论，**不妨认为**它的光可以瞬时到达，也就是光走得无穷快。但其实并非如此。地球人琢磨出了测量光速快慢的方法，而天文学观测提供了第一个方法。地球人天文学家发现，光是以每秒钟 300000 千米的速度传播的，这样高的速度可是前所未闻的。我们的老朋友爱因斯坦——没错，就是认识到光可以有粒子行为的那一位，提出了一个简单的说法，并以此为基础，建立了一整套有关时空的理论。他将这个理论叫做‘相对论’。”

“这么起名称，是因为一切都是相对的，是吧?”

“其实大大相反!”路路蹦说，“对于这个相对论，有一条应当记住，就是这个名字起得实在不算高明。”

“那又为什么取了这么个名字呢?”

“历史的偶然呗，”路路蹦说，“地球人起了这个名字后，就被它套住了。相对论的全部内容，**并不是**什么‘一切都是相对的’，而是另外一条特别的内容：光的速度是**绝对**的。出乎意料吧？来，接过这只枪。”说着，



路路蹦的身边冒出了一只小手枪。

“枪？”维琪叫了起来，“给我枪干什么呀？”

“没事儿，这只是一只玩具枪，用压缩空气射小土豆玩儿的。向前瞄准，扣动扳机。”

“我怕打着司机……”

“别朝那儿打，瞄准了道边的那个大标识牌——就是写着‘切勿疲劳驾驶’的那个。对了，你得先装‘子弹’。”说着，路路蹦递给她一袋马铃薯。看到她有些茫然，他就告诉她：“把土豆放进这个槽里。我说过，这是只玩具枪，能把土豆射出去，整个射出去。”

维琪已经从路路蹦那里领教过不少古怪要求了，因此就朝枪膛里放进了一只中等大小的马铃薯，端平了枪口，向司机的左方瞄准，正要扣动扳机……

“喂，且慢！我先问你个问题。比如，你在这辆车里，以每小时 50 千米的速度移动。枪在车里不动，以每小时 500 千米的速度打出一只土豆。这只土豆能跑多快呢？”

“嗯……我想想……枪从车子那里得到了每小时 50 千米的助力，所以我想，这个速度得加给土豆——那就是每小时 550 千米。要是问鳖先生①这个问题，他一定也会这样回答。”

路路蹦从泛空间的不知哪个旮旯里摸出来个遥感测速器：“咱们能用它测定速度。好，预备……瞄准……开枪。”

枪声砰的一响，土豆飞了出去，在前玻璃上打出了一个土豆形状的洞眼。幸好司机做了个躲闪动作，这才没被打中。车子一时失去了控制，在这条泛空间的道路上歪歪扭扭地跑起来。司机回过头，气愤地瞪着这两个家伙，可紧跟着又回过头去，这才躲开了一辆有七个维度的卡车。

“对不住啦，”路路蹦说，“我们这是在搞物理实验呢。”司机嘟囔了一气，说的话全都莫名其妙——也许是在骂脏话吧。路路蹦看了一眼测速器

① 即前文第八章中总在做加法运算的鼋鳖，参看第 132 页。——译者

说:“瞧呀，读数是549.999999999左右。政府能造出这种量仪来，着实干得不赖。”他又递给维琪一只手电筒:“现在再用光来实验一番。”

“用光?”

“光的速度大体为每小时 1080000000 千米，即每秒 300000 千米。车子的速度是每小时 50 千米。那么，光会以多大的速度照到那个路牌上呢？不是**那一个**——那一个正在掠过车身。照那个从正前方跑过来的。”

维琪想了想说:“我琢磨着，这也跟射土豆一样，得两个加起来。因此，时速得是 1080000050 千米。”

“得，咱们来试试吧。预备……瞄准……照!”

一束光打到了路牌上，然后，车就从这块路牌旁掠了过去。

“太快了，我什么也没看出来。”维琪说。

“是快，谁单靠眼睛也看不出来。不过，这只遥控测速仪可能够，而且测得可准啦。它的计数是每小时 1080000000 千米。”

“那个 50 怎么没了呢?”

“没有相加，你觉得奇怪不是？如果从行驶着的车里打出光去，光的速度会同车子不走时完全一样。”

“这可真邪乎。相对速度不是……”

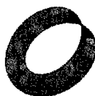
“在三维世界里——不，在相对论几何中，相对速度就是这个结果。更糟糕的是，即令车子是在行驶着，我们在车里测到的光速，也同车外站着不动的观测者一样，结果会完全一样。”

“当真如此?”

“咱们找个谁来问一问吧。”说毕，路路蹦从车窗探出身去，冲着路边一个正给摩托车换轮胎的车手喊道:“喂，伙计！你能测出光速是多大吗?”

那个摩托车手做了个无礼的手势。

“看来，我没能找对发问对象。”路路蹦说，看来并不在意。“啊，这儿来了位警察。我来问问他吧。司机，放慢车速，把车子停一小会儿，你真是太好了，老兄！警官先生，对不起打搅啦，你测得的光速有多大呀?”



"每小时 1080000000 千米，"警察说，"先生，这是法定的限速值。您想必看到那个限速牌子了，牌子说得很清楚：**一切速度**不得超过每小时 1080000000 千米。至少，如果有谁超过这个速度，那就得同我打交道。我还会给他开张罚单。"

维琪还是弄不明白："我说老蹦哥，我知道我大概没有多少想象力，可你总不能靠一纸限速律条把光速给控制住吧？有关光速的律条只能来自物理学，而物理学却说速度是相对的，应当相加到一起。"

路路蹦摇着自己的双角说："要知道，在爱因斯坦之前，物理学家们的确都这样认为。但后来就不这样了。地球人进行了非常复杂的实验，使用了高度精密的仪器，可**结果还是一样**。这是指在从 1881 年到 1894 年——这是指地球体上的纪年，一个叫迈克尔孙·莫利的地球人①所做的工作。他本来是打算测出地球体在'以太'中的运动状况的——以太是一种据信无处不在的、能够让光在内的所有电磁辐射得以传输的流体。如果三维世界的物理学知识是正确的，那么，当地球体在轨道上顺着太阳光射来的方向运动时，太阳光相对于地球体的运动状态，会同当它逆着这一方向运动时有所不同。然而，尽管用了极其灵敏的仪器，这位迈克尔孙·莫利就是发现不出任何不同。"

"这岂不证明，地球体在自己的轨道上运动时，一定也带着以太一道走吗？"维琪表示了不同的意见。

路路蹦从来还不曾这样设想过，因此想了一会儿才能回答她："这个理论颇有意思，维琪。只是它是错的。原因嘛……"他琢磨了好一阵子才说，"……如果'以太'真会如你所设想的那样被带着走，那会使来自遥远天体的星光表现出种种奇特的效应。迈克尔孙·莫利的结论是：要么'以太'根本就不存在，要么地球体**没有**相对于它的运动，而他认为后一种情况是不可能的，否则，光这种东西就实在古怪得厉害了。"

---

① 这是指阿尔伯特·迈克尔孙（Albert Abraham Michelson，1852～1931）和爱德华·莫利（Edward Williams Morley，1838～1923）两名美国科学家。——译者

大巴又上路了。路路蹦继续他的解释:"1905年，爱因斯坦将迈克尔孙·莫利的实验转变为一种理论，解释了光**确实**有些古怪的性质——这就是得名为'狭义相对论'的东西。他还指出，为此，空间也得具有某些古怪的性质。要知道，他其实并不是第一个这样做的，但他率先理解了作为其基础的'大图景'。"

"空间又怎么能够古怪呢?"

"让我来调一调太虚感传器，将我刚才所说的效应夸大后表示出来。这台设备会把光速减慢到同我们跑步差不多的程度。现在你坐到这个座位处，观察我从你身边跑过去，看看会不会注意到我有什么变化。"说着，他便一蹦一蹦地慢慢经过维琪的身边。

"什么变化也没有，你看来完全正常……"维琪干咳了两声，又补充说道:"我是说，就跟你平常是一样的。"

"那好。你刚才看到的，就是我**一向**的样子。注意，我现在要加速了。"

路路蹦再一次从她身旁蹦了过去，招来了巴士里其他游客一片不满的目光。

"你……路路蹦，你看来**瘦了些**。"

"这就对啰。我看你也一样。不过你不是**瘦了些**——你本来就是一条线，而线是没有胖瘦一说的。你是矮了些。① 不过，当你说我看来'瘦了些'时，是不是指我宽处变窄了，对吧?"

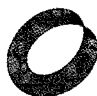
"没错，"维琪将自己的顶尖弯下来，查验自己的长度。"可我的身高还同原来一样嘛!"

"对**你自己**来说，这是对的。对于我来说，如果我坐在这里不动弹，也仍然是对的。然而，当我动得足够快时，你在我看来就缩小了。"

"可是……"

---

① 长度只会在沿运动的方向上表现出视在变化。因此，想必维琪是倚在向后倾斜的座位上的，这样，在路路蹦眼中，她的高度(长度)才会变短。(当然，维琪也会注意到对方的同样变化——当然是高与宽都有变化。)这在后文有明确叙述。——译者



“我明白。你自己并没有看到自己缩小，这是因为你并没有相对于自己的运动。然而，如果你**有**相对于我的运动，我看你就会是缩小的。”

“可是……等一等……如果我有相对于你的运动，你也就有相对于我的运动。因此，我看你，**你**也会是缩小的。”

“对啰！形势是完全对称的呀！当我们彼此存在相对的运动时，我看你变小了，你看我也变小了，但我们看自己时都是正常的。你说绝不绝？”

“真是奇特透顶！我简直不能相信。”

“这是光速有绝对性的必然结果。来自运动物体不同部分的光，会穿越不同距离，在不同的时间到达你的眼睛。由于遵守光速绝对这一条件，致使运动物体看起来有沿着运动方向的**短缩**。爱因斯坦认识到这种收缩是**实实在在**的物理效应。还有不少地球人，比如亨德里克·洛伦兹[①]和庞加莱，都产生过类似的想法，但却认为这多少只是数学上的构想。比他们都年轻些的爱因斯坦却不然——他是用更高级的材料造成的呀！

“变化的还不止是长度哩，”路路蹦又接着说，“当运动得足够快时，时间也会放慢。”

“根据我的体验，当动得很快时，通常会感到时间过得快。”

“啊，你那是指心理时间。我说的可是用表测定到的时间。”

“是吗？不过，时间为什么会……”

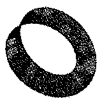
“我再从你身边蹦过去，不过这一次我会按亮手电筒。好，这里还是使用打造出来的慢光。我给你一根直棒和一只表，你用它们来测量我的电筒所打出的光的速度。我也拿着一根直棒，和你的棒一样；我也还拿着一只表，也和你的一样，我也用它们来测量光的速度。开始前，我要求你先证实证实，你的测量工具和我的是完全一样的。”

维琪将两根棒立在一起，它们确实一样长短。她又查验了两只表，它们确实指示着同样的时间。“没错，它们都是一样的。”

“好的。现在，我要求你在测量电筒光速的同时，也注意我的这只棒

---

① 指荷兰物理学家、诺贝尔物理奖得主亨德里克·洛伦兹（Hendrik Antoon Lorentz，1853～1928）。——译者



子。能行吗?”

“没问题。我还能同时嚼口香糖哩。我会尽力而为的，老蹦哥。”

“成了。现在开始!”

路路蹦一路蹦了过来，当从维琪身边蹦过时，他按亮了手电筒。维琪举起了手中的直棒，测量出了路路蹦通过这根细棒所用的时间，并以心算方式根据测量数据得出了光速：300000 千米/秒——时间数的得出，自然有太虚感传器在帮忙。

同时她也注意到，路路蹦手中的细棒也明显地缩短了，同她先前在他形体方面发现的变化一样。那根棒的长度仿佛只有她这根的一半左右。这么说，要是路路蹦自己看的话，光走过这段细棒的距离，应当只用到**她**所测出时间的一半啰？那么，他的光速应当是……

“300000 千米/秒。”路路蹦说。

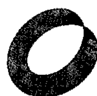
“不对!”维琪反驳道，“应当是每秒 600000 千米呀！我刚才一直盯着呢。你那根棒子收缩了，因此，光沿着你的棒子走，会比沿着我的快得多。”

路路蹦有些不高兴，因此摇起双角来:“我从来不曾在一条陈述中，看到这么多的错误！第一点：你和我应当测出**同样的**光速结果来，这你是**知道**的。那么，你又因何认为我会得出每秒 600000 千米、也就是 $2c$——两倍的光速呢?”说到这里，那个富有感染力的“U”又出现了。“光速变还是不变，这是个大问题![1]”他激情十足地吟哦着。“问题的结果是……光速不变，就是原来的 c！第二条，你说我拿的细棒变短了。我郑重告诉你，站在我的地位上，它并没有改变，完全是正常的。对于我来说，变短了的是**你的**细棒。”

“好，你是对的。那么，为什么……”

---

① 这里的原文为 2c or not 2c，that is the question。莎士比亚的《哈姆雷特》中有一处最有名的独白——To be or not to be，that is the question.（生存还是毁灭，这是个大问题），而前半句的读音恰为 two b or not two b——2b or not 2b，c 又是英文字母表中继 b 之后的下一个字母，并被物理学界普遍用做光速的代表符号，因此有了这样一处经过多次变换的妙文，特在这里解释一下，以飨读者。——译者



“想一想我们是如何得知对方的**表**是什么读数的吧。根据我的表，光要用同样的时间沿我的细棒扫过全长，而你根据**你的**表，光也要用同样的时间沿**你的**细棒扫过全长——光速绝对不变，是不是？可在你看来，我的细棒变短了。那么，你能由此对我的表得出什么推断呢？”

“嗯，这个嘛……你的表一定会走慢，而且慢到恰好能配合你的细棒缩短的程度。光所通过的距离固然短了，但表也走慢了，两个变化正好相抵。”

“如果你能观测到我的表和棒，就会发现的确如此。换句话说，以你的角度衡量，不但沿着运动方向的长度会收缩，时间也会以同样的比例放慢。长度若减少一半，时间便放慢一倍。正因为如此，不论是你观测，还是我观测，光速都是**一样**的。速度涉及到的是距离和时间，一个改变，另一个也必然改变。”

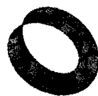
“我看这说得通。”

“就是嘛。现在已经知道，物体的质量会随着运动速度的增加而变大，当运动速度达到光速时，质量也会变成无穷大。不过，我们现在不去涉及这一点。相对论有一点不好理解，就是尽管你会注意到我的细棒和表起了古怪的变化，我自己却不会发现任何改变。我所能注意到的，却是**你的**细棒和表有了奇特的不同。这里的原因，就是因为认为你有相对于我的运动，正同于认为我有相对于你的运动完全一样。就是这么回事。”

“这可是邪了门喽！”

“地球体上的物理学**就是**邪了门的。不过不要怪那里的物理学家，因为邪了门的本是地球体所在的宇宙。”路路蹦稍停了一瞬，又冲着维琪眨了眨眼睛，接着说道：“反正至少对于刚才这个问题是不能怪这些地球人的。不过你有一点是对的，这里看来确乎有些说不通的地方。真是巧得很，这辆车刚好就要开过与我要讲的东西有关的地点。我想向你引见我的两个相识：年龄迥异的孪生兄弟。”

“孪生……他俩可好**不一样**哟！”维琪管不住自己的嘴，硬是说了出



来。“你还说他们是一对双棒儿呢！哎哟，真对不住！我这么说怕是太失礼了，是吧？”

“她失礼了吗？”路路蹦的这两个相识中的一个问另一个。

“没有，她并没有失礼。”这另一个表示。

“不过，要想解释嘛……”最早说话的一个又说。

“那可是非常——”另一个又续上说。

“简单。我们俩是——”

“——双胞胎。”

“他叫——”

“——傻小双。我呢，我叫——”

“不对，我才叫——”

“好啦，你说了算。他叫傻大双。”

真是一双宝货，维琪心里想着。“你们是孪生的，所以一样……“她开始说道，“不过，你们为什么又不——”

“其实我俩并不一样。”傻小双向维琪指出这一点。

“是不一样，他比我老——”

“——得多。”

“别胡诌了，”维琪说，“如果你们是孪生的，那年龄必然会十分接近。”

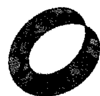
“这就是矛盾的事实——也叫做佯谬。”路路蹦开始解说，可是被这对兄弟打断了。

“你说我俩——”

“——看上去有——”

“——一般大吗？”

“不是的，”维琪表态说，“我刚见到你们时就这么说过的！傻小双看起来要比傻大双老得多。”说到这里，她又觉得失言了，于是全身又成了灰色。“哟，真是抱歉得很！我并不要说……我是说，你看起来非常老成……”



傻小双将他的头低了下来，稀疏的灰发中露出了一块已经卸顶的头皮。傻大双也低下自己的头，可他的头发却是又浓密又黑亮。“我们并不觉得你的话有什么不当之处，”这两位同时这样说，“只不过——”

“那……你们既然有一个比另一个老得多，怎么会是一对双棒儿呢？”

傻小双搔了搔耳朵，开始说道：“说来话长——”

“不对，说来话短。”傻大双抬起杠来。

“那是对你说来话短！对**我**来说可就长啦！关键就在这儿！”

维琪插了进来，想将这番斗嘴劝住：“话长也可，话短也罢，但只能是一种情况，不能两个都对呀。”

“不对，可以两个都对。”傻小双说，“得看是谁说了。”

“不对，得看是谁**观测**了。”

“那还不是一回事？意思是一样的。对吧？”

“不对！这里面的不同是**不一样**的。”

维琪再次想让他俩个都能安静安静：“傻小双，你说对你是说来话长。那就跟我说说吧，不过，你最好还是讲短些。我和路路蹦恐怕不能听你讲一整天。”

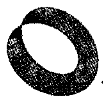
“你让我长话短说？……试试看啦。40多年前，我和傻大双是完全一般大的年龄。事实上，我们当时的模样也都和他现在差不多。可接着呢，他乘一艘飞船走了，去了一颗很远的星星，直到几周前才回来。说完了。你看还算短吧？”

“可谓要言不繁。”

“你没有时间听我说说我的洋葱头，实在是太遗憾了。跟你说，在傻大双跟我分开后的第一年里，我种下了葱籽，它们后来长成了好漂亮的绿色小苗，紧接着呢……”

“很有意思，我知道，”维琪赶快打断他，“那你呢，傻大双，你说你是说来话短。那你就说说。慢慢来，不用急。”

“好哇，”傻大双开始了，“这段事是这样开始的。我们哥儿俩有个共同的朋友。有一次**赶巧**了，我们听他说起一件事……这件事呢，我记得是



在我们一起吃饭的时候提起来的……这顿饭呢，我们吃的是超长蘑菇布丁，还浇了一层明油沙司汁……这道浇汁呢……”他说了又说，结果大家都睡着了，只有维琪还在听……三个小时之后，傻大双总算说到了他进入了一艘飞船，向遥远的星球飞去。“那艘船可快啦，快得不得了！据制造厂商说是光速的百分之九十九点九九九九九九九九九九九九，我看至少也能达到百分之九十九点九九九九九九九九九九九八。后来呢，飞船就把我带到了那颗星星上，我们又一头冲到它的背面，被它的重力又一头沿原路甩了回来……我还没回过神来呢，已经到了家了。

“结果呢，我发现**他**……”傻大双指着傻小双说，“就成了这付未老先衰的模样。”

“未老先衰？你说我**未老先衰**？40 年啦，我等你回来等了 40 年啦，当然成了老头子啦！”

“可我才走了没几天呢！”他俩个彼此打量着，然后都笑了起来。只是维琪觉得，他们笑得都有些凄凉。

“**他**说的没错。”傻小双说。

“**他**说的也对。”傻大双说。

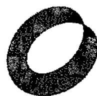
“我俩**都**对。”他们同声这样说。

“相对论性时间膨胀，维琪。”路路蹦说，“由于傻大双的速度太高，因此，对于**他**来说，时间就慢成了蜗牛爬一般。这样，整个旅途只花费了两天。而对于傻小双，他呆在家里，哪里也没有去，结果度过了 40 年。”

维琪点了点头。随后却又有了个想法：“不过呢……你看，当**我**测量**你的**表时，你的表是慢的。那么，当**你**测量**我的**表时，也该是慢的啦？——‘形势是完全对称的’，这是你说过的呀！”

“我是这样说过。而且是正确的。”

“那么，怎么**这里**又不对称了呢？傻小双看傻大双的表是慢的，因此觉得傻大双的年龄几乎没有变，但可怜见的，他自己却老了 40 岁。可是，咱们也能同样认为，傻大双也看傻小双相对于**他**的运动是非常快的，因此傻小双也几乎没有变老。于是乎，老了 40 岁的应当是可怜的傻大双了——



不是说对称吗，是不是？”

路路蹦皱起了眉头：“维琪，这里的难点，在于旅程是来回的。当它结束时，两个全都回到了同一个地点而不再运动。他们不能**各自都**比对方老出许多。”

“呀，对不起，我从来没想到这一点。可这么一来，相对论就是一堆垃圾啰？”

“别觉得气馁呀。相对论可不是垃圾。你刚才忽略了一个技术细节——在这个有关年龄迥异的孪生兄弟的情节中，有一个重要却又容易不被注意到的内容。我谈到光速无论在以何种速度运动的观测者看来都不会改变，谈到长度的收缩，谈到时间的膨胀，这些都是正确的。但这些都只适用于运动是匀速的场合。如果是**加速**运动的，情况就会更为复杂。加速并**不是**爱因斯坦的这一理论中的相对性物理量。正像我前面说过的那样，‘相对论’这个名字起的实在不算高明。对于‘匀速运动状况下能观测到什么’，比较合适的语言环境是‘惯性框架’。当运动不再是匀速时，就连光速也不再是常量了。这对孪生兄弟间的情况并没有对称性。当傻大双乘着飞船走了一遭时，他得先加速达到接近光速的程度，绕过目的地星球时也得有加速度，最后还要通过减速避免回家时以高速撞上傻小双。而与此同时，傻小双却留在一个惯性框架内，因此没有经历过加速。因此，他们的情况是不对称的。傻小双老了 40 岁，而傻大双仅仅大了两天，原因就在这里。”

2099 年亥月 21 日，周己

我亲爱的日记：

要想了解相对论的真谛可并不容易，这里头的沟沟坎坎可**太**多了。要掌握这门理论，头脑真得非常清楚才行。老实说，我的脑筋目前可不大清楚。

比方说吧，我这里遇到了这样一个佯谬，是说一辆速度接近光速的火车沿轨道行驶，每两根相接的铁轨间会有道小缝隙。由于火车司



机是高速运动的，因此应当观测到缝隙的**缩小**，这样，在他的眼中，铁轨的间隙会比他在静止于铁轨时所会看到的更短些。那么，他理当觉得，火车由于是通过这些变窄了的缝隙，颠动会因之有所减轻。

而反过来说，对于站在铁轨旁边的某个“静止”的观测者来说，**火车**是以接近光速的速度行驶的，因此缩短的应当是**它**。于是乎，这辆缩短的火车，就会有可能短到掉进缝隙里的地步！

这个矛盾，你有解决的办法吗？

你没有，是不是？解决这个问题的出路，也同对付相对论中的所有此类佯谬时一样——记住相对论性几何在数学方面是自我一致的即自洽的。任何表面性矛盾，都只源自未能正确理解问题的实质。因此应当借助数学推演出真正会发生的过程。对本佯谬而言，火车**的确会**“掉进缝隙”——只是它运动得太**快**了，不可能掉得多**深**！因此，在静止于一处缝隙的观测者看来，发生的事情只会是小小的一颠。

火车司机也会产生同样的感觉。

因此，我的宝贝日记呀，要想在研究相对论时有正确的思路，就不能脚踩两只船，一会儿用相对论，一会儿又不用相对论，结果一定玩不转。



第十三章

在曜金的国土上[①]

“这一对双棒儿可真够惨的，”维琪说，“我可不想有这么个兄弟，让我足等40年，结果发现他差不多原封不动地回家来，而我却老态龙钟了。”

“其实事情还更惨哩。跟你说吧，傻小双本来是有可能跟他哥哥一起走的，但后来又决定不去了。”

“为什么呢?”

“他说他抽不出这么长的时间来干这个。”

一段长时间的沉默。

“这会不会……是在开玩笑?”维琪终于打破了沉默。

“我是这样希望的。这表明，理解宇宙的真实面目，而不是想当然地认为，是多么重要的事情。”

“是的。不过，傻小双也能自己同样去走它一遭，这一来，自己的岁数看起来就能同哥哥一样了。”

“不晓得那艘飞船还有没有呢。不过呢，相对论还有一个办法，能够让这双孪生兄弟的时间差消失。”

维琪等着路路蹦再说，可他却不吱声了。还得维琪开口动问:“什么呀?”

“什么‘什么呀’?”

---

① 这里的曜金，其实就是指著名英国物理学家、全身瘫痪的史蒂芬·霍金。作者是用与他的姓氏 Hawking 发音相同的两个英文词 Hawk King 来指代他的，而后两个词的意思直译为“老鹰王”，因此在原文中有若干与国王的地位与鹰的形象有关的情节，译文中都有相应的变动。　　——译者



“什么办法呀？帮助这对双胞胎的办法。”

“哟，实在对不住，我刚才走神了。办法就是时间旅行。”

“你是说……旅行到未来，还是旅行到过去？”

“我们都在向着未来旅行嘛——速度为每年走一年。至于走向过去……可是有些难办，不过未必就不可能。相对论不仅改变了我们对空间、时间和质量的观念，还影响了我们对于**因果性**的看法。”

“因果性是什么？”

“是原因与结果之间的联系。如果你要弄懂这个，就得去一趟闵科夫斯基空间。不过，由于商业界利用知识产权的立法牟利……跟你说，这一层很不好解释，简单地说说吧，就是闵科夫斯基空间**有了主儿**，还有其他几处空间也是如此，而它们都是你应当去看一看的。它们倒是都作为旅游景点开放，可咱们要想免费参观，我还得想法疏通。我这就用手机打几个电话。”

这几个电话打得相当长，有些话维琪听不懂，但能大体了解到，多数内容是路路蹦提醒对方，他过去帮过对方什么什么忙，还答应以后仍可以帮忙什么的。偶尔地，维琪还能看到路路蹦露一露他那特有的“U”表情来，看来双方谈得还不错。有那么一次，他甚至还冲维琪挤了挤眼。

“OK，办妥啦！不过咱们得快去。我来重新调一调太虚感传器，然后就打道去也……”

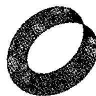
“……闵妮空间到了。嘿，久违了，伙计！”

“老蹦子，不要拿你那些异国情调的讨好来迷惑我嘛。要是你还想让我喊你‘老蹦子’的话，要**进贡**才得行哦。这个‘老几’是哪个喃？”

“‘老几’是个什么？”维琪问道。

“这是个俗语，就是‘几何形体’的意思。”路路蹦说，“你是二维国的一条线段，因此是个地道的‘老几’。别不高兴啊，老闵姐一向就这么说话，这是她的江湖腔。”

维琪决定不再问这个“江湖腔”是什么意思。生命苦短，不能**一不明**



白就刨根问底。“那老闵姐呢?”

“就是闵妮空间，也就是闵科夫斯基空间的简称。告诉你，嗯……这里可是很有几位空间娘子哩。如果我没搞错，又有几个过来了！维多利亚，我给你引见引见，曲美空间……扭捏空间……辛吉空间……还有原芳空间。”

维琪突然置身于一帮装束——用这个词并不十分贴切，但恐怕也只得这样凑合了——怪异的空间之间。这几个女性举止非常唐突、说起话来又像开连珠炮，又是满嘴的市井语言，而且还时不时地连唱带跳，看得出是些自以为是的妇道。老实说，真是谁见谁烦的主儿。

不过，当她们看出维琪是个年轻女子后，倒是立刻努力让她觉得自在些。她们马上出起主意来，显然地，这样做既是为了给维琪“发力”，不感到自己低她们一等，也是由于她们的主意着实丰富:“做啥子嘛，维琪！你们扁片国的女娃儿家，硬是想添些**线电力**哇!”

“我只听说过电力线，”维琪回答，“是一回事儿吗?”

“勿是介，**交关**勿是介!”辛吉空间说。

“二维国的所有线段们，都该放出自己的电力来!”原芳空间插嘴说。

“别叫那帮多边形老爷们想咋整就咋整!”曲美空间也加了进来，“说干就干呗。别再磨叽啦。”

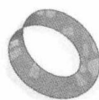
“这不中，那不中，不雇个好管理员最不中!”这是扭捏空间的意见。

“咋个保得到资产不遭暗算吵!”闵妮空间解释说。

“别弄得自己的小模样受了侵犯!”曲美空间嚷道，惹得这些空间娘子军都笑了起来。

听起来倒是蛮有趣的，要是多少明白一点就里的话，维琪自己也很想试一试呢。听她们话里话外的意思，可能同妇女解放不无关系。“我们那里正在进行这样的努力。”她告诉这帮女将说，“至少**本女士**正在这样做。我妈妈没有参加进来，可我猜她心里是暗暗赞成的。改变需要时间……我拿不准究竟……”

“小姑娘，侬有啥事体‘拿勿准’?”



“闵妞，”路路蹦打断了她们，“你能不能将有关因果性的现代观念向维琪介绍一二呢？”

“没得问题，没得问题。维琪，我说噻，不要去理这个带你来的呲牙咧嘴的瓜娃子。在相对论时空中，啥子都要取决于观测者借助的‘参照系’喔。同样个东西，动着的观测者看来是一个样子，不动的观测者看起来又是一个样子。在正宗的闵科夫斯基时空里头，空间就只是三维的，但我是闵妮空间，这可不单单像路路蹦跟你提到我的时候摆的，就是为了听到起热闹，也还是因为我是闵科夫斯基时空的一个缩微版——我的空间只是一个维度的吵。

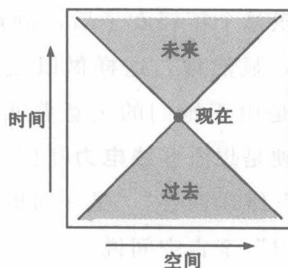
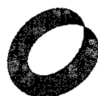


图 13-1

“现在嘛，要是有个粒子进了这个时空噻，就会整出一条啥子样子的线来，我们就把它叫做**世界线**嘛。如果粒子的快慢不变呢，世界线就该是直线；直线的斜率大小噻，就拿粒子的快慢来定啰；走得很慢的粒子，要花好长好长的时间，距离才走过这么一点点，世界线就差不多是直立的；跑得飞快的粒子，一眨眼就要跑好大一截路程，世界线就差不多会是水平的。这个你晓得的吵？”

“绝对明白。”

“要是个不快不慢的粒子，世界线又正好是 45 度噻，就意味着粒子在通过一段距离时，花的时间也要有同样长度。唔唔，这非要选用合适的距离和时间的单位才要得。选用的这两个单位噻，是通过光速这个中介联系到一起的。打个比方说嘛，时间用年，距离用光年。维琪，你来说，啥子



东西能在一年时间里走过一光年的距离喃?”

答案维琪是知道的:“光。”

“对头，太对头啰吵。我的好宝贝儿哟，这个称呼，我才不是看到哪个就给哪个用的喔。这个样子一来，斜率为 45 度的世界线，就对应到光线，或者其他啥子能以光速运动的东西。”

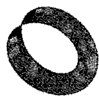
“我开始觉得头疼了。”

“我这里八字还没得一撇呢！要晓得，相对论不准任何东西以高于光的速度运动，这里面有一些数学方面的名堂吵：哪个能以大于光的速度动喃，哪个的长度就会成为虚数，质量和历时也会是这个样子。所以嘛，在我这个闵妮空间里头，所有真实存在的粒子喃，世界线都不可能有偏离竖直方向大过 45 度的斜率。凡是世界线在这个范围里头的，都叫做类时曲线。跟这一类世界线不一样的那些，是偏离竖直方向**永远大**过 45 度的另外的一类，就叫做类空曲线吵。它们跟粒子的世界线是相交不到一起去的啰。

“时空中的每个事件，都会伴随到一个叫做**光锥**的物事吵。光锥是通过该事件点的两条与竖直方向都成 45 度角的直线。它的名字中有个‘锥’字，是因为当空间为二维的时候，所有与竖直方向成此 45 度角的直线，会构成一个圆锥的形状（实际上就是两个头对头顶起的圆锥）。向时间进行方向延伸的部分喃，包含了该事件的**未来**部分，也就是时空中可能影响到该事件的所有事件。方向相反的那一部分喃，是该事件的**过去**，其中包含着时空中可能已经影响到该事件的所有事件。下余的部分都是禁区，无论在啥子时候哪个地方的啥子样子的东西，都跟该事件没得任何因果关联的哦。

“类时曲线永远是从过去延伸进未来的。类空曲线就相当不一样：过去和未来部分都没得任何一个点是属于它们自己的吵。

“在普通的空间里头，两点间的距离是说它们彼此相隔得有好远。在狭义相对论中也有类似的情况，而对应的两个时空事件点的距离就叫做间隔。在沿所有成 45 度角的线上喃，间隔值永远是零，所以嘛，这些线也就



叫**零曲线**。间隔的值，给出的就是运动中的观测者所会感觉到的时间长短了啰。”

“是呀，路路蹦跟我说过这个。”维琪说道，“这是时间膨胀，对不对？物体运动得越快，在跟它一道运动的框架上进行观测，感觉到的时间就越慢。”

“对头。要是**就以**光速运动喃，时间就会停滞不动吵。跟着光子一道走，就感觉不到时间了嘛。”

“那么说，光就是停滞住了的时间啦？”

“我想这个样子说就没得问题啰。”

路路蹦正在滔滔不绝，他聊的还是时间旅行。

“可我觉得，在对这个问题的讨论中存在着佯谬。”维琪说，“比方说，假若我能回到过去，就会警告我的高祖父阿尔伯特，让他别乱说什么第三个维度，免得被关进班房！我要是这么一弄，他可能就不会写一本名叫《神奇的二维国》的东西了……可这么一来，我就**不可能**知道有这么一位老祖……就**不可能**回到过去发出警告……他就会写他那本书，可**这么一来**呢……瞧，你明白了我的意思了吧？”

“我完全懂得，”路路蹦说，“真是对‘高祖佯谬’的十分凝炼的阐述。不过呢，我们这帮路路蹦们往往能够发现，通过在真实宇宙中的真实尝试，才能得出最好的答案。那种因为出了些坐而论道的佯谬，就把原有的理论**推翻**的做法是不可取的。要知道，佯谬总是会出现的。不过我认为，有了佯谬，研究起来才更有趣味呢！说到这里，我想先把时间旅行撂一撂，先让你了解了解，重力——或者说万有引力，是如何融入相对论性宇宙图景的。”

“可是，重力与时间旅行又有什么关系呢？”

“处处有关。当然我得说，这种关系并不明显。你看，爱因斯坦又发明了一套理论，叫做广义相对论。这是一个将牛顿的重力概念与狭义相对论结合在一起的产物。你知道牛顿对重力都说过什么吗？”



“不清楚。我没有学过多少地球体史的知识，老蹦哥。”

“这个地球人说，所有的物体本来是应当沿着完美的直线运动的，它们之所以未必这样行动，就是因为存在着重力这种力。他归纳出了一条定律，说明了产生于粒子的这一重力作用，是如何随着距离的变化而不同的。”

“噢，我还记得这一条定律。”

“爱因斯坦并不钟爱力的概念。他更倾向于站在**几何学的立场上**进行思考。在不受到任何力——包括重力在内——的作用时，粒子运动所经过的途径叫做**测地线**。测地线是最短的路径，亦即使首末两点间的路程最短的结果。在平坦的闵科夫斯基时空中（也就是闵妮空间加上两个维的扩展，即三维空间加一维时间），与测地线相当的类似概念就是最短间隔。”维琪的想象力难以达到高过闵妮空间的地步。“问题在于如何将重力的作用加进来，同时保持新理论与狭义相对论的一致性。爱因斯坦对重力的处理方式，不是将它视为某种额外的力，而是对时间结构的扭曲变形，而这种变形又改变了间隔的量值。两个相邻事件间的变量间隔得名为时空**度规**。给它一个比较形象的说法，就是时空变成了‘弯曲’的。”

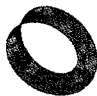
“顺着什么弯曲呢？”

“曲美空间女士在此的目的，就是表示给大家看呀！”

“它可不是顺着啥东西打弯的，小妹子。它只是比照着平坦时空说话时，自己个儿本来就有的一种改变。对于一般的欧几里得空间呢，你不也照样会问：‘顺着什么东西平坦’吗？这两个问题要说真是一样地有意义——或者说一样地犯傻。打物理学那疙瘩解释，重力弄得空间瓢棱了，空间一瓢棱，光锥的样子就走叽了。”

“空间怎么会瓢棱……瓢棱就是变形吧？”维琪问道。

“你虽说来自二维国，可到数宇里头见过世面呀，还这么提问题，可让我贼奇怪。”曲美空间说道，“要是在以前，你会认为空间一定是溜溜平的。可你现在知道的，应当比以前多老鼻子啦！”



“不错，可那是二维空间，想象出弯曲的面并不困难。可怎么能够想象出弯曲的固体呢?”

“浅凹国就是弯曲的，”路路蹦说，“只不过当我们在那里时，它看起来并不**弯**。”

“你是说，那个圆盘子有个弯曲的边缘?”

“不，不单是边缘，整个**空间**都是弯曲的。那里的几何学之所以稀奇古怪，就是因为这个缘故。浅凹国有恒定的负曲率——曲率是对弯曲程度的量度；圆球面有恒定的正曲率；而像二维国这样的平坦面是具有零曲率的。有不同的曲率，就有不同的几何。我们也能同样得知三维空间的曲率。”

“怎么知道呢?”

“小妹子，你肚子里塞的三维世界的零碎太多了，胀肚存食喽!”曲美空间说，“你说说看，从一个二维弯曲宇宙**内部**看它自己个儿，看到的会是啥样儿?”

“打弯的吧?”

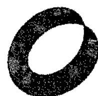
“才不呢！它看着会是溜平溜平的。咋整的呢？光老是贴着面走的。闹明白了吧？光走的是测地线——**在里头看**最短的距离。”

“那又如何确定这个面不是平的呢?”

“当光发生弯曲时，由光传送的图像就会产生扭曲。”路路蹦说，“这样，有关的距离就可能不同于自欧几里得平面所得到的图像。正因为如此，在浅凹国里，最短的距离即测地线，看起来——当然是从外面借助太虚感传器看的——会像是些弧形。”看到维琪还是有些茫然，路路蹦又给出了一个例子：“还记得那只祚鼠吗？当你看到一只有五条边、但所有的五个角都是 90 度的祚鼠时，就能**知道**自己是置身于一个负性的弯曲空间之内。弯曲三维空间或者弯曲四维时空的情况也是类似的。”

“听着像是这么回事。然而……如果空间是弯起来同自己**接到一起**的呢?”

路路蹦疾呼了一声，维琪便突然发现，自己正在坠入原芳空间。



"宝贝儿，别问什么'顺着什么弯起来同自己接到一起'，得问'顺着什么平着接到一起'!"

"这么说可一点道理也没有哇!"

"有道理呀，孩子。看看我好啦——我就是平的。"

"你看着的确是平的。可曲美空间刚刚还对我说，看着如何并没有任何意义。"

"相信我，你量量我就明白了。我看着平得就像刚摊得的煎饼，可其实是个圆环面。"

"是吗？我是天秤宫照命①。不过，我可是不怎么相信这套说词的……"

"不是，不是。我是说圆环面，就是挺像炸面圈的那种形儿。你好好看看我，成不成?"

"你可真有点……那个②，不过我可不想发表评论……"

"我刚才可是说了，让你好好看看我。知道我被叫做'原芳空间'的道理吗?"

"不知道。"

"这是因为，我归根结底是个平的正方形。"

"可你对我说过，你是个圆环面，而圆环面上就连一条直线也不会有。"

"那是指放进三维空间中的圆环面。一个独立存在、自成一体的圆环面就是平的。"

"怎么可能呢?"

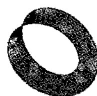
"你往那儿看……不对，还得再往左边一点。看到什么了嘿?"

"嗯……哟！怎么看着像是我呢!"

---

① 圆环面的英文为 torus，与黄道十二宫中的金牛宫 Taurus 发音相同。在西方广为流行的占星术中，将所有的人"命运"与黄道十二宫的某一个联系到一起，该黄道宫即为此人的照命宫，有些类似在中国长期流行过的生辰八字。——译者

② 这又是一处作者利用音同义不同的词语增添文字趣味的地方。原文中的炸面圈 doughnut 含有 nut 一词，而在英语俗语中，nut 一词又有"怪人"的意思。——译者



“就是你呀。再过去一点儿呢?”

“一个小了一些的我……再过去一点还有一个，后面还有……一个又一个，最后远得看不清楚了。光线是弯的，就像是我看射影大象时的情形。”

“宝贝儿，这里的光线跟射影大象的情况一样，是弯而又直的。你沿着某些方向能看到你自己的原因，是因为构成我的正方面，是两组对边都**弯到了一起**又连成一体，而且是浑然一体。压根儿用不着把我弄弯了再粘起来，不用——只要这样宣布就成了。当然，如果你愿意，也可以将一个个同样大小的正方块铺在一个无穷大的面上，然后认为每个正方块的环境都是与其他所有正方块一样的。两者是一回事。”

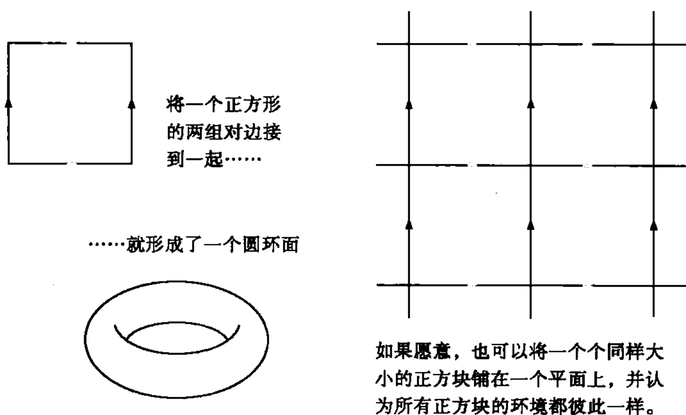
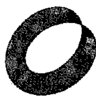


图 13-2

“你看，所以我是平的，而同时又有封闭起来的测地线。这些测地线并不顺着什么打弯，因为除了我这个圆环面，其他一切都并不存在。空间就其本性而言，是可以没有边棱而又是平坦的。了解了二维时的情况，再设想三维的就小菜一碟了——无非就是把这里或者那里的度规做些调节罢了。”



只听得“扑”的一声，维琪发觉自己又回到了泛空间。“你现在明白了吧!”原芳空间问。

“而且啦，地球人做了准得不得了的测量，”辛吉空间插了一杠子，“发现自己的宇宙是蛮弯蛮弯的啦。”

“他们又是如何发现这一点的呢?”

“‘上穷碧落下黄泉’呀，孩子。伊拉要寻找的证据，是有了弯曲的光线，晓得哦?弯曲空间会弄成功所谓‘重力透镜效应’，让光在大质量物体将近旁的光弯它介。出日食时就好观察到的啦。类星体——一种超星体，位置远的来，能量大的来，发出个光会在穿过银河系时被银河系弯它介，这一来呀，一个类星体，侬通过望远镜看一看，就看出几个来哉。”

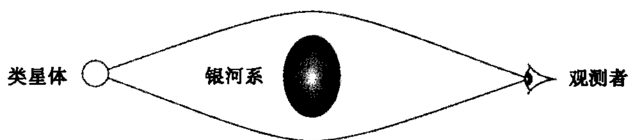


图 13－3

“如果只考虑三维时空——它有两个空间维和一个时间维——的情况，”路路蹦也来帮忙了，“就比较容易想象些。设想这个时空中包含着某颗星体，这个时空便会形成一个有如山谷般的弯曲面，将星体包在里面。光会沿着测地线行进。而由于最短的路线在这个弯曲的面上，因此光就会被‘拉下来’。这正有如双曲国里的测地线形如圆弧——指对我们的眼睛而言的情况。在时空中以亚光速、即低于光速但接近于它的速度运动的粒子，也会有类似的行为。如果置身于这个二维空间之外，从上方观测这些运动的粒子，就会看到它们走的不再是直线，而是被‘拉向’这颗星体。牛顿对于重力的概念正是这样形成的。

“在远离这颗星体的地方，”路路蹦接着叙述，“时空会相当接近闵科夫斯基时空的情况。这是因为重力的影响是随距离的增加迅速变弱的，过不了多远就会微弱到可以不予考虑的程度。在很大空间范围内都接近于闵科夫斯基时空的时空，名叫**渐进平时空**。请记住这个词语，它对营造时间



机器的设想十分重要。”说毕，他又回到了原来的话题：“在我们的宇宙中，星体等具有巨大质量的天体散布得很稀疏，因此渐进平时空占了大多数。”

维琪琢磨着这条信息：“这就是说，我们可以随意让时空变样吗？这听起来未免太灵活了些吧。”

“不是的。当对时空进行确立时，是不可能随心所欲地让它弯曲的，时空的度规必须服从一组将自由运动的粒子的移动，与时空偏离“平坦的”闵科夫斯基时空的程度联系起来的方程。这组方程就叫**爱因斯坦方程组。**”

“你是说，”维琪表示，“时空中的质量分布，联系到时空本身的构造吗？这是不是就像是在说，质量……造成并制约着它自身的空间与时间吗？”

“一点不错。”

2099 年亥月 22 日，周庚

告诉你，我的日记，路路蹦终于跟我解释了“时间机器”是怎么一回事了。他的解释，是在广义相对论的框架内进行的。现在将我搜集到的“情报”汇总如后：

时间机器可以将粒子或者物体送回到其过去。这样，该粒子或物体的世界线——它应当是类时曲线——就应当形成封闭的环线。时间机器就是**封闭的类时曲线。**因此，如果要问“时间旅行是否可能”这个问题，就同问“封闭的类时曲线是否存在”是一样的。

那么，是否可能呢？

反正在闵妮空间里是不可能的。在它的时空里，无论任何事件，其光锥的向前部分和向后部分——也就是未来部分和过去部分，根本是不会相交的。然而，其他类型的时空中却有可能实现这一点。最简单的一种时空，就是将闵妮空间卷成圆筒状。这时，时间坐标轴就成了循环往复的，而时空仍然是平的。

在这样的时空中，历史会一再重演——至少其一部分会重复出



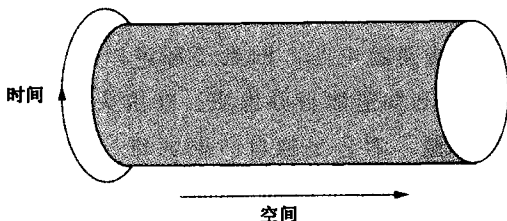


图 13－4

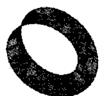
现。**时空**会自我重复，不过历史会不会如此，应视一种叫做“自由意志”的东西会不会起作用而定。这是个不容易回答的问题，爱因斯坦方程组其实并没有涉及它。该方程组只制约着时空的总体结构。

宝贝日记呀，我跟你提到过，圆筒时空是平坦的。但我也得承认，它看着可不像是平坦的，倒有点接近原芳空间的样子。不过，当时间这个维度也掺和进来之后，就得非常小心不可。虽说圆筒时空**看着**是弯曲的，但从重力的角度来说，相应的时空却**并非**弯曲。对一张纸来说，将它卷成筒状并不会使之受到**扭曲**——还可以将它重新展平，展平后的纸不会出现褶皱。如果有什么生活在这张纸面中而不会离开它的生物，并不会感觉到自己所在的地方受到了弯曲，因为这个面**中**的所有距离都没有改变。总之，度规——给定事件**附近**的局部性时空结构的性质——是不会因卷起而变的。有所改变的是什么呢？是时空整体的几何构造，是时空的拓扑学总貌。

“把闵妮空间卷将起来的演示有力地表明，”路路蹦说，“通过**剪切和粘贴**这一拓扑学方法，能够将旧的时空改造为新的时空。如果你能将一个已知时空剪成小块，再将它们改头换面地粘到一起，如果在此过程中不会改变原来的度规，那么就可能得到又一个时空。”

“我想，你这只是在打比方吧？”

“如果你早些时候这样说，我是会表示同意的。不过形势有变，曜金也进入了建筑时空领域。”



“曜金是谁?”

“一位非常、**非常**特别的主儿，谁见了都难以忘怀。我正在设法安排一次同他的晤面，只是不知道能否办得成。在重头时空建筑领域——这个‘重头’是指**超大超质量**，曜金是独自占据着超一流地位的。瞧我，这席话恐怕又有些说早了。”

“那就接着刚才的话题，说你感兴趣的时间旅行呗。”

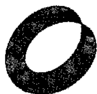
路路蹦笑了，但笑得并不失礼:“在说到度规时，我说的是‘改变’，而不是‘弯曲’，原因也同卷成圆筒的闵妮空间并**不是**弯曲的一样。我在提到曲率时，是指时空本身固有的性质，是指生活在其内的生物所能体验到的，而不是从某个外部位置那里看出来的。从外部看到的弯曲其实无关紧要，因为它并不会使度规发生实际变化。服从爱因斯坦方程组的时空是**能够**允许出现封闭类时曲线的，因此，时间旅行并不与现有的物理学知识相矛盾。卷绕起来的闵妮空间就是其中一个简单例子。然而，这并不是说，时间旅行就是**可能的**。”

“我明白你所说的这一点：数学的可能，未必就等于物理的现实。”

“很好，维琪。一个时空如果是遵从爱因斯坦方程组的，它就是数学所允许出现的；而如果它能够在某个特定的宇宙中作为其组成部分而存在或形成，它就是物理可行的。只有具有物理可行性，才能够接着发展，真刀真枪、大动干戈地使之具体化。不幸的是，在地球体所属的宇宙中，卷接起来的闵科夫斯基时空未必是物理可行的，因此恐怕难以实现时间旅行——如果这个宇宙内并不存在循环的时间，无疑是很难重新打造它、使其时间循环起来的。要寻找能够容纳封闭类时曲线**并且**其物理学也不荒唐无稽的时空，就是要发现比较正常的拓扑几何。数学所允许出现的拓扑几何有许多种，但并非所有的都源于同一个起点。然而，从黑洞出发，我们是可能得到若干种相当有趣的拓扑学存在的。”

“黑洞就像是拓扑几何体中的那些洞眼吗?”

“多少能沾点边儿。你是知道的，维琪，在经典牛顿力学中，物体的运动是没有速度上限的，因此，粒子虽然受到质量的吸引作用，但只要有



大过逃逸速度的运动，不管吸引作用的重力场有多强大，总是能够摆脱掉的。1783 年，地球人天文学家约翰·密歇耳[1]根据这一事实进一步想到，由于光速是有限的，这便意味着，特别特别重的物体是根本不可能向外发光的，因为光速是低于从该物体逃逸开所需要的速度的——光速太低了，不可能远走高飞。能听懂吗？”

“当然。这不难懂。”

“1796 年，又有一个叫做彼埃尔·拉普拉斯[2]的天文学家在他所写的《宇宙体系论》一书中，再一次阐述了这一设想。这两个地球人天文学家都提出看法认为，宇宙中有可能散布着这样的巨大天体，它们比恒星还要大，但完全是暗黑的。”

“真是天马行空呀！”

“你说得很贴切。他们都超前了自己所处的时代有一个世纪。1915 年，地球人卡尔·史瓦西[3]从相对论性重力的角度考虑了这种天体存在的可能。他求解了涉及真空中一个大质量球体周围重力场的爱因斯坦方程组。他得出的解，在离该球体中心某个特别的距离处会十分特殊。这个距离如今便得名为**史瓦西半径**。当这个概念第一次被发现时，大家觉得这种奇特的结果只能表明，在史瓦西得出的解里，时间和空间都失去了自身的本性，已不再有什么意义。它该不会只是一个用数学硬造出来的、根本没有物理意义的玩意儿吧？然而，不久以后，就有个聪明角色提出一个问题，那就是是否可能有什么星体，会致密到全体都处在史瓦西半径的范围之内。”

“如果真有这种星体，又会出现什么情况呢，老蹦哥？”

“它会被自己的重力吸引作用向内拉垮（称为坍缩）！其实，在这种星体附近，会有一部分时空被这样地全体弄垮，以至于会形成一个特别的地域，在这个地域里，任何物质都不可能离开，就连光也不例外。1967 年，

---

① 指英国科学家约翰·密歇耳（John Michell，1724～1793），他在诸多领域均有建树，以在地质学方面成果最为显著，因此一般被称为地质学家。——译者

② 指法国大科学家彼埃尔·拉普拉斯（Pierre－Simon，Marquis de Laplace，1749～1827）。——译者

③ 指德国天文学家卡尔·史瓦西（Karl Schwarzschild，1873～1916）。——译者

约翰·阿契巴德·惠勒[1]给这种地域起名为**黑洞**。这种称法被沿用至今。"

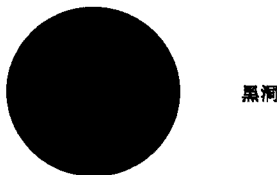


图 13-5

"黑洞是会永远这样存在着呢，还是会发生变化?"

"黑洞是会变化的。星体先是会对称地收缩，在大小等于史瓦西半径之后，收缩会更快地进行；过了一段确定的时间后，所有的质量就会坍缩为一个点——一个叫做**奇异位**[2]的存在。若从外边观测，最多只能够看到史瓦西半径处。因此，此半径所决定的面也叫做**视界**。视界将光线能够逃逸的地区与不能逃逸的地区分开，而后者是永远不能从外面观测到的。黑洞便潜身于视界之内。

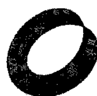
"如果要从外界观察坍缩现象，只能看到星体从开始收缩到达到史瓦西半径之前的这一部分，但绝对无法看到它达到这一半径。随着星体不断缩小，从外界观察到的坍缩速度会逐渐加大到光速。相对论时间膨胀意味着，从外部看去，整个坍缩过程是无限延续的。然而，如果能够从星体的表面处观测，这一坍缩的进行则是个时间有限的过程。一旦进入黑洞之内，空间和时间的作用会颠倒过来，黑洞之外的时间会延长，以内的空间会缩小。

"说到此处，我们便可以讲讲工程营造方面的内容了。曜金提出了一整套有关的技术设想，涉及从量子泡沫放大到小概率的可能性等诸多课

---

① 指美国理论物理学家约翰·阿契巴德·惠勒（John Archibald Wheeler，1911～）。——译者

② 这一宇宙学名词的传统译法为"奇异点"或者"奇点"，但更新的宇宙学和物理学理论认为它可能也是环形的，故本书译为"奇异位"，是否需要改名以及改成何名，有待于专业名词审定机构定夺。——译者

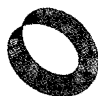


题。目前认为，黑洞的时空拓扑是渐进平时空，也就是说，它的‘嘴’是张着的，在距离变大时就成了平坦的。因此，不管是在任何宇宙内，只要有足够大的渐进平时空，就可以将此黑洞以剪切-粘贴的方式置入。地球体所在的时空就符合这样的条件。这便使黑洞成为可在此类宇宙中复制的天体。由于有了重力坍缩一说，实现这件事的可能性又增大了些——要打算造一个黑洞，只须找到诸如中子星或者银河系中心之类质量足够密集的地方，就开以开始干了。我前面曾经说过，这是一类“重头”工程，你现在该明白我当时为什么这么说了吧。到了3001年时，技术会达到营造黑洞的水平。以经过改造的、具有重力密集功能的中子星充当物质制造加工设施和重型激光压缩机器，便有可能实现这一目的。

“然而，单单造出黑洞来还不够，因为静态黑洞内不存在封闭类时曲线。不过呢，在爱因斯坦给出的方程组中，时间项是可逆的。也就是说，对于方程组的每一个解，都存在另外一个解，这后一个解同前一个在其它方面都一样，只是时间会逆向进行。这种时间反演的黑洞就是白洞，黑洞的视界是不让任何粒子逃逸的关卡，而白洞的视界却是不让粒子落入的屏障——非但不能落入，从里面还会不时有粒子涌出来。因此，从外面进行观测，白洞就如有一处发生了爆发的地方，从那里的时间反演的视界喷发出星体物质来。”

“白洞里的奇异位本来自打一开始就好端端地呆着，为什么会突然决定喷发出星体来呢?”维琪有这个疑问。

“问得好。一些本来处于高密度状态的物质，如果密度达到足够高的程度，就会发生坍缩而成为黑洞，这从因果性角度是说得通的。而反过来进行，就似乎违反了因果性。实际当然并非如此——只是如今这个‘因’，就应当位于我们这个宇宙的外面，越过了这个白洞的视界，使我们看不到这个发凡点。对于白洞，我们还是干脆接受它在数学上存在的可能性，并注意它的时空在处于足够展开的状态下是渐进平时空好了。因此，如果有办法造出一个白洞来，就能将它粘接在我们自己的宇宙中。曜金就在不确定原理的基础上，提出了一种有效的实施方案，这就是使用海森伯放大



器，使物质的位置变得十分不确定，因此有可能完全跑到正常宇宙之外。不但如此，曜金还能将黑洞和白洞粘接到一起：先用“宇宙通”这种专用工具将这两种星体沿着视界剪开，再拿“负能量”这种异物质材料缝合到一起。”

“得到的会是什么呢？”

“一种有如管道的东西。在这种管道里，物质只能沿着单一方向移动，即黑洞进、白洞出，有点像是物流阀门。物质粒子是可以同类时曲线相交的，因此可以在其中运动。”

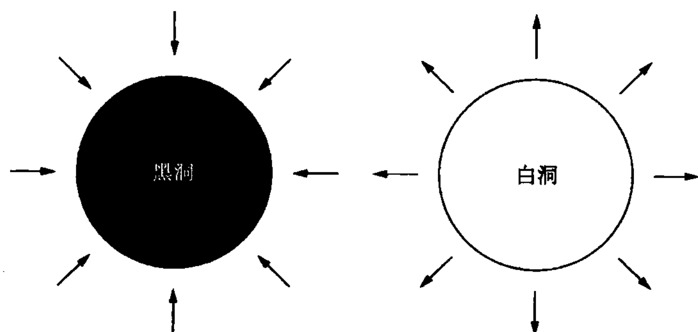
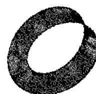


图 13-6

“现在我来谈一点真正的妙想。由于在这种管道的两端处，时空的拓扑几何构造都是渐进平时空，因此这两端都可以粘接到任何时空的各个渐进平坦处。比方说，将一端接在地球体所在的宇宙，另一端接入别的什么宇宙；再比方说，也可以将两端都接在地球体所在的宇宙内。总之，想粘到**哪儿都可以**，只是不能靠近物质高度集中的地区。猜一猜，这样一粘，就得到了——”

“空间旅行管道？”

“正式名称叫**虫洞**。曜金所造的虫洞是最好的。虫洞这个名字，得自于它有点像是毛虫在水果里蛀食出的孔道。只是在这里，水果便是……嗯……说它是时空里的存在，其实还是**不像**时空中的存在的地方多。”



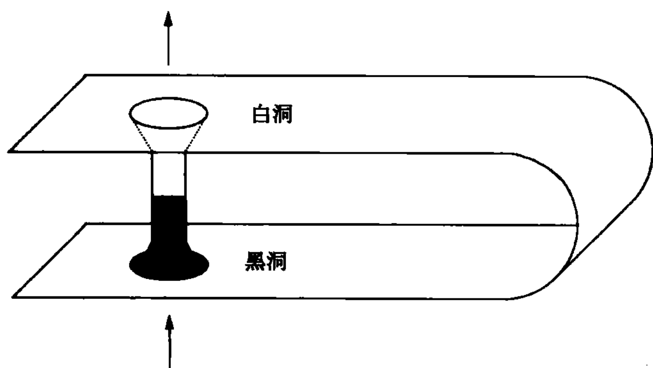


图 13-7

“这里要说的内容十分重要，就是：尽管虫洞的两个开口间在正常时空中可能相距得远的不得了，但通过虫洞的距离却非常之短。”

“明白啦，”维琪说，“虫洞是宇宙间运动的捷径。”

“没错。”路路蹦说。

“可这里说的只是**物质移输**，不是时间旅行啊。”

“到目前为止确实只是前者，”路路蹦说，“可接着就有新东西喽。”

“借助太虚感传器来考察虫洞，本来应当不是难事。”路路蹦说，“但不幸我们不能这样做。数学家所提出的概念，其重要性往往都是在它们公诸于世之后许久才被认识到，致使大部分数宇都属于公共地段。泛空间有法律条文，规定有关数学的东西涉及**观念**，故不得申请专利。因此，数学家无从对有关数学的东西申请专利，而若不是数学家便可申请，因为后者可以不承认他们的东西属于数学范畴，而数学家自然**明白**自己涉及的成果属于数学领域，而且又必然会出于自己的逻辑素养说实话。

“曜金通过实现对时间旅行数学的垄断，搞起了一个庞大的商业帝国（因此，我觉得他得将名字改成曜鑫才合适，可不知怎么的，听起来好像不如原来那个顺耳）。他还可以说是处于数宇中对磁单极子有绝对控制权的地位——你看，他在单极子领域中可是单打一哩。不过也得让你知道，

这种单极子目前还没被发现，因此还属于假想范畴。由于有关时间机器的所有专利权都把握在矐金手中，想要实际见识见识，还得申请他的接见呢。”

“怎么个申请法?”维琪问道。

“先让太虚感传器把我们送到他住的地方去，再找有关的官员接洽。”

“在什么地方能见到这位大腕儿呢?”

“矐金大楼，就挨着公共地段，但中间隔开了。咱们溜达一会儿就能到。”

“出入证? 怎么还要出入证呢?”

“无出入证者，一概不准进入矐金大楼。”一名职务名称是“征索员”的职员说。

“可是我们没有这个……”维琪开口说。

“哪一种出入证呢?”路路蹦问道，“让我回忆回忆看……是纸制的吧?”

“当然。”

“一种很耐用的纸?”

“没错。”

“上面印着很复杂的花纹?”

“再正确不过。”

“还都……一般还都一折为俩?”

“正是，你说的这些情况，都符合我们所索要的出入证的特征。”这个职员说。

“你们的出入证是一张大纸，还是一张小的?”

“要我说嘛……是大纸。没错，绝对是大纸。”

“有多大呢?”

“你能拿出来的那一种是多大的呢?”

“立马能受矐金接见的那一种是多大的呀?”



“嗯……有五位数的吧。”

“你看这个……大小合适吧?”接下去只听得一阵纸片转手和数纸片的声音。

“绝对合适。您的批文正在审理中……您是……嗯……金先生，跟您一起的是……钱女士，高兴见到你们二位。让我来查查曜金先生的日程安排……好的。您两位有五分钟的谒见时间，午后3:50开始。到时将这个条子交给门卫就成了。”

“可我们还没拿到出……”维琪的这句话只说了一半。

“维琪，这张条子肯定跟出入证一样有效。”

“嗯?……噢!路路蹦，明白了。”

曜金的接见厅很宽敞。他就坐在厅尽头的一张豪华的高背椅上。路路蹦和维琪走呀走，却永远也到不了那个尽头。

“时间机器在这儿才能派用场呢。”路路蹦悄悄对维琪说。

“是啊。有个虫洞也成。我挺希望能有条捷径走走。”

“当着这位曜金先生的面，咱们说话时打比方可要当心。”路路蹦提醒维琪。“此公可特能抠字眼。”

“啊-噢。”

他们终于走到了大椅子跟前。曜金用自己那锐利的目光打量着来者，仿佛要看透他们的内心似的。

“你们肯定都知道，”他说，“时间旅行一直被认为在理论方面不具备可能性，要求方面也相互矛盾。”

很显然，刚才他俩的耳语，都被他听到了。要么是他的耳朵极灵，要么是这间接见厅里装了监听设备。

“当然，现在对情况的了解有了进步，”这位大亨继续说道，“你们希望去我的虫洞里看一看?”

“这个嘛……我的这位同伴的确提到过虫洞，先生。”

“你们应当知道，你们是负担不起这笔费用的。”

“我们将希望寄予这笔费用无须定得这样高。”是路路蹦的表示。

“虫洞和时间机器之间有没有联系呀，先生?”维琪问道，声音中透出一股焦急劲儿。

“当然有啦。这个想法，当初还是那对年龄迥异的孪生兄弟提出来了呢。你们可曾见过这对双生子？知道了，你们见过。不要紧，你们会摆脱他们的影响的。他们经历过**历时差异**，但那是通向未来而非回到过去的。然而，当历时差异涉及到虫洞时，差异就会变为封闭的类时曲线。”

“那……那是如何变的呢，先生?”

“将虫洞的白洞一端固定住，再将黑洞一端拖开——最好是走一段拐个弯儿，像走‘之’字那样。行走速度要尽量接近光速。

“虫洞的白洞一端处于静态，那儿的时间会正常流驶。黑洞一端则会以略低于光的速度扭动，因此会出现时间膨胀，使时间在同黑洞一道运动的观测者处慢得多。”

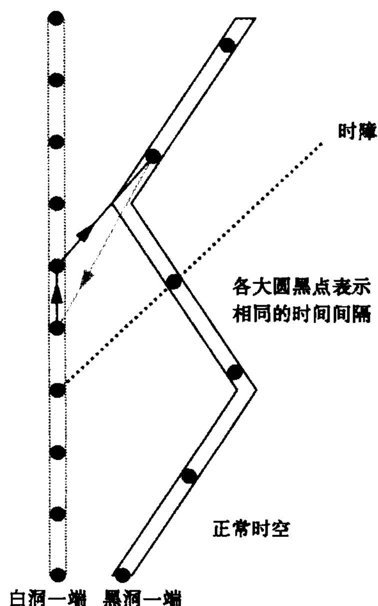
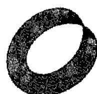


图 13－8



“啊哈！”路路蹦说，“我懂了，先生。何等的睿智呀！”

“可我……”维琪开口要有所表示。

“维琪，这并不复杂，就设想有若干条从正常空间中将这两个虫洞连接起来的世界线，两端都有观测者。这时，他们观测到的时间流驶情况会是相同的，”路路蹦解释说，“一开始时，时间线的斜率会小于45度，不可能是类时曲线，因此物质粒子不可以沿着这样的曲线运动。然而，随着虫洞黑洞一端的不断扭动，某条世界线的倾斜状况会在某个时刻达到45度，也就是越过了所谓‘时障’。一旦如此，就可以从白洞一端沿着这一类时曲线移动，**通过正常空间**到达黑洞一端了。到达以后呢，便可以从虫洞**里面**再回到白洞一端，走的仍是类时曲线。因为虫洞提供了捷径，运动可以在非常短的时间内完成，可以说是一眨眼就能实现从黑洞一端回到白洞一端的旅行。这样一来，你就回到了原来的出发点，但时间却是**回到了过去**！”

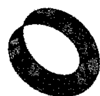
“着哇！”曜金说，“你沿着时间逆行了。这一段旅行，从正常空间中走过的距离可能会很短——具体情况取决于虫洞的黑洞一端一次次的扭动能有多大。如果空间不只是一维的，黑洞一端还可以将‘之’字形扭动改成螺线式盘旋，造成黑洞一端以接近光速的快慢走出圆形轨道来。”

“妙极了，先生！”路路蹦说，“维琪，你要是造出一对规模一样的黑洞来，让它们绕着彼此的共同重心迅速兜转，螺线式盘旋不就有了吗？”

维琪将这件事通盘想了想：这样的事情是有可能实现的，但**并不是由她**来实现。“不知道我想的对不对：是不是开始前等得越久，回去得就越远？”

“是的，”路路蹦说，“不过也有一个讨厌的局限。向过去旅行是可以的，但不可能越过时障。而在虫洞建起后过了一段时间，这一时障就会生成！所以说，想要回到地球体上恐龙生存的时代，或者想要回到你们二维国颁布《着色议案》的时代，那是不可能的。”

“除非有谁能发现一种非常古老的、天然形成的虫洞。”曜金这样指出。



“您是不是已经做到这一点了，先生？”

“这个呀，我亲爱的年轻一维姑娘，可是商业机密哟。再说，规定的会见时间也差不多就要满了。因此，我特别希望你们现在就提出申请。”

面对这样一位巨擘的建议，焉有不听之理？路路蹦便回答说：“我们愿意体验一番时间旅行。”

“回到过去。”维琪赶快找补一句，免得造成误解。

“噢。那么，你们提出这个愿望，有什么理由没有？”

维琪搜索枯肠……为什么要申请时间旅行呢？……“先生，我们希望能帮一帮那一对年龄迥异的孪生兄弟。”

曜金站了起来，他的威严仪态使得维琪和路路蹦不由得生出敬畏之心。“这个动机很值得给予实现的机会，”他说，“我决定满足这一请求。我的助手会在你们离开此厅后具体安排好。你们现在可以走了。”



第十四章

虫洞之行

2099年亥月23日，周甲

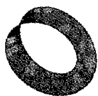
于是乎，我亲爱的日记，我这番误游数字历程中最奇妙的一段开始了！矅金先生助手领我们进入一个特别的房间，里面尽是些形状奇特、让我不得要领的机器。在房间的正中央，有一个东西在半空中悬着，什么也不靠——

“这是红洞吧？”维琪有些失望地问。这个东西看着像是只血红的大气泡，而且还闪闪发光。“我原来以为，黑洞得是黑的呢！”

“这是一个相当流行的误解——其实我觉得应当说是相当流行的讹传。”虫洞长说。维琪第一眼看到他就觉得讨厌。矅金有一种王者的气度，令望者萌生敬畏之心。而这个虫洞长却是个傲慢的势利鬼，她拿不准是不是该信任这个家伙，不过路路蹦好像不大理会。“‘黑洞’这个术语，是表明光被吸入奇异位的方式，其实，由于相对论性时间膨胀，任何坠入黑洞的物体所发出的光，望之都会带有一种红色。”

“噢。”

“就以你现在看到的这束玫瑰为例，它正在慢慢坠入视界，也就是你看着像个气泡的这个表面。其实，它在几周前就已经通过视界了，当前正在进入前一个世纪。我们现在看到的，只是那束玫瑰发出的光。这些光是在这段时间内费尽气力挣脱了黑洞的桎梏脱逃出来的。逃出



来的光，会向光谱的红色一端移变。不但如此，在每个黑洞的外围，都会包着所有落入其中的物体的全部记录。当然，除了新近坠入的物体，其他物体的图像都会变得极为支离破碎并发生严重红移，和其他所有物体的图像搅在了一起。物体坠入黑洞的时间越长，要想看到它的图像，就越得深入到接近视界的地方。是个很有诱惑力的想法吧，对不?”

“嗯……要说嘛……对这个虫洞，我们该怎样操作呢?”路路蹦问。

“容易得很。掉进去就是了。”

“怎么样才能够……”

“年轻女士，应当注意的问题是避免掉进去。看到地面上那道白线了没有?”

“看到了。”

“只要越过那道线，哪怕只有一丝一毫，黑洞就会照吸不误。百试百验。”

“哟。”

“一掉进去，重力就会把你搞得粉粉碎，就像瓜擦子擦嫩瓜似的……”

“路路蹦啊，我好像改了主意了……”

“……可要穿了用外来材料制成的防护服就没事了。”

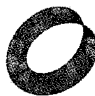
“噢。那就另当别论了。”

“要使用防护服，那得花……我是说，那得办个手续。”

又是一阵纸片转手和数纸片的声音。随后，他们就看到了不知从什么地方弄来的两件古怪服装。等这两位旅客钻进去，又经过一阵马马虎虎的检查后，就被带向那条可怕的白线。

路路蹦有一只角探过了这道线。突然间，他的身躯被拉成了长长的管形。先是整个身体成了长条，接下来又变扁变小，仿佛皮里的一切都沿着另外一个看不见的维度被吸走了似的。这时，他就只是一个发红紧缩的小点。

维琪深深吸了一口气，也跟在路路蹦后面过了那道白线。



2099 年亥月 24 日，周乙

日记呀，这可是我**平生**第二大**可怕**的经历呀!!!!

第一大可怕的经历又是什么呢?

等我以后告诉你。

"咱们可没戏啦!"路路蹦说。

说这话时，他们正绕着黑洞的奇异位兜圈子，被用外来古怪材料制成的服装所产生的作用摆布得无可奈何。他们本来是应当路过奇异位，去往虫洞的白洞出口的。

但是这里没有出口。

"这只是个普通的黑洞嘛，"路路蹦抱怨道，"根本就没有出去的路。那个虫洞长耍了咱们啦。真歹毒呀! 大概他将造白洞的钱都黑了，根本就没有造。这下可完了。对不起呀，我当初应当看出这家伙不可靠嘛!"

"当初我就不喜欢这家伙，"维琪说，"其实我那时就应当跟你挑明的。咱们能不能用太虚感传器出去呀?"

"它在这里起不了作用。防护服的外来材料干扰了它，使其'概念跃激'功能无从发挥。"

"这就是说，咱们就**没戏**了吗?"

"这话我已经说过了。"

"我知道——当时你说得对，现在我说也没错。能有出去的办法吗?"

"你看这里像是有出路的样子吗?"

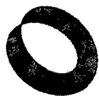
"不像有。可**应当**有! 呆在这里，我们会**死**的!"

路路蹦悲哀地看了她一眼:"恐怕这就是咱们即将面临的结局了: 没有吃，没有喝，外加没有路。在我看来，那种认为'事到临头，美女太平'的俗套，在这里未必适用。"

长时间的沉默。

"这么说，咱们就陷在这儿啦。"维琪郁闷地说。

"绝对如此，维琪。"一个声音说。



维琪觉得这个声音好熟，便抬起头来，结果发现自己面前的是——维琪！

“嘿！你不是我吗？”

“不对，**我是**我。你是你。不过你说的倒也差不多：咱们是咱们。”

旁边出现了又一个路路蹦。

“你们两个是从哪儿来的呀？”

“没时间解释这个，理由你们一会儿就会明白。我们带来了个便携式白洞，你们就用它出去好了。”

这可是“便携一用，美女太平”啦。“真是**匪夷所思**！你们也一道出去吧，好不好？”

“不，我们不能出去。如果我们出去，它就不灵了。”

“什么不灵了？”

“因果性就不灵了。**现在**没时间琢磨这个，以后随便你想好了。赶快往这个白洞的视界里面跳。对了，你把这个便携白洞也带出去。”

“我们能这么做吗？”

“能行。这是个特别型号的制品，会在你们出去后自动关闭，需要时又能打开。”

“出去以后呢？”

“会有接头的来找你们的。”第二个路路蹦神秘兮兮地说。

“哎哟喂！”路路蹦说，“刚才可真够悬的。”

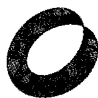
“敢情。”维琪说。想了一会，她又加了一句：“而且疯到家了。”

“疯？”

“老蹦哥哎，咱们是**自己救了自己**嘿！可要救，就得逃；但要逃，又没路！”

“倒是这么回事。不过，咱们明摆着是逃出来了呀，要不然……”他把下面的话咽了下去。“我说不清楚……你说得对，这是疯了。”

“现在该怎么办呢？”



“就在这一带等着。我的那个我不是说‘会有接头的来找你们的’吗？所以据我看，咱们……”

“嘿！”路路蹦叫道。两个路路蹦彼此对望着，两个维琪也彼此对望着。“你们现在听仔细了，我可只说一遍……”

“我觉得，有件事情，你们得解释解释。你俩是怎么从黑洞里出来的呢？”

“嗯哼。你们刚才可是搞了个**大**‘飞天’出来。”年纪稍长的维琪说，“不过你们问得有理。我们是出来了，当然是用时间机器出来的呀。”

“什么时间机器？”

“就是这个东西。顺便提一句，**你们**以后也要用到它，所以现在就给你们吧。对了，那个便携式白洞你们也拿着，过不久就要派用场的。”

有个**想法**逐渐在维琪心里成形了。看呀，他们出了那个黑洞，又有了一台时间机器，还有一个自动开闭的白洞……

“老蹦哥！他们就是**我们**呀！”

“可他们说过他们不是嘛！”

“不完全是。他们是又一套我们，是来自未来的我们。他们是我们**自己的**未来，是比我们稍稍年长一点儿的我们！”

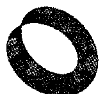
“对啰，”稍稍年长一点儿的维琪说，“你们现在知道自己接下来该干什么了吗？”

“基本知道了，”维琪说，“不过，我们怎样才能够……”

稍稍年长一点儿的维琪一一相告。

他们已经知道了曜金放置黑洞的地方。脱了防护服后，太虚感传器就能正常发挥功能。这样，维琪和路路蹦就相当轻松地潜入了虫洞间。由于使用了时间机器——是他们自己找到的——沿时间逆行了一番，这样，他们潜入虫洞间的时间，恰好在他们当初跌进黑洞受那一番罪之后仅数分钟。

如今又要再来一次了。不过，这次他们有了经验，也有了准备：时间



机器和白洞。

再次进入，这次就有些轻车熟路的味道了。

“这么说，咱们就陷在这儿啦。”‘原装’维琪郁闷地说。

“绝对如此，维琪。”话也是维琪说的，不过是稍稍年长一点儿的维琪。

原装维琪觉得这个声音好熟，便抬起头来，结果发现自己面前的是——维琪！

“嘿！你不是我吗？”

“不对，**我是**我。你是你。不过你说的倒也差不多：咱们是咱们。”

原装维琪看到了又一个路路蹦的出现。

“你们两个是从哪儿来的呀？”

“没时间解释这个，理由你们一会儿就会明白。我们带来了个便携式白洞，你们就用它出去好了。”

这可是“便携一用，美女太平”啦。“真是**匪夷所思**！你们也一道出去吧，好不好？”

“不，我们不能出去。如果我们出去，它就不灵了。”

“什么不灵了？”

“因果性就不灵了。**现在**没时间琢磨这个，以后随便你想好了。赶快往这个白洞的视界里面跳。对了，你把这个便携白洞也带出去。”

“我们能这么做吗？”

“能行。这是个特别型号的制品，会在你们出去后自动关闭，需要时又能打开。”

“出去以后呢？”

“会有接头的来找你们的。”路路蹦神秘兮兮地说。

维琪（年龄稍长的那位）和路路蹦（年龄稍长的那位）一起，看着比他们稍稍年轻一些的另外一组他们，带着那只便携式白洞离开。

“可**咱们**又如何离开呀？”路路蹦问，“**他们**拿走了白洞，所以**咱们就**



陷在这儿啦。是不是得等第三套维琪和路路蹦前来解救呀？”

“根本用不着。你忘了，**我们**有时间机器呀。”

“那又怎样呢？”

“到头来，所有的黑洞都会因曬金辐射和蒸发而失去自己的能量。”

维琪的脑子“嘎崩”一下不转了。“停！别再说了。黑洞不是会把附近的所有一切都吃进去吗？”

“瞧我这记性。要是纯正的相对论性黑洞，情况完全会是这样。然而，曬金发现，量子式的黑洞并不尽然。由于存在量子效应，黑洞是会**发热**的。”

“热？要是什么都跑不出来，又怎么能发热呀？热是如何从里面跑出来的呢？”

“热量能跑出来，是因为根据量子物理学，真空其实不空。”

“可我觉得，‘真空’的意思就是‘真地空空如也’。”

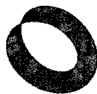
“好久以前是这个意思，”路路蹦说，“不过现在意思变了。在最小的空间尺度范围内，量子真空其实包含着一群不安分的粒子和虚粒子，它们在虚空中成对成双地产生，共同存在一段很短的时间，然后互相湮没，也许还出现别的情况。它们就像是一团泡沫般地存在着。量子真空只是平均而言为空的。设想当有一对粒子就在擦着某个黑洞的视界处产生了，你想会出现什么情况？”

“双双被吃将进去？”

“非也。其中有**一个**会被吃进去，而根据动量守恒定律，另外一个就会沿着相反方向运动，这便逃逸出来了。所有这类粒子的逃逸，就形成了曬金辐射。正因为如此，黑洞是会发热的。随着时间的推移，黑洞会因辐射失去越来越多的热量，因此会不断冷却，最后便会蒸发掉。”

“这一过程会持续多少时间？”对这一关系到目前困境的问题十分关心的维琪发问。

“对于大小只在原子尺度范围内的黑洞，这一过程会是很快的，可要是大家伙，时间就会极长极长。”路路蹦回答。“这一个嘛，要它蒸发就且



得等上一段咧。”说着，他叹了一口气。

“我们**等得起**，”维琪灵机一动，“我们不是有时间机器吗?”路路蹦听到这句话，精神又振作起来了。他们拟定起跨越时间的计划来……

他们通过时间机器向未来快速前行了万万……万万年，一直走到黑洞都蒸发掉了、他俩能在泛空间里自由飘浮时才停住。接下来，他们又向后快退了万万……万万年，但要比快速前行时短那么**一点点**。于是……他们又从另一个方向听到了自己熟悉的对话……

“现在该怎么办呢?”

“就在这一带等着。我的那个我不是说‘会有接头的来找你们的’吗?所以据我看，咱们……”

“嘿!”路路蹦叫道。两个路路蹦彼此对望着，两个维琪也彼此对望着。“你们现在听仔细了，我可只说一遍……”

“我觉得，有件事情，你们得解释解释。你俩是怎么从黑洞里出来的呢?”

“嗯哼。你们刚才可是搞了个**大**‘飞天’出来。”年纪稍长的维琪说。“不过你们问得有理。我们是出来了，当然是用时间机器出来的呀。”

“什么时间机器?”

“就是这个东西。顺便提一句，**你们**以后也要用到它，所以现在就给你们吧。对了，那个便携式白洞你们也拿着，过不久就要派用场的。”

有个**想法**逐渐在这个稍稍年轻些的维琪心里成形了。看呀，他们出了那个黑洞，又有了一台时间机器，还有一个自动开闭的白洞……

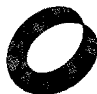
“老蹦哥！他们就是**我们**呀!”

“可他们说过他们不是嘛!”

“不完全是。他们是又一套我们，是来自未来的我们。他们是我们**自己的**未来，是比我们稍稍年长一点儿的我们!”

“对啰，”稍稍年长一点儿的维琪说。“你们现在知道自己接着该干什么了吗?”

“基本知道了，”稍稍年轻些的维琪说，“不过，我们怎样才能够……”



稍稍年长一点儿的维琪一一相告。

“就是这么回事啦。”路路蹦说。

“这……可咱们刚刚回来，这不正要进入黑洞——”

“不是，他们是刚才的我们，现在的我们已经出来了。你这么想啊，我们已经从黑洞中出来了，也进行过时间旅行了，还把**出去**所需的技术……”

“可是，**这些技术是由谁传的呢?**”

“你说白洞和时间机器？是咱们给咱们的。”

“不过……”

“你的问题没问对。你应当问的是，**这些技术传给谁了?** 我们还没得到这些技术呢，是不是?”

“还没有呢。”

“那就好。这些数字中还不曾有的东西目前并没有进入数字。”

“但这真是乱了套了，”维琪说，“因果性不起作用了。”

“正相反，”路路蹦说，“起作用的**正是**因果性！问题是你没有想对路。”

“我不知道还有别的什么思路可走!”维琪无奈地说。

“当然是用费因曼图啦!”路路蹦说。

“这是什么东西呢？我是指在它当初被发明的地方。”

“理查德·费因曼①是个地球人。当他在研究粒子在空间和时间中运动的世界线时，突然想到可以将反粒子沿时间正方向的运动，处理为普通粒子**逆着**时间方向的运动。

“沿着这一思路，他又注意到，对于这种情况，他得到的只有一条沿着时间忽正忽逆展开的线条。蓦地，他悟出了一个真正革命性的想法：‘为什么所有的电子都是完全一样的即同一的呢?’”

---

① 指美国物理学家、诺贝尔物理奖得主理查德·费因曼（Richard Phillips Feynman，1918～1988）。——译者

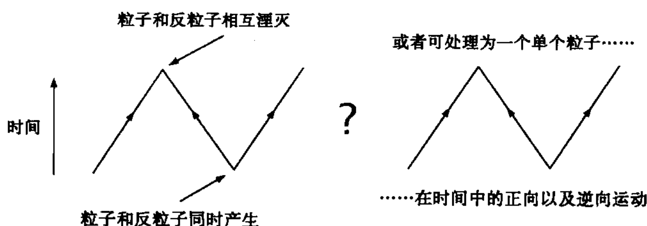


图 14－1

“不晓得。”

“因为它们其实都是**同一个**电子！这个电子只是沿着时间方向来回跑动，而每一次往复**看起来**都像是一个与原来不同的电子。”

“真是妙得很！”

“妙得很。但也可能错得紧。谁也无法肯定或者否定。不过，重要的是，通过将世界线一一画出，就可以将主观感觉到的事件系列与客观存在的事件系列区分开来，从而检查因果性是否在起作用。”说着，路路蹦迅速操起太虚感传器，画出了他们这一黑洞之行的费因曼图。

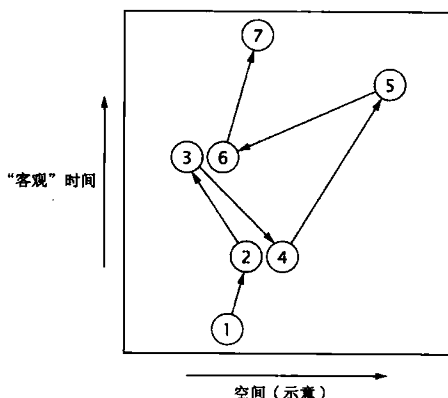
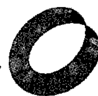


图 14－2

“画好了，”路路蹦说，“在图里，数字的‘客观’时间是竖着从下向上流驶的。水平方向是空间所在，但只起着将各个主要事件区分开来的作用。我们的**主观**时间在图中以若干箭头表示。



“咱们把经历过的事件回顾一番吧。整个事件是从（1）处开始的，地点是在矐金大楼中。接着，我们陷在一个被诡称为虫洞的黑洞里出不来了，这就是（2）。就在咱们呆在那里时，另有一对咱们，乘时间机器从未来来到——这一段是从（3）到（4），然后将咱们带回黑洞来解救咱们。咱们还带了一个白洞，用它造了一个出口。可它是从哪儿来的呢？时间机器又来自何处呢？这可是另外一段经过了——要想搞明白，还是等到咱们理顺这段时间主线再说吧。

“你看，咱们从（2）处用了白洞，这才得以回到正常空间（3）。咱们将时间机器留给了留在黑洞的另外一对维琪和路路蹦，然后以正常方式进入未来。接着呢，咱们又从（3）来到（4），而这一段我已经说过了。到了（4）以后，我们乘时间机器向未来挺进了万万……万万年，最终到了（5）处，也就是黑洞蒸发、咱们能从它的视界离开的时候。一旦离开，咱们就又乘时间机器，向过去跑回几乎同样、但稍稍短些的万万……万万年，这就到了（6）处。在这里，咱们遇到了原来的咱们（3）。他们从另外一个方向——这是指时间方向——来到；咱们把他们回到（4）所需要的工具给了他们。接着的一步，是咱们又从（6）出发，走向遥远的未来（7），这次是在正常时间方式中，经历着时间的自然流驶。”

维琪的目光沿着这张费因曼图扫来扫去，对每个事件逐一检查。看来图实的确相符。只是……“我还是弄不明白，”她说。

“你是不是能看出来，对于我们来说，这一段主观时间，是从（1）到（2），再到（3）和（4），然后又到（5）和（6），而目前又处于从（6）到（7）的途中吧？这无非就是一环环单一的线性体验构成的链条。当然是对咱们而言的，因此是主观性的。”

“大……概……是……吧……”

“而在每一个事件中，在场的都是真正的我们自己，外加应当用的工具吧？”

“大……概……是……吧……”

“那我就觉得，你不应当有什么问题呀！”

“路路蹦，时间机器是从哪里冒出来的呢？白洞又是从哪儿钻出来的呢？”

“其实，你应当问的问题，是它们现在又到哪儿去了呢？”

“这我可不知道！我们**离开它们了**。而且它们也不会再回到我们手里……我真是不大琢磨得出这里的奥妙。”

“实际情况是，问题并不在于这些东西是**从哪里**来的，而是**什么时候**来的。你认真回想回想那个有关便携式白洞的时间过程好不好？”

“让我想想看……咱们在（2）拿到了它，将它带到了（3），又带它回到（4）……对了！接着，咱们又在（2）将它交还给了过去的咱们！”

“正确。便携式白洞不在咱们手里，但是，它不在咱们手里，究竟是什么时候的事呢？现在、过去，还是将来？其实，它是一次又一次地走掉，形成了一条封闭类时曲线——一个时间循环。过去的时间接入未来的时间：过去如此，将来如此，永远如此。你再回忆回忆那台**时间机器**的情况吧。”

“咱们第一次拿到它，是在——按主观事件的顺序说——（3）处。后来又将它带回到（4），然后乘它到了（5），走得虽然很远，却很顺利，然后又乘它回到（6）——接着就在（4）将它交还给了咱们自己。这么看，**时间机器**也是落入了时间循环了吧！”

“没错。只是这个循环与白洞的循环不是一个。”

“是呀。再说，它们都是处于时间循环中的，而我们经历的是普通的有开放端点的过程，因此在我们经历过全部历程之后，并没能保有任何高妙的技术。”

“太对了。所有这一切都表明——”

“凡是一用到时间机器，因果性就会**乱了套**。哪怕是它在自己的封闭类时曲线中消失了，也还是乱了套。”

“这个乱了套只是对**我们**而言的，拿到数字中就会是完全正常的。**总体衡量**是乱了套的，但每一部分都完全合理而合乎逻辑。要解释时间机器和白洞来自何处其实**很容易**：它们本就牢牢地呆在时间循环里，而且会永远呆在那里。不过维琪，这里有一个难解释的问题，就是**我们自己**是从哪里来的。要解释这一点，似乎就需要有无穷长的因果链条才行。这正像是



你曾经说过的：**我们的**时间线是有开放端点的。”

说到这里，让维琪想到了一件事：“是的，也许……不过老蹦哥，你可曾记得三维国民有时候用来跟自己较劲的那些古怪的图形？”她开始调用太虚感传器的功能，找出了一幅画着一个立体东西的轮廓图。

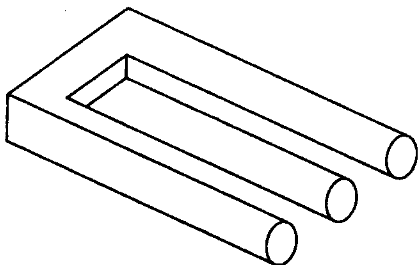


图 14－3

“是的，我记得有幅图。图里的东西看着挺正常，但它其实不可能存在。”

“这正是我要说的一点。你所说的‘看着挺正常’是什么意思呢？你的意思就是：图中的每一部分都完全合理而合乎逻辑。而你所说的‘其实不可能存在’，却又表明……”

“它是总体而言乱了套的。”

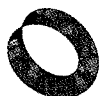
“因此，说不定我们觉得自己刚才体验到的这种搅到一起的因果性，**其实**不可能在相对论性时空内发生，”维琪说，“这里缺少一种能够将这套理论否定掉的某种总体性自然规律。”

“你能举个例子吗？”

“比如，某种能够避免出现前面所说的‘高祖佯谬’的规律。”

将这番话考虑了一阵子后，路路蹦说：“你也许是对的，只是要使你那个‘高祖佯谬’不会发生，也还能有别的办法。不过，如果你刚才说的**是**对的，咱们又怎么从那个黑洞里脱了身呢？”

维琪对这个问题回答不出。



凭借了封闭类时曲线内因果性所具有的逻辑性——或者更应当说是“不合逻辑性”，维琪和路路蹦再一次得以来到数字漫游。不过，他们放弃了用时间机器给年龄迥异的孪生兄弟帮忙的计划，因为他们实在不敢再返回曜金的地盘。看来，这对兄弟恐怕只好去投奔某个物理课本的编写机构啦。

然而，维琪虽然九死一生，却仍然有意进一步了解虫洞和时间旅行。体验这两样东西实在是太有趣了，她无论如何也没办法不想它们。

“曜金的重头工程很壮观，我看他们一定掌握着某些高超的建筑技术，这才能营造虫洞。”维琪说，“我真想知道都是些什么技术。”

路路蹦晃着自己的触角说：“哼，咱们是不能再回曜金大楼了，绝对不能了。所以，咱们没有办法去参观建造中的虫洞。不过，在数字中还有另外一个地方，那儿进行着对这类问题的理论思考，但并不具体营造。如果你愿意，我倒建议咱们去那里走走。”

“就是别太麻烦了。”

“就只有些例行事情要办。再说，有一位健美打造师，我是好久没见了，挺想借此机会了解了解这位老兄近况如何。”

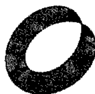
“健美打造师？这个名字起得可够怪的。”

“是翻译时出了问题。他本来的名字是‘建筑工程师’，但当他从别处移民到数字的这块地方时，还讲不好这里的语言，只好找辞典帮忙，结果将‘建筑’说成了‘健美’；‘工程师’一词又是靠别的词拐弯抹角地表达，于是就成了‘打造师’了。”

“以后他明白了，为什么不改回来呢？”

“考虑到了市场因素呗。他的顾客多是些舞文弄墨的，对技术视为畏途，反倒觉得这个错起的名字挺不错的。”

这位健美打造师真是像极了一条章鱼，只不过是生活在没水的陆地。他长着四只短粗的脚和八只长而柔软的触手。要是干起体力活来，这些触手准会派上大用场，不过，即便在搞设计这种脑力劳动时，它们也让主人大大占了竞争对手的上风。当维琪和路路蹦来到他在泛空间的办公室时，这位老兄



正在造一个旋转黑洞的模型。他用两只触手摆弄模型，用第三只接电话，又用另外两只同时在两张不同的图纸上写来画去，第六只在复印信函，第七只在一份合同上签字，同时还在用第八只的尖角搅动杯中的红茶。

健美打造师看到有来客，就将所有触手中的事情放下，坐进一张适合他用的扶手椅——椅子上安有排成八角形的八只扶手。维琪别有用心地向那部电话打量了一眼，但她也知道，二维国的电话系统不可能与泛空间接通。

"你们在曜金的虫洞遇到了麻烦，这我并不奇怪。"健美打造师说。"哪怕在最好的情况下，它们也并不稳定。我将大部分时间都花在研究改进措施上了。"

"稳定也罢，不稳定也罢，他是怎么造虫洞的呢？"维琪问道。

"不容易。存在着若干重大技术障碍。最严重的一个，当属使用者能否真能通过虫洞。只要能够形成强大的重力场，造出虫洞来并不特别困难，将它的两个端口弯过来也不是太大的问题。而重力场正是曜金的强项。最难克服的障碍，是所谓的'夹尾巴效应'。在最早的几种设计中，通过虫洞的旅行者的身体只能过去一部分。"

"那就走快点嘛！"

"实际情况是，要想全须全尾地过去，速度就非得超过光不可，所以这就不可能喽。"

"怎么会一定如此呢？"

健美打造师在他的文件堆里翻了一气，拿出一份东西来递给了维琪："你看看这张图吧，这是彭罗斯……"

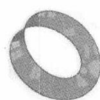
"这张图上画的，哪里像一盆螺蛳？"[1]

"不是，这是一种表现时空几何形状的图，得名于一个名叫罗杰·彭罗斯[2]的地球人，"路路蹦帮忙解释说。

---

① 原文为 in rows and drawn with a pen，直译为"用笔画成一排排的"，其中的 pen 和 rows 恰与彭罗斯的发音相同。译文中是意译的，以保留原文的风趣之处。——译者

② 指英国数学物理学家罗杰·彭罗斯（Roger Penrose，1931～）。——译者



维琪没有理会路路蹦说了些什么，只是盯着图上的那些纷乱的线条："我不知道怎么读懂它。"

"那就让我来说一说，"健美打造师开口了。"要知道，如果要把某个弯曲空间，比如说球面，画到一张展平的纸上，就必然会产生位置的畸变。"

"那是一定的。地球人生活在球面上，因此就受着这个问题的困扰。他们只能有所取舍，这才能够将本是弯曲的经线之类画到展平的纸上。如果愿意，有些东西的部分性质是可以得以保留的。比方说，纬线、方向或者面积中有的可以不变，但不能全部如此。"

"不能全部保留的原因，"路路蹦说，"在于曲率是个不变的量，就是说，它是不能随意改变的。平面的曲率为零，而球面的曲率为正。这就注定了不能将球面的所有性质用平面图形表现出来。"

"谢谢你的这番解释。"健美打造师说，"时空的形势也一样。时空的潘洛斯图也会出现座标的畸变，但改变的结果并不会影响到光锥。光锥还会保持着45度的斜率。维琪你看，这是一条虫洞的潘洛斯图。凡是像这里弯弯曲曲地画出的从虫洞进口处开始的类时路径，都必定会到达未来的奇异位。45度就是极限，没有一条路径能够跑到外面，也就是说，不可能超过光速。"

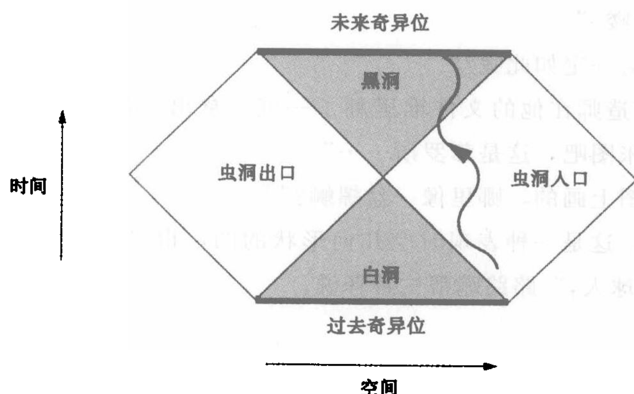
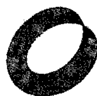


图 14－4



2099 年亥月 25 日，周丙

虫洞这一关实在不好过。告诉你，我的至宝日记，我现在就弄得好不自在哟！

跟你说，我刚刚才想到，今天在二维国是烤鹿节[1]。这是个传统节日，是合家团圆共享应时大餐的日子。而今年的烤鹿节更是大典，因为 2099 年是本世纪的最后一年！

说到世纪末，这里还得提一件小小的趣事。你大概知道，二维国的纪年同地球体的是步调一致的，只是我们的要比他们早 100 年。其实并不**完全**一致。路路蹦告诉我，地球体上的纪年方法规定，世纪末是年份的最后两位数都为零的一年，而新世纪始于年份的最后两位数为 01 的一年。而在二维国呢，世纪末是年份的最后两位数都为 9 的一年，新世纪则始于年份的最后两位数为 00 的一年。不过实际情况是，地球人大多对这一点不太明白，故而是提前一年庆祝新世纪来临的。这说明我们的体系不那么混乱，逻辑性要强得多。

对不起，我的日记。我絮絮叨叨地说了一堆新世纪的规定方式，其实是为了忘记我今天的遭遇。本来我这一整天都过得不错，但一记起了今天过节，心情就变了。想到我的全家都围坐在大餐台旁，等着妈妈把烤得酥脆的驼鹿端出来……可是我不在家，就把这个节给搅了！他们一定在为我担心呢……我却连张过节的贺卡都没给他们寄！

我忽然有了个主意……

二维国的电话系统固然与泛空间这里不兼容，可普通邮政呢？

我得问问路路蹦，看看能不能干点什么。

烤鹿的香气弥漫在这所五角形的住宅里。莱斯特和贝克莱发疯似地到处跑来跑去，玩耍新得到的种种玩具。亲朋好友们送来的贺卡都集中放在房间一角，真正的木柴在壁炉里熊熊燃烧着。然而，看到玩具，格罗夫纳

---

[1] 这里是直译，原文 Crisp Moose Day 的发音很接近于圣诞节 Christmas Day，时间上也同这个节日一致。——译者



就回忆起维琪的童年；看到贺卡，格罗夫纳就想到这里面缺维琪的一张；看到炉火，格罗夫纳就想起自己烧掉了阿尔伯特的书，而他相信，维琪的突然不见，与这一举动不无关系。

裘碧丽无疑也是这样想的。维琪的不见，使他干什么都不顺遂。两个男孩子很快就会注意到这一点。他得想个办法打起精神来——何以解忧，唯有杜康；自己来饮它几杯，也让裘碧丽抿两口。

自从格罗夫纳发现儿子莱斯特手里攥着从自家酒柜里拿来的一瓶酒，睡进了一只洗衣筐，还盖着邻居家的垃圾箱盖后，那只酒柜便一直锁着。现在，他拿出了钥匙，打开了酒柜……

柜里有一封信，收信栏位置那里写着他和裘碧丽的名字。

他浑身的顶点无一不战抖起来。他拿起这封信，没有打开便来到厨房。妻子正在检查烤箱里的驼鹿，看皮烤脆了没有。

"丽丽，你是不是往酒柜里放了什么东西？"

"没有哇，亲爱的，什么样的东西呢？"

"一只信封。就是这一只。"

"不是我放的，亲爱的。"

"可这里有你的名字呢！"

裘碧丽将手里的控油漏勺放到一旁，走过来看这只信封："这里也有你的名字，亲爱的。这是……格罗夫纳，这是维琪的笔体呀！"

"是呀，我刚才也这么想来着。至少特别像她的……"

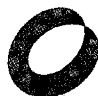
"还不快打开看看！"

"我……丽丽，我害怕不是她的信。"

裘碧丽把信从丈夫手里拿了过来，唰地撕了开来："别胡思乱想。看呀，信里是张贺卡，写着'祝烤鹿节快乐'。还有一封信，不用看就知道挺长。"

她将这封信卷打开，同丈夫一起读了起来。

在路路蹦同意让自己用太虚感传器往二维国平面递送去一张节日贺卡后，维琪的心情就好多了。将它放在某个只有裘碧丽和格罗夫纳才能拿到的地方，



这个主意是路路蹦想到的。正因为如此，维琪坚持还要再送一封信过去。酒柜这个地方是她自己想到的。她知道，在烤鹿节这一天，爸爸一定会打开它。

为了将心思引出揣摸父亲读信时的感觉，维琪向健美打造师问起有关时间机器的详情："曜金的虫洞究竟好用不好用呢？"

"说不定不好用，说不定只是市场宣传。你并不曾真的从虫洞中一头进一头出地走过吧，是不是？"

"这倒是。不过，如果要是什么东西从一开始就不灵的话，顾客早晚会知道的。"

"有可能。不过你是亲眼见到过曜金的。你说说，有谁敢当众说他的黑洞不行吗？不过，我倒是认为，他确实手里有些管用的虫洞。至于他所使用的方法，当然属于商业机密，对此我说不准。不过，我做过大量计算，自信找到了关键内容。我认为，在最后将各部分联结成一体时，他一定是用到了异物质。"

"听起来可有些……嗯……有些怪异？这是什么特别的东西？"

"是一种没有列入正式目录的物质。它会产生一种极强的负压力，有如弹簧伸长时的情况。"

"你是指反物质？"

"不是。它与反物质不同，"路路蹦插了一句嘴，"当物质与反物质相遇时，它们会相互消灭，变成大量的能量。而异物质与普通物质间不会如此，只是彼此相推，而不是互拉。"

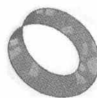
"那就是反重力啰。"

"这个嘛……从技术角度看不是一回事，但又差不多一样。"

"不管怎么说吧，异物质能够防止'夹尾巴效应'，使虫洞不致将通过者夹住。其实还有一种老式做法，根本不需要任何异物质。再说，这种方法也用不着营造什么虫洞，还不会引起时障效应。而且，通过它还能回到自己希望去的任何过去时光。唯一的决定因素就是大自然会将它造成什么样。"

"这我就不明白了。"维琪说道。

"我是指一种天然存在的时间机器。当转动的星体因重力作用而坍缩时，会形成旋转黑洞。你是不是听说过爱因斯坦方程组的史瓦西解？"



“听说过。是路路蹦告诉我的。”

“那好，刚才所说的这个解，对应的是一种**静态**黑洞。这种黑洞是由不转动的星体坍缩而成的。1962 年，地球人罗伊·克尔[1]，又求出了爱因斯坦方程组的另外一组解，对应的是一种旋转的黑洞，因此得名为**克尔黑洞**。”

“地球人还知道其他两种黑洞，”路路蹦说，“一种是诺德斯笃姆-莱斯纳黑洞[2]、又称 R－N 黑洞，虽不转动但带有电量，再一种就是纽曼-克尔黑洞[3]，又转动又带电。这个解居然存在显含形式，真是一个奇迹；而罗伊·克尔能求出这个公式，更是堪称奇观——它委实太复杂了，而且**绝非**是明显的。

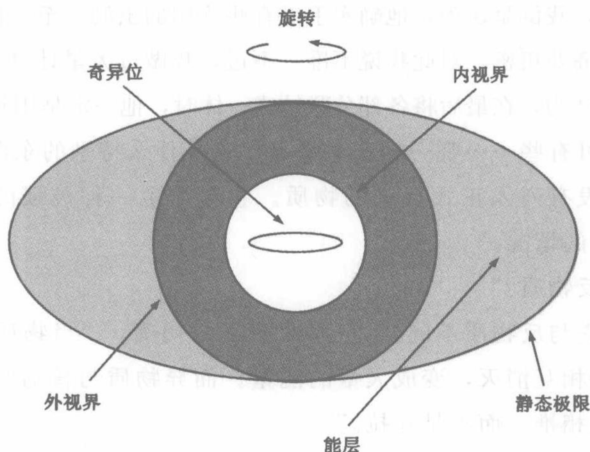


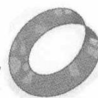
图 14－5

“但是，这样一求解，又搞出了很特别的结果。”路路蹦说，“一个结果是，黑洞内部的奇异位不再是一个点，而是位于旋转平面内的一条环

① 指新西兰数学家罗伊·帕特里克·克尔（Roy Patrick Kerr，1934～）。——译者

② 以提出这种黑洞在理论上存在的可能性的芬兰物理学家甘纳诺德斯笃姆（Gunnar Nordström，1881～1923）和进行了有关先导工作的德国物理学家汉斯·莱斯纳（Hans Reissner，1874～1967）的姓氏共同命名。——译者

③ 纽曼是指美国物理学家埃兹拉·纽曼（Ezra Newman）。——译者



线。根据健美打造师的潘洛斯图可以看出，进入静态黑洞的物质，必定会落到奇异位那里，但对于旋转黑洞，情况就未必如此。这时的物质，或者可能绕着黑洞的赤道面打转，或者会从环线中穿过去。”

“情况就是这样。而且，旋转黑洞的视界也会变得更加复杂，会从不旋转时的一个变成内外两个。通过**外视界**进入黑洞的物质和信息不能再返回外界，出自奇异位的物质和信息则无由越过**内视界**。外视界之外还有一个叫做**静态极限**的曲面，其面在外视界的两极处与之相切。在这个曲面的外边，粒子可以有自主的运动，一旦进入这个面，就会沿着黑洞的旋转方向有所运动，但倘若速度很大，仍然可以再逃逸出去。”

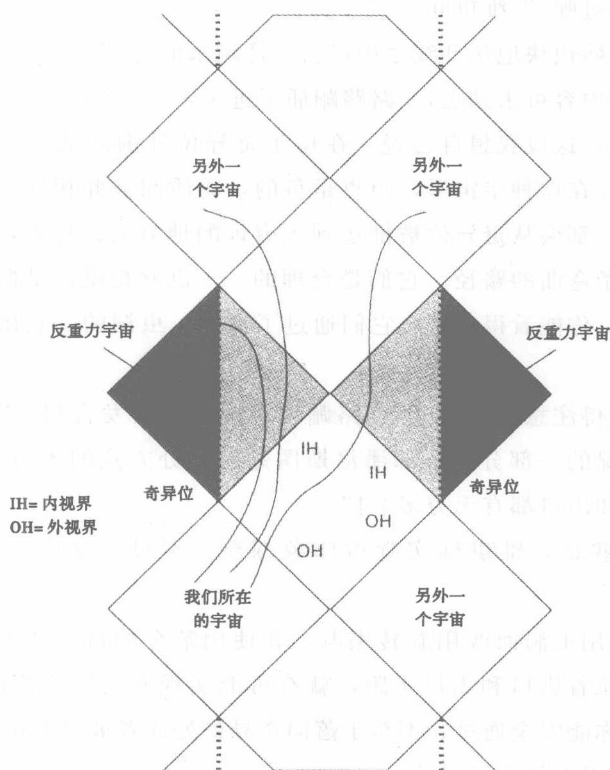
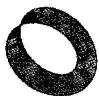


图 14－6



“对了，对了!”路路蹦兴奋地叫了起来——情况越复杂，他就越高兴。“包在静态极限和外视界之间的部分是**能层**。如果向能层发射个什么东西，并使它在进入能层后分成两部分，使其中一部分被黑洞俘获而另一部分再逃逸出来，就能带出黑洞的一些旋转能量。”

“在所有各类黑洞的潘洛斯图中，看起来最壮观的当属克尔黑洞。”健美打造师一面说，一面找出另一张图递了过来。

“图中的白色菱形代表渐进平时空——地球体所处的宇宙算一个，可能还有其他一些，虽然也是类平坦的，却有可能面貌迥异。我是用短划线表示奇异位的，以表明有物质有可能穿过它们。”

“怎样穿过呢?”维琪问。

“就是痛痛快快地从环线之中过去，像跳水似的。”

“后面的内容可来劲啦，”路路蹦插了进来，“在位于奇……”

“你别说，这段我想自己说。在位于奇异位外围的地方，存在着若干反重力宇宙。在这种宇宙里，距离是负的，物质间彼此相斥。所有普通物质到了这里，都会从奇异位被推送到无穷远的地方去。你看，维琪，我在图中画了几条弯曲的路径。它们是合理的——也就是说，是速度低于光速的运动轨迹。你能看得出来，它们通过了虫洞，虫洞的其它出口都对它们开放。”

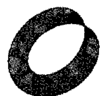
“而最值得注意的特点，”路路蹦说，试着争回发言权。“是这里只给出了实际情况的一部分。全部潘洛斯图是对此处方式的无穷重复。因此，可能的进口和出口都有无穷多个!”

听了这些话，维琪确实觉得印象深刻。不过，说这些话的**目的**何在呢?

“如果不用虫洞而改用旋转黑洞，并使用曜金的材料加工设备，以接近光的速度拉着进口和出口飞跑，就有可能实现有实用价值的时间机器。也就是说，你能安全通过，不至于落向奇异位处或者被‘夹住尾巴’。”

“这可显得太复杂了吧?”

“哟，”看到维琪的反应不很热烈，健美打造师有些泄气。“如果你对



控制克尔黑洞没有多大兴趣，不妨了解了解另外一种比较简单的奇异位。这种奇异位就是**宇宙弦**。宇宙弦存在于非旋转的时空中。”说着，他又递了一张图过来。

“我来解释解释有关细节。拟想宇宙弦的最好方式，是利用空间中的两个维度……”

“比如闵妮空间？”

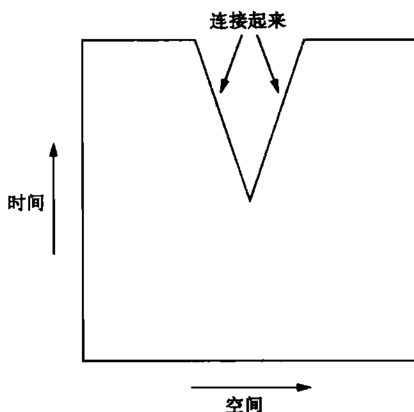


图 14－7

“噢，你见到过那队空间娘子军了？那你们的生存能力可令我刮目相看啰。你说得对，就像闵妮空间那样，不过要裁去一块——弄掉一块楔状的部分，然后将开口的两边接到一起。”

“弄得像是原芳空间？你说接到一起，不是指用胶什么的吧？原芳本来是个正方形，只是两组对边都被接到了一起。她那个‘接’可是指‘弄到一起’，而不是‘粘到一块儿’。”

“完全正确。不过对于这个例子，你想用胶弄到一块儿也未尝不可。这样做有利于形象化。用纸做个模型，弄掉楔形的一块，然后真地用胶将缺口的两边粘接到一起，就会得到一个带尖楔的锥体。当然你说的是对的：从数学角度看，可以将有着对应的两条边想象为同一个，而无须弯曲或者使胶水什么的。”

“哟！这不像是到了《爱丽丝漫游奇境记》中的奇境吗！”

“你还真可以这么说，”健美打造师说，“听说爱丽丝要离开奇境了，你完全可以代替她去漫游……咱们还是别分心了吧……时间坐标的用法还是同在闵科夫斯基时空中一样，不过，要想使光锥有正确的形状，就不要将整个光锥画出来，只画出两条母线就行了，OK？接着呢，再加入第三个空间坐标，并对每个垂直的截面重复同样的过程，这便有了一根很好的宇宙弦。宇宙弦的行为就像是一段线质量，即一个集中在线段上分布的非零质量。要造出宇宙弦的时空模型，就应当将许多同样的光锥顺着线质量穿缀起来，其中的每个光锥，就是真实时空的类空部分。”

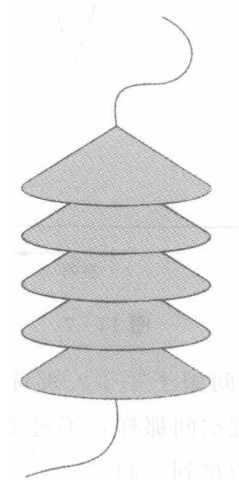
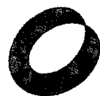


图 14－8

“你要用它来做些什么呢？”

“我要做的既微妙又有趣。宇宙弦是有质量的，质量的大小与所选取的切割角度大小成正比。但这里的质量的**行为**并不像普通的质量那样，除了在每个锥体的顶尖处，其他地方的时空都是近距离平坦的，就同闵科夫斯基时空的情况一样。至于真实锥体看起来所表现出的曲率，无论是多大多小——对了，维琪，就是那句话：‘其实无关紧要’。这正是以前我们谈到形状本为圆环面、但本身又是平坦的原芳空间时我说过的话。宇宙弦是



自有其固有曲率的，在相对论引力理论中，弦曲率就等同于质量。这个曲率的作用，是建立起时空拓扑中的**总体性**改变。总体性改变会影响到粒子路径等测地线的大尺度结构，但不会改变小尺度的局部细节。如果你站在某个巨大的宇宙弦的附近，是不会感觉到任何重力吸引作用的。”

“那你又怎么能知道这个弦的存在呢?”

“通过研究总体性效应，即在较大范围内的情况呀，”健美打造师说，“例如，宇宙弦会对从附近经过的物质或者光表现出重力透镜效应。”

“噢，我知道这个效应，物质会造成光的弯折。不过，要是光并不对重力‘产生感觉’的话，又怎么可能产生弯折呢?”

“弯折是由时空的总体形状决定的，与局部是否平坦没有关系。在纸上画出两条测地线，它们都是平的，但如果将纸糊成锥体状，它们也就‘弯’了起来。这是因为，原来是平行的两条线，到了锥体上就可能相交了。我现在就来画几条测地线，你就能看清楚了。”

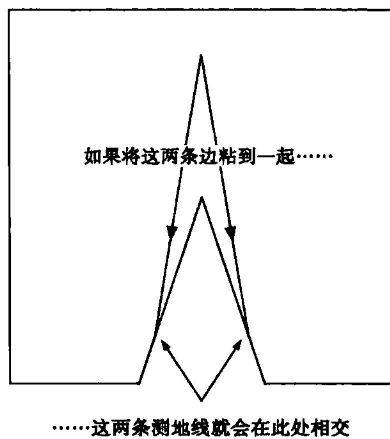


图 14－9

“从时间旅行的角度考虑，”健美打造师接着说道，“宇宙弦很像是虫洞，数学上的‘粘接’使得‘跨越’被切去的那部分闵科夫斯基时空成为



可能。还是在1991年，地球体上的里查德·高特[①]根据这一点相类之处，设计了一种时间机器。据他证明，若是两条宇宙弦以接近于光的速度相互贴近，它们形成的时空中就可能容纳封闭类时曲线。”

“这挺好哇。不过，要怎样才能造出这样一种时间机器呢？”维琪问。

“你真问到点子上了。”

“没错，她学得不赖。”路路蹦自豪地说。

“……在1992年——这是指地球体年，”健美打造师继续说了下去，“地球人尚恩·卡罗尔[②]、爱德华·法利[③]和阿兰·古斯[④]证明，要想在他们所生存的宇宙造出高特所设想的这种时间机器，能量根本不够用。更准确地说，他们那个宇宙中所含有的全部静止质量，就是全部转变为能量，也不够用来制造这种机器。”

“哎哟，真够不幸的。”

“即便地球人能够研发出足够强大的新能源……不过我认为这并不是他们目前的工作。记得他们对自己所在的宇宙中各个银河系的分布情况进行了统计，结果表明，它们以巨大的规模聚成团组结构，总尺度达到了上亿光年，范围这么宏大，可不是单靠现有的已知物质间的重力作用所能够形成的。”

“那又是怎样形成的呢？”

“有一种理论认为，这种结构是以宇宙弦为种子发展形成的，而宇宙弦则天然存在于现有的银河系所在的位置。”健美打造师说，“当然，宇宙弦不涉及重力，因此宇宙的形成，不是由于重力吸引作用，而可能是由于测地线发生了出乎意料的聚拢。如果当真如是，宇宙弦可能目前仍旧离我们不远。有可能……我是说或者有可能……”

“地球人会造出宇宙弦型的时间机器来，”路路蹦替他把话说完。“这

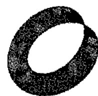
---

① 指美国天体物理学家理查德·高特（John Richard Gott）。——译者

② 指美国物理学家尚恩·卡罗尔（Sean M. Carroll，1966～）。——译者

③ 指美国物理学家爱德华·法利（Edward Farhi）。——译者

④ 指美国物理学家与宇宙学家、宇宙暴涨模型的提出人阿兰·古斯（Alan Harvey Guth，1947～）。——译者



可真不错。”

“那‘高祖佯谬’该怎么解决呢?”维琪问。

“噢，那个问题嘛，是啊,”健美打造师很烦受到这样的打扰，“如果你能够造出时间机器来，说不定所有的佯谬也都会解决了呢!”

维琪并不满意这样的回答:“不一定吧。说不定当时间机器造出来的时候，你的这个宇宙的逻辑会令它四分五裂呢！又说不定历史会变得能够改变，大家都沿着时间来回跑，都想将它变得对自己有利，因而引发了时间大战呢!”

“不是不可能啊,”路路蹦表示，“可另一方面呢，谁改变一次历史，谁就会进入另一个宇宙中的不同的时间线，而原来的时间线仍然存在着，只不过是在数字中的另外一个地方。这不就不存在佯谬了吗?”

“这听着可太像是托辞回避啦!”维琪说。

路路蹦对这句话的回答是:“绝对不是，这种设想是同量子不确定性相一致的。”维琪刚要反驳，所有的注意力又被太虚感传器吸引去了。

“是这么回事,”路路蹦告诉维琪，“不管大家怎么认为，量子叠加没能讲出有关猫咪的什么有趣的东西。不过，它有可能解决‘高祖佯谬’，因此对时间旅行倒是很重要的内容。”

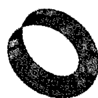
“高祖”这个字眼让维琪想到了自己的阿尔伯特老祖，不由得心情郁闷起来。她满脑子都是烤鹿节的景象，一时弄得头昏脑涨。为了自我排遣，她向路路蹦发问道:“他们怎么去解决呢?”

太虚感传器域场闪起了微光……二维国出现在了他们的下方。然而这更使维琪心情抑郁。她努力控制着自己的情绪。不过，不大会察言观色的路路蹦并没有注意到。

“那个是……”维琪突然问道。

“你认为是你的高祖阿尔伯特?他只是用太虚感传器模拟出来的。所以，你无论看到什么，都不要影响心情。行吗?能保证做到吗?”

“我保证。”维琪回答，只是一边说一边抽鼻子。“噢，他在监狱里呢，



可怜哟！……你看到窗口处的那些小点了没有？他是在写什么呢，会不会是《神奇的二维国》呢？”

“就是这本书。现在，咱们再往回走，回到他还没有蹲班房的时候去，回到圆球公即将拜访他的时候去——这场乱子不全是由这场拜访引起来的吗！”

“瞧，他在那儿，在他的房子里……我还看到圆球公了，他正从二维国下方向上升起呢！”

“没错。你想用什么方法，来阻止你的阿尔伯特老祖同圆球公晤面呢？”

“我……在他们就要见面之前，我就跑过去，找个借口不让他们见面。”

“那你**就快去**干吧。瞧哇，他已经升到了地方，正向大门走去呢。”

“我看到了。可是……他同时也留在了后面呀！他两处都在，而且都是半透明的！”

“没错。他的宇宙劈裂开来，成为通过量子叠加成的两个他。你将设法让其中的一个不去找你的老祖，而不会让另一个不去找他。从现在开始，这里有两个宇宙，各自走自己的路。”

他们俩能够隐隐约约地听到在“1号”宇宙中进行的那场谈话：回到过去的维琪对阿尔伯特诡称自己来为某项慈善活动募捐。当圆球公化入阿尔伯特的房间时，发现里面是空的。圆球公很奇怪，四处张望了一番，便又消失了。

在“2号”宇宙中，圆球公化入了阿尔伯特的房间，见到了阿尔伯特，从而开始了使后者入狱的必然历程。

“瞧哇，”路路蹦说，“2号宇宙是阿尔伯特被关进监狱的地方，所以是你乘时间机器回去设法将他引开的地方。1号宇宙是你一旦**成功**引开阿尔伯特后所将形成的地方。现在，咱们沿时间向前快动，来到你发动时间机器向后走的时刻。OK？那就准备吧。咱们现在是在2号宇宙……你坐进时间机器向回走吧，地点还是在2号宇宙里……一直开，开到1号宇宙同2



号宇宙分开的时刻。接着的一步：你**果然**在 1 号宇宙想法将阿尔伯特引开了他的房间……这就是说，在**这一袭**宇宙里，圆球公根本就见不到他，所以你也就不用乘时间机器回去阻止他了，对不？”

“对呀。”

“那么，我们会看到你在 1 号宇宙中进入时间机器吗？”

“不会。我只在 2 号宇宙里这样做。”

“一点儿不错！当你结束时间旅行返回时，应当是在 2 号宇宙中，因为你是从那里回来的。2 号宇宙正是阿尔伯特入狱、因此需要你回去设法将他弄走的地方。瞧，所有的一切都很对口径。更一般地说，倘若宇宙在每一次涉及决断时都分裂，而且不论能与不能做出决断时都如此，那么，时间旅行就将只会使你在各个不同的宇宙中穿梭了，而且还会在此过程中创造出新的宇宙来，还可能在此过程中改变它们存在的概率。可这样一来，就不会有关于时间旅行的任何佯谬出现了。”

维琪思考了片刻，发现了她认为有严重问题的地方：“依我看，你一个劲地说真实的猫咪是不会叠加的，怎么真实的**宇宙**却又可以呢？”

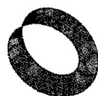
“不是的，真实的宇宙并不会叠加……它们是变成另外的宇宙。但是，在宇宙里面生存的生物只能或者是感受到这一个，或者是感受到那一个，但绝不能都同时感受到。不过，倘若站在量子理论的角度说话，如果设想这两个概率都同时存在，物理学会表现得更好理解些。这是一种表述量子不确定性和揭示出其数学优美的一种方式。对于这种量子理论的阐述方式，地球人称之为‘多世界诠释’。”

“地球体所属的宇宙，会不会是一个不断分岔出不同概率前景的大树呢？”维琪问路路蹦。

“这无疑是数学中的一种能够自圆其说的见解，”路路蹦说，“但问题是，单从数学方面能够自圆其说，是不是就代表了物理实在呢？”在接下来的很长时间里，他们谁都没有讲话。

“我不知道，你说呢？”

“这恐怕要等到你自己搞出太虚感传器一类东西之后再说吧。”



第十五章

宇宙的形状

这是新的一天。路路蹦和维琪正在数字中做一番新的游历。在他们面前飘过了地球体——一个蓝得耀眼的星球，夹杂着一抹抹的白色、一块块的绿色与一片片的褐色。

“有些家伙居然认为，地球人心目中的宇宙并不是以几何学为基础建立的。他们怎么会这样想呢?”路路蹦说，“看一看这些人**生活在**什么样的地方，这种看法对不对，不就一清二楚了吗!”

“也许，他们之所以持这种看法，是因为离这个宇宙太近，反倒无法真正弄明白了。”维琪发表自己的见解说。

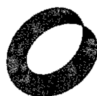
“你的学问真有长进哟!”路路蹦很是赞叹。

“看事不能看外表，对不?”

“太正确了，真是一言中的。后退一些，往往有助于更清楚地看到全貌。当然，要了解沟沟坎坎，也得需要努力靠前……说到沟沟坎坎，我们倒是已经从相当靠前的位置处，看到了量子世界的细部构造了。不过，我们还没能……”

他们眼前的这颗点缀着其他颜色的亮蓝色星球突然飞速向后退去，仿佛猛地被谁一把夺走了似的。它的那个小了一大截、满面疮痍的卫星也飞速从他们面前向后飞掠而过。地球体所属于的整个太阳系也缩得很小很小，有如一套玩具，随即同样消失在无数星体的紫光背景中。

所有的星体都在变小，好像整个宇宙都在收缩、直至缩成一个小点一般。



一个个发光的小点聚到了一起，而且呈现出一定的形状——有如旋涡而边界模糊，发出沉静的光芒。这是地球体所在的那个银河系的旋臂。

这一切只是一幕前奏。它们现在又在重演了，但规模已大了不知多少倍。此时的天穹充满了亮亮的光团，有如布满天际的蛛网，网宽有上百万光年之巨，但转眼之间，它们也缩得只有餐巾大小。

“这是怎么回事?”被这种缩小速度弄得简直喘不过气来的维琪问道。

“后退一步呀。**从整体角度**看看宇宙。”

“咱们准备去看什么呢?”

“宇宙的形状，还有宇宙的起源。”

刚才的收缩已经停住了。地球体所在的宇宙已完全呈现在他们的眼前。这是一大团暗黑的东西。他们之所以能够将它辨识出来，是因为除了它就没有别的任何存在，因此也就没有别的任何颜色——连黑色也没有。这团暗黑的东西边界模糊，没有确定的形状，也无法一眼看清。

路路蹦吁了一口气，在这个地球体所属的不成形的宇宙团块上便出现了这样的字句：

错误。描述：没有信息

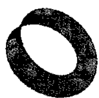
“正如我之所料，”路路蹦说，“太虚感传器只能显示事先被编入的内容。它给出的显示太虚而不是太实。它不知道地球体所属的宇宙应当具有什么形状，因此不可能告诉我们任何具体情况。不过，有一项内容它是**当真**知道的，你往那个团块里面看，看到那里正在发生什么呢?”

“我觉得……觉得它在长大！是的，没错！莫非是我们正在接近它的缘故?”

“不，是它在接近我们——**膨胀**所致。我并不是说，所有的星体都在空间中彼此离开。我的意思是说，这是**空间**自己在离开自己。它是在自行长大。”

“这自然是有谁做出了决定，认为地球体所属的宇宙应当占有更大的空间啦，”维琪说，“不过，如果不知道它是什么形状的，又怎么能知道它在膨胀呢?”

随着宇宙的膨胀，他们两个都被包了进去，路路蹦也显露出一个好大



的“U”。

他们在绕着一个淡蓝色的银河系飞行。

“哇！它有**多美**呀！”维琪看得入了迷，不禁赞叹起来。

“你看，我选中了这一个，就是因为它特别漂亮，”路路蹦说，“而且还因为它位于这个宇宙的边缘。不过，我希望你特别记住它的光色。”

“蓝色，”维琪说，“一种奇妙的、微妙的、令我伤感的蓝色。”

“这是一种非常特殊的蓝色，”路路蹦说，“在这个宇宙中，只有这个银河系带有这种单一的光色。单一光色是指它所发出的全部光都是**同一种波长的**。它从形成的时候起就是这样的星系，而且一直是唯一的一个。记住这一点，因为我们现在就要到这个宇宙的中心位置去，并从那里看这个星系。”

空间从他们身边急驰而过，快得令他们目不暇接，随后便停止了。

“转过身来，面对飞来的方向，启动太虚感传器的放大功能，找到刚才那个淡蓝色星系。”路路蹦告诉维琪说，“将太虚感传器定在只接受单一光色的一档，这样就不会受到数不清的其他星系的干扰了。”

维琪按他所说的寻找起来。她将放大率不断定高，但始终没能发现那个蓝色的银河系。其实从太虚感传器里看去，她在整个宇宙里只发现了一个单一光色的星系——但它却是红色的。

“我找到了一个红色的。”她对路路蹦说。

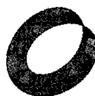
“不是蓝的吗?”

“不是。可你不是说过，那个蓝色的星系是这整个宇宙中仅有的单一光色的银河系吗?”

“我说过。而且我没有说错。”

“那这个红的是从哪儿来的呢？那个蓝的又到哪儿去了呢?”

“你说呢?”



2099 年亥月 27 日，周戊

路路蹦可**讨厌透**啦！我不管怎么努力，也解决不了他的这个难题。“走逻辑的路子。”他告诉我说。然而，我找不出任何逻辑来遵循！我可爱的日记，我只能看出一点，就是我本想找一个蓝星系，结果却只找到了个红的。

最后我就问他了：“你是不是在告诉我，这个红色的玩意儿，**就是**那个蓝色的东西呢？难道它改变颜色了吗？”

“这是个很有意思的问题。”他对我说，那种洋洋得意的语气真讨厌。

最后我还是弄明白了。既然那个蓝色的银河系是那个宇宙中唯一的单色星系，**而且**又一直是唯一的一个——这一点十分重要，我**眼前**又有一个只有单一光色的星系，因此，它就应当是那个蓝色的。

虽然它看着是红的，但这不应当影响我的结论。你明白我的意思吧？

这就是说……这个星系一定是**改变了光色**了，对不对？

八九不离十。

我最初的想法是这样的：我是在宇宙边缘处看到它发蓝光的，后来可是在中心处看它的。这中间隔着好远好远的距离呢。光的速度是每秒 300000 千米，这个星系的光要从宇宙边缘走到中心，得要走好多亿年。

当然，这也就是说，这个蓝色星系**当年**的光色是红的。

但我根本没想对。

“它从形成之时起就是蓝色的。”路路蹦斩钉截铁地告诉我说。于是，我就又认真琢磨了一番。路路蹦既然说了，这光在从星系那里射出时就是蓝色的，那么，变色一定是发生在一路过来的时候！

不对。

光那里是什么事也没有发生。没有光**自己**的什么事儿。

这时，我想起了那只光防队。你还记得吧，当我第一次接过宇宙

漫游机操作时，曾经走过一个叫做"连续车道"的地方，当时，我们听到过一阵警笛的鸣叫，声音是这样的：

噢噢噢噢噢噢噢噢噢噢噢噢噢噢呜呜呜呜呜呜呜呜呜呜呜呜……

当时我还没全弄明白，现在我清楚了。那些"噢"声是比"呜"调门高些的声音。路路蹦跟我说过，这是多普勒效应造成的。（说实话，我的日记，后面的内容本来应当用相对论方式讲述，这样能得出定量的结果，但有关的计算实在复杂，而如果只要求定性结论呢，不用相对论倒也能行。）由于光防车是在运动的，而且运动方向与警笛所发出的声波的传播方向一致，两者都是向前的。因此，沿着声音传来的方向倾听，每秒钟内听到的声波，就会比光防车不动时**更多些**，因此听到的频率就高了些，你说是不是？频率高，音调就**发了尖**。光防车从我的身边开过去后，警笛的声音就是向后传过来的。这时，警笛的运动就是同声音传播方向相反的。因此，沿着声音传来的方向倾听，每秒钟内听到的声波，就会比光防车不动时**更少些**，因此听到的频率就低了些，你说是不是？频率低，音调就**变粗了**。所以呀，一开始听来是高"噢"、后来又变成低"呜"，其实本来是不高也不低的"呃"。

这不是一只**光**防队吗？所以，它的车顶上又装了一只蓝光灯。凡是执行紧急任务的车辆，车顶都要装灯。**只不过呢**——我当时没能注意到，实在是遗憾之至，不然，我早就会告诉你了——当车子从我身边开过去后，灯光看起来的确发**红**。只是在车子向我开过来时，灯光的颜色才是蓝的。

我的日记呀，只要再告诉你一件事，这个谜就彻底揭开了：红光的频率要比蓝光的低些。

这就对喽。你可真是长着一颗玲珑剔透心呢！光防车发出的光也同样会产生多普勒效应。因此，只要看到本来应当是蓝色的光变成了红色的，那发光的光源一定是**离**你而**去**的。

这里得把我刚才的意思再说明白些。同路路蹦的交往，使我的分析能力有所长进。这就是说，我不再拘泥于就事论事地看问题了。多



普勒效应**其实**并不是指运动物体的光色会发生改变，而是指运动物体所发出的光，其所有**频率**都会有所改变。这就是说，即使蓝光会移向光谱的红区一端，由于紫外光——如果物体发出的光中含有这一部分的话——会移向光谱中的蓝区，这个物体看起来仍可能是蓝色的。

正因为如此，当初选定的蓝色星系是单一光色的，才显得非常重要。如果**这样的物体**看着是红色的，才说明频率真地发生了改变，该星系也就真地是在运动着的了，而且是沿着离开宇宙中心的方向运动的。

你不妨去观察许多星系，尽管它们所发的光都不是单色的，但仍旧能够根据光谱线的表现判断出光的频率是否发生了移位。观测的结果表明，**所有的**星系都在离开你而去！这也就是说，所有的星系都在彼此相离。这种情况就好比一个画着许多点的气球，而这个气球正在被不断吹胀。这里只有一点不同，就是这个气球有个三维的“球皮”。

这说明了什么呢？

“说明这个宇宙正在膨胀。”路路蹦表示同意。“我们能很有把握地认定，在现在我们所知道的空间中，星系的分布是大体一致的，因此只能认为，膨胀的其实是空间自身。”

在将这番话的含义认真品味了一番后，维琪说道：“我说老蹦哥，也许这并不是什么大事。多数生物都是会长个儿的。或许这只是告诉我们，这个宇宙是某种巨大的活体组织吧。”

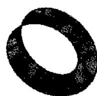
“你竟然说宇……”路路蹦听了生起气来。

“只是有一样，**它靠吃什么生长呢**？兴许是吃**时间**吧？它把过去都吞吃掉了，这才使一切都向未来前进呀！”

“维琪，这可是我前所未闻的发昏理论哟！我这辈……不过，也是并不是这样……有可能**只是**……”

“老蹦哥，我这是开个玩笑。”

“不少出色的理论开始时都只是笑谈哩。多数理论到头来也以笑谈告



终。不过，我认为自己有责任告诫你，你刚才的那一套话，可是非常之不正统，没有什么真凭实据作为支持。”

“我刚才说过了，这是开个玩笑。”

“你说是开玩笑，却可能有当真的呀！你想到过没有，说不定**会有这么回事**呢！”

“老蹦哥，别这么大惊小怪的。你刚才对我说了地球人认为空间正在膨胀的理由，那你就再跟我讲讲，如果这个宇宙不是在长个儿，它又因何会膨胀呢?”

“咱们一起去找答案吧。”路路蹦说。

维琪等了又等，但似乎没等到什么。她看到四周有群星闪烁，但这好像就是一切了。

“老蹦哥，太虚感传器没出毛病吧?”

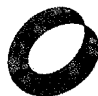
“看不出来有什么不对劲的地方。再等等看就知道了。它应当将我们带回去，去看宇宙当初的时光。”

“我可是看不到什……**等等，那儿有颗星正在蒸发**！瞧呀，它变成了一团云气啦!”

“是氢和氦的云气。”路路蹦说，“想当初，宇宙中的大多数物质不是氢就是氦——其他成分都是在星体内部的核熔炉中生成的。当此宇宙的时光向回逆转之时，所有的较重元素又都变回为氢和氦。如果我没搞错的话……”他一面说，一面捣鼓着太虚感传器，放大了近处的原子。“……没错，这堆东西的比例差不多就是一份氦、三份氢。现在，咱们再来看看**它们**又是怎么形成的吧。”

“那些个头较大的是氦吧?”

“是的。氦原子中有两个质子——就是那些黄色的小团块，还有两个中子——那些绿色的，再外加两个电子——粉红色的就是。氢原子中质子和电子都各有一个。质子和中子差不多，只是它们的夸克在组成方式……”



“瞧！这些原子正在碎裂！它们都成了绿色的！”

“没错。我们已经回到了自由中子时代。”

“这样的变化是什么造成的呀？”维琪问道。

“你想啊，在向前流驶的时间中，这个宇宙是膨胀的。那么，当时间逆向推演时呢？”

“嗯……应当是收缩的。”这个结论做得合理。

“是的。由于宇宙在收缩，而总能量并没有变，因此，容纳这些能量的空间便逐渐变小——其结果，便是一切的温度都会升高。”

维琪喘了一口大气：“是这么回事。我觉出来了。”

“我想这是有些热量从太虚感传器里透过模拟边界传了出来的缘故。用不着担心，热一点会舒服些——希望如此。”路路蹦又说。

“现在的温度有多高？”

“啊-噢……不会超过10亿度。”

“哎哟喂……“**看你干了什么呀**！你不是说了吗，空间在收缩。赶快离开吧，不然的话，一会儿咱们就没地方呆了呀！”

“咱们只是‘呆’在太虚幻境里呀，”路路蹦平静地说，“我们可以随时停止模拟，使这个宇宙不致变得**太**挤或者**太**热。不过，我们还是应当选好一个观察点，看看都会发生什么。”

他们就这样观察着。这种收缩显得十分真实，维琪简直觉得就是自己所栖身的宇宙正在变小，将她逼向一个角落，而这个角落最终也将消失。

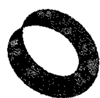
“瞧，这里变成了一片粉红。这是什么原因，老蹦哥？”

“是由于夸克重新组织，形成了电子的缘故。这里的温度也已经升到了约20亿度了。当温度达到30亿度时——”

嗞嗞嗞嗞嗞嗞嗞嗞嗞……!!!!!

“——许多真空就会撕裂，变成电子和反电子。它们的数目会比现在多出几十亿倍。”

“这我明白。当此时间倒流之际，出现的过程就是反质湮。这就意味着，**时间只有13秒钟了**！”



“13 秒以后呢?”

“宇宙就回到了尽头啦！其实应当说，它就回到了创始时的状态。叫我说，还是让太虚感传器的时钟走慢些吧。”

时间一秒一秒地回退……又回退了一些，不过在他们的感觉中，这种后退有所放慢了。

“这里的一切都变得……变得像是透明了似的。”

“这是由于从所剩的物质中生成了中微子的缘故。这时的温度一定已经超过了 100 亿度了。还只有 1 秒钟时间了！”

“我好像什么也看不到了。不会是太虚感传器出了毛病吧？兴许什么零件坏了。”

“不是的。现在的温度高过了 300 亿度。这就是原因：面临这样的温度，所有的原子核都不能存在了。现在存在的只是独立粒子。你看不到什么，就是这个缘故。”

“那些一缕缕的细丝是什么呀?”

“是时间。太虚感传器将时间现形为有如物质的东西。看到了吗，这些细丝正在缩短。还只剩十分之一秒了。”

嗞嗞嗞嗞嗞嗞嗞嗞……!!!!!

“噢，这是强子的反质湮，”路路蹦说。听他的口气，像是一直等着这个时刻的来到似的。“所有的重粒子——质子、中子、反质子、反中子，等等，都会铺天盖地地出现，正如刚才电子的情形一样。”

“刚才就不少，可现在就更多得多了，但空间却更小了。”维琪说。

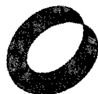
“看来，越来越多的真空正在转变成粒子和反粒子。我担心就要用光了。”

“什么用光了?”

“真空啊。”

“噢，可我曾以为，真空就是‘真地空空如也’呢。这个不去管它。真空又怎么会用光呢?”

“真空就是没有东西的空间，而空间又正在用光。要知道，量子真空



并不真是什么都没有。从真空中会冒出一股又一股的粒子和反粒子来，这些粒子接着又返回真空中去。这我是告诉过你的。你看，这些时间丝正在缩短，这就是说，时间**真是**所剩无几了，总共还有百分之一秒。我把时间再调慢些，不然又会很快过去了。顺便提一句，现在的温度是1000亿度，这就是说——"

喀喇喇喇……

"——就要到头了。"

现在，维琪已经很能适应太虚观察点的突然改变了，由这一时间档的改变所造成的眩晕感也只持续了一瞬就消失了。"**这**团东西就是地球体所属的宇宙吗，老蹦哥？"

"不错。"

"就这团像个撒气足球的软塌塌的玩意儿？"

"就是它。当然，这个'足球'可热得厉害，有3000亿度，而且还在升高。再过千分之一秒——看那些时间丝有多短了吗？它们说话就要——"

哔喇喇喇……

"——完全没有了。"

他们凝视着这片一无所剩的泛空间。粒子没有了，真空没有了，温度没有了……时间丝也没有了。

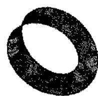
"这个，"路路蹦得意地告诉维琪，"就是**大爆炸**！"

"不如说是'小扑通'更合适些，"维琪表示自己的看法。"虎头蛇尾哟！"

"这是因为咱们是**倒着**看的嘛，"路路蹦这样说明，"这就像是从尾向头读的小说，当然只是小扑通啦。如果是向前进行的，就会是惊天动地的爆炸啰！空间、时间、物质，都会从绝对的一无所有中出现。"

"那你为什么要让我倒着看呢？"

"因为地球人是这样琢磨出来的。接受宇宙是膨胀的说法，然后沿着时间逆推，看到的就必然是这样的缩变过程。先是温度升高，继而所有的



物质分解，导致咱们刚才看到的一切。如果沿着正确的时间方向进行，就是地球体所属的宇宙发生演化的过程。”

听起来有种相当牵强的感觉，不过呢——“这种膨胀、也就是红移，是不是大爆炸的唯一根据呢？”

“不是的，支持大爆炸宇宙说的还有其他证据。当年这场爆炸产生的回波就是其一。当然，这种回波并不是声浪，而是电磁辐射。大爆炸时产生的电磁辐射，已经在宇宙里浪迹了150亿年了。它已经被探测到，得到的结果与理论相符。”

“它是什么**导致**的呢？”

“‘它’是指什么呀？”

“指大爆炸。大爆炸是由什么造成的？”

“没有理由。不会有理由。”

“那么……大爆炸发生**之前**又有什么呢？”

“我说维琪，根本就没有什么‘之前’呀！你往泛空间里当初宇宙存在的位置那里看看，能看到什么吗？”

“什么都看不见。只有……只有泛空间。”

“而泛空间只是数学幻构，并非真实的存在。你可曾见到过什么**空间**没有？”

“没有。”

“你可曾**对此**觉得不对劲吗？”

“没有。当宇宙蓦地冒出来时，空间就出现了。”

“你可曾见到过什么**物质**没有？”

“没有。”

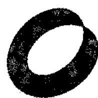
“你可曾**对此**觉得不对劲吗？”

“没有。当宇宙蓦地冒出来时，物质也就出现了。”

“你可曾见到过什么**时间**没有？那里可还挂着任何时间丝吗？”

“没有。它们同那个软塌塌的‘足球’一道消失了。”

“你可曾**对此**……”



“你打算告诉我，当宇宙蓦地冒出来时，**时间**也就开始了，是吧？”

“一点儿不错。没有时间，何来‘之前’？有因才有果，那么，这个因也就是不可能存在的啰！”

“可是……”

“当然啦，或许除了我们体验到的空间和时间，还存在着另外的平行空间和平行时间……或许大爆炸也**的确**有其原因，”路路蹦这样安慰着维琪。“这样的想法的确存在。甚至还存在别样的想法，比如，宇宙中可能会诞育出**有进化能力**的黑洞‘宝宝’哩！真是无奇不有哇！物理学的有趣也就表现在这里。”

2099 年亥月 28 日，周己

我亲爱的日记：

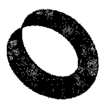
路路蹦只顾着向我演示地球体所属的那个宇宙的**起源**，闹得全然忘记了我原来的意图——了解宇宙的**形状**！

结果还得我来提醒他。

你瞧，原来地球人其实**不知道**他们自己所在的宇宙是什么样子的！我对路路蹦说，这就证明了这些生物有多么无知，不过他说了，**从里面**弄清宇宙的形状是非常不容易的，特别是他们还无法在宇宙里到处走走看看。他们所能做的，只是向各个方向张望而已，能看到什么，就看些什么，而能够看到的，未必就是**想**看到的。

我就说了，我们二维国民**就知道**我们的世界是个平面。他说我们说的没错，但这是碰巧了。如果我们其实并不是生活在平面里，也可能很难发现生活在平面里的看法其实是错的。

话说得不受听，可你知道吗，他还就真说对了。我以前就想到过这个问题。难就难在，我们只看到过自己世界中的一个有限的部分。如果这一部分**看起来**是平的，我们就会认为整个世界**都是**平的。可是呢，这个世界却可能是一个巨大的圆球面、平坦圆环面、有限双曲面……甚至是有 17 个壶嘴的超级茶壶面，等等。



以这种方法了解宇宙的形状，真的很像是研究一个遥远的、从未去过的国家的地理状况。

当然，这两点有一个不同，就是研究宇宙的形状时，**张望**还是有可能起些作用的。这多少会带来一些了解的可能，而且还可能是绝妙的可能。

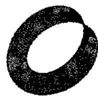
让我来告诉你，如果二维国并不是一个平面、而是平坦圆环面的话，情况将会如何。还记得原芳空间吗？圆环面其实是个两组对边平滑地卷接到一起的方形面。地球人在画圆环面时，总是给它们一副弯扭的**外貌**，这是因为他们是在三维空间的框架内表现它们的。如果不去管三维空间，圆环面就可以是平坦的。你想必还记得，平坦并不意味着必须要**摊开来**，只要具有若干特性，如在它之中的三角形的三个角加起来等于180°等，就应当视之为平坦的。

要从平坦的角度设想圆环面，有一个简单的方法，就是用无穷多的小正方形平面去铺砌圆环面，并设想每个小片都同其他**所有**小片的地位完全一样。你看，如果二维国是个**小的**平坦圆环面，当你置身于这个面内，并且向某几个特定方向看去时，就会**在远处看到你自己。**

是不是你会立即做出结论说，你所在的地方不是平面吧？

可话又得说回来了，我的宝贝日记，如果你进了一个**非常大**——大到就连光也走不遍的平坦圆环面，情况又会如何呢？你若处于这种形势，就会同目前的地球人情况一样啰。

地球体所属的宇宙会有什么**空间**形状呢？在各种可能的形状中，最简单的就是三维超球面。几周之前，我就在一场噩梦中遭遇到了这样一个球体。那时候，我是在给一个球刷油漆，刷来刷去，最后将我自己刷在**里面**出不去了！认为宇宙是在爆炸中胀大的三维球体的设想，能够符合大爆炸理论中有关数学推断的最简单部分。不过，其他可能性也是存在的，具体应视起始时的情况和膨胀的方式而定。不过，弯曲且曲率处处相同的空间，既是最简单的，也是最对称的——而对称性是符合自然规律具有普适性这一性质的。当然，这一对称性



是**可能**被打破的。然而，最方便的做法，是假设我们**无须**这样做。对不对？如果接受这一假设，就应当再考虑这样的三个可能性——正曲率、零曲率和负曲率。

三维超球面是有正曲率的一种。当然，有正曲率的形状不只这一种，其实，任何三维超面，只要是能够用三维小球**铺满**、边界处又有适当的“连接规则”的，都应属于这一类。三维平坦圆环超面的曲率为零——因为它是相对的各组面能够平滑地接到一起的**立方体**，而立方体的曲率为零。至于曲率为负值的三维形体，三维双曲超面是一个，所有能够用小双曲三维体铺满的空间，也都属于这一族。当然，这种空间也应当存在连接规则，要么就得认为它存在着边缘，而存在边缘，那里的自然规律就会有所不同，情况就不那么美好了。因为这样一来，就无法**越过边缘**，而你知道，这就与对称性相左了！

因此，置身于所有那些有限的、又有“连接规则”的宇宙中，形势就会同二维国民跑到平坦圆环面内一样。按理论说，如果宇宙很小，光能很快通过它的话，你向各处张望，就应当能够看到你自己的形象。通过研究所有这些形象，就可以判断出宇宙的曲率究竟为正、为负还是为零，由此推知它的形状。

然而，如果宇宙非常**宏大**的话……嗯……还是用平坦圆环面为例子，向你演示一番吧。从一个特定的点出发，可以看到空间中的一个小区域，这个区域是圆盘形的。随着时间的推移，这个圆盘逐渐胀大，而大到等于整个宇宙尺寸后，这个区域就会**自我交叠**起来。我的宝贝日记，到了这个时候——但不是在此之前，就有可能沿着不止一个方向看到同一个物体。原因嘛，我确信你是了解的，就在于光速是有限的。凡是处在交叠区域内的物体，就会沿着不止一个方向被看到，其他物体自然是不可能的。你最先看到这样的物体，会位于该圆盘边缘处发生交叠的区域。

地球人在开始这样做时，在几个方面是占了优势的。首先，他们能说出自己这个宇宙的大致年龄，也大体掌握它的大小（因为知道大爆炸

所造成的膨胀的发展速度）。此外，他们也根据计算得知，如果确实存在的话，他们所感兴趣的光球，现在大约该到自我交叠的时候了。

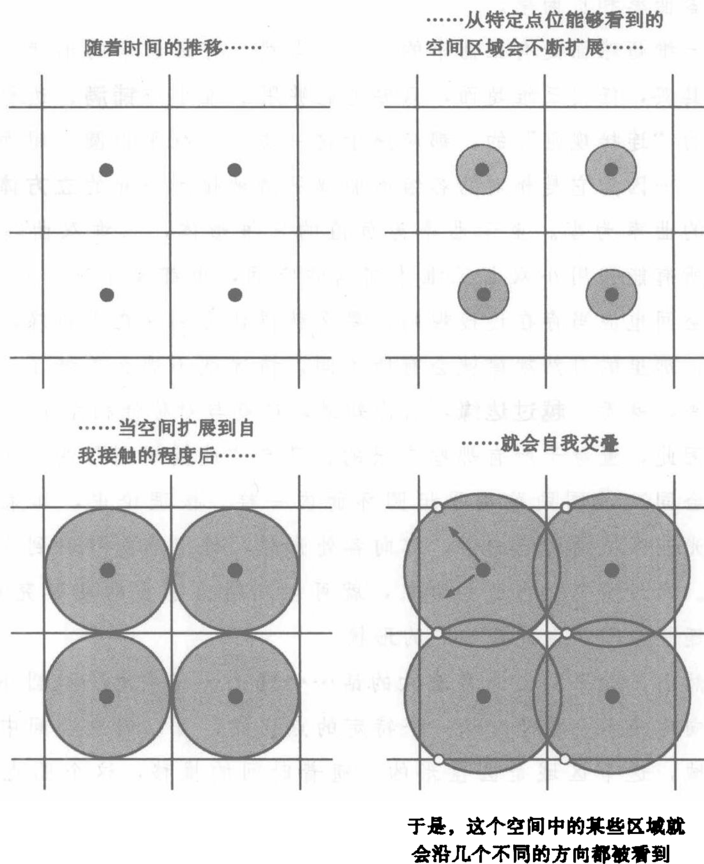


图 15－1

因此，地球人目前正在计划找到这种交叠的证据。他们的空间是三维的，因此我原来解释时提到的圆盘，应当换成实心的三维圆球。这样的话，该圆球中最先自我交叠的部分，会形成天上一个又一个巨大的圆圈……

为什么会是圆圈呢？我的宝贝日记哟，当两个圆球面相遇时，交

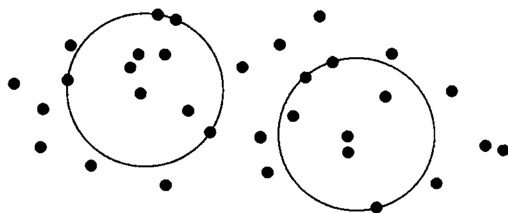


叠部分就是圆圈嘛。即使在越过连接处时发生了某些变化，这“另外”一个圆球面在交叠时，也同样会形成圆圈嘛！

再接着讲交叠的圆圈。这些圆圈——如果确实能找到它们的话——在整体范围内所会呈现的形态，会揭示出这个**宇宙**的“小贴块”的形状，而从小贴块的形状，又可推知这个**宇宙**的形状。

但这里有个问题——一个唯一的问题，就是这些特别的圆圈、这些被地球人看过多少次的东西，到底是一无所有的空间呢（**所有**不含东西的空间看着都是完全一样的，因此要区别开它们的所属，恐怕会劳而无功），还是无规则地散布在宇宙中的星体？（宇宙的其他部分**也**无规则地散布着星体，而地球人是无从得知向什么地方去找这些圆圈的。）因此，想从夜空中靠随机方式找到这样的圆圈，简直是不可能的。最好的方法，应当是找了再找——当然找到的并非是所要找的可能性居多。找到一个圆圈，记住圆圈中各星体的位置分布；再找若干其他圆圈，从中一一对照星体的位置分布，看看能否找出分布非常相近的来。要这样一一对照的圆圈真是多得很。不过，不管怎样评价地球人，至少他们的坚持精神是值得称道的。为了找到这个问题的答案，他们造出了更快速的电子计算机，并用它们一个一个地对照寻找，直到找到相符的分布为止——

或者就是到头来一个都找不到。



你能说出这两个圆圈内的星体分布是否相符呢？

图 15－2

你能说出这两个圆圈内的星体分布是否相符呢？

这种方法自然不能说是聪明的，但除了这样做，却似乎没有其他

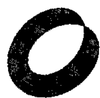
能够算得上聪明的方法来。

告诉你，我回到二维国以后，就要想法找出我**那个**宇宙的真实形状。

再告诉你一句，宝贝日记，我又一次提醒自己说：我又想家了。数字确实有趣之极，路路蹦固然有时让我生气着恼，却是个非常称职的向导。然而，今天清早，我一觉醒来，却发觉自己再也不能入睡，而且毫无困意，因为我想家想得厉害，想得比我肯承认的还要厉害。

我还**希望**他们也同样想念我。我觉得他们会这样。我更担心的情况，是万一他们并不想念我。

但愿他们看到了我送去的节日贺卡。



第十六章

艰深之极的物质结构理论

维琪想找机会提起回家一事，结果又同以往一样，根本就没有找到机会。路路蹦一心一意地要展示数字的一个又一个奇妙的地方，维琪又不好意思不领情，何况对方的那个“U”，又是那样带点滑黠和诡谲的可爱呢！

此时，他们正在探讨地球人的物理学——研究空间、时间和物质本性的学问，究竟水平如何。

“地球人对于他们掌握的物理学知识并不满意，”路路蹦评论说，“至于原因，你当然是清楚的。”

“我根本就不清楚，”维琪说，“在有关空间、时间和物质的大尺度结构方面，地球人搞出了一个不可思议地有效并精确异常的理论。而在有关空间、时间和物质的小尺度结构方面，地球人搞出的理论更为不可思议地有效并精确异常。那么，有了这两个理论，在大尺度和小尺度之间的一切，就应当都得到解释了。”

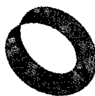
路路蹦的那个“U”又宽宽地现了出来：“可就是对这个‘之间’，两个理论都解释不了。”

“解释不了什么？”

“一切！”

“你是说……它们不能用于中间尺度范围吗？”

“那倒不是。我是说，它们不能解释——不能结合到一起解释**所有的一切**。这些地球人想要得到的，是个海纳百川式的理论，是个‘单挑’理论，而不是两个理论。也就是说，对于大尺度的世界和小尺度的世界，他



们都要用同一套定律来解释。”

“我恐怕在这里漏掉了什么吧，”维琪十分困惑地说，“他们为什么不弄出一个有两档选择的理论，让**这一堆**定律用在大尺度范围内，而让**那一组**用在小尺度范围内呢？这就像去商店买东西一样——买得少有一种价钱，买得多有另一种价钱。这会有什么问题呢？”

“要叫我说嘛……大概……是他们认为这种标准不一致的定律算不得优美的缘故。”

“哟！”维琪说，“他们还想要**优美**呀？能用不就结了！”

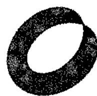
路路蹦很不自在地又升又降：“可是不能用啊，不能用到全范围内。我也知道，从理论角度倒不妨认定有两套定律：一套用于大尺度世界，去解释宇观现象，另一套用于小尺度世界，去解释亚原子现象。它们井水不犯河水就是了。然而，大爆炸理论出现了。你是知道的，在这个理论中——”

“宇观大小的物体，当初的大小只有亚原子粒子那么大，而且由小到大的变化是连续发生的……这就是说，找不到给这两套定律划分势力范围的地方！”

“说的是啊！况且，有些问题甚至比这个还要严重。你看，大尺度定律在小尺度范围内也应当是有作用的，即使大爆炸早已过去，这一条也是应当成立的。这是因为，大尺度定律表明，重力作用是在小尺度范围内起作用的。任何两个粒子之间，都存在着重力作用。”

“据我看，广义相对论将重力解释为时空的曲率，这不就没有重力什么事儿了吗？”

“广义相对论是给出了这样的解释，但这只适用于宇观尺度。至于为什么太阳系的行为与所有物体粒子相互吸引时的行为相同，这一理论并没能给出充分解释。诚然，近似的结果是可以得出的……然而，只有设想一种与重力有关的粒子的存在，一切问题才能得到真正的澄清。这种与重力有关的粒子得名为重力子。正如光子是光的粒子一样，重力子应当是重力的粒子。”



“等等。重力是力，可光不是力呀！”

“表面看来是这么回事。但情况不这么简单。粒子还有其他类型，用它们来类比效果更好些。”

“好的。”

“正如大尺度定律在小尺度范围内也应当有作用一样，反过来说，小尺度定律也同样应当适用于大尺度世界。这就是说，从这个角度考虑，大尺度的宇宙也并不是那么实在的。广义相对论的数学结果告诉我们，宇宙是个无限可分的时空连续体，而量子理论却宣布说，空间、时间和物质只能细分到一定程度为止：细分可以进行许多步，但不是没完没了的。”

“这种区别意义不大，简直是小题大做嘛。”

“这可是大题大做。不过，你也没有说错——如果地球人不是非得要找到一个囊括一切的‘终极理论’的话，这个区别也的确不大。可他们是想搞出个‘汤汤水水都不漏’的皮笊篱来，一劳永……”

“老蹦哥，你用不着再说了。我明白你话里的意思。不过我弄不懂，他们为什么非得弄出这么个理论不可。”

“嘿，地球人有一大堆理由哩！不过，叫我说，最根本的理由，是因为这些地球人的科学是萌生于信奉一神教这种单一神明的宗教之中的。供他们的科学所扎根的文化，其基础可以说就建立在整个宇宙形成于某一个神祇的一次一蹴而就的行为。尽管科学家们未必都笃信宗教，但这种文化背景，会潜移默化地指示他们对**一切**都要寻求唯一的理由。从心理学角度看，寻求一个终极理论，正有如认识这个唯一的真神一样——尽管地球人科学家自己根本不这样认为。这些科学家虽说不喜欢将科学与宗教挂钩，但其实却经常这样具体做出来。他们的基督教、天主教和伊斯兰教中，都有名叫“原教旨派”或称“基本教义派”的分支，都是要从若干经文中归结出统领一切的基本训喻。其实，这些科学家们认为自己得出的、或者正在寻求的几个数学公式，会从根本上解释整个宇宙存在和运行的机制，不也是原教旨气味十足的表现吗？只在一颗微小行星的一个很窄的尺度范围内生活过很短一段时间的一小群地球人的这种追求，是不是有点太妄自尊

大了呢？

“不过，这样的批评也可能有失公允。在这些地球人中，许多是清楚他们所处的形势的，那就是他们所寻求的‘根本’理论，其实只具有比拟意义。这就是说，寻求一种理论，可以用来将大多数已有的理论放入其中，这只是一个**理想化了的目标**，他们实际所希望实现的，其实要虚心得多。而且据我看，他们之中更有几个人进而认识到，他们最终能够得到的，只会是对宇宙的视在运行方式的某种描述，而非宇宙运作所依据的法理。至于原因嘛……原因是可能根本就不存在任何这样的法理。所谓**规律**，其实人为的味道很重，所谓**定律**就更是如此了。定律一词的原义是法律，本是地球人用来治理自身社会时使用的依托。因此在我看来，地球人对宇宙的看法，是以自己社会中的相互作用为蓝本的，结果居然相当不错，真是难以想象！”

2099 年亥月 29 日，周庚

我的宝贝日记：

我们正在进入一个十分艰难的智力领域，而且困难不单单表现于哲学概念的艰深。我们在这里遇到的，是数字的最前沿内容，是不断涌现出来的新概念……而且就连有关的物理内容也难啃之至。所以，我这里先给你打个底儿。

最重要的一点背景信息，或者不妨说，造成这一根本困难的背景信息，是地球体所属的宇宙，似乎是由四种不同类型的力所完全主宰着的。力是什么呢？是造成物质之间相互影响的东西。力是如何发生作用的呢？力是由**场**产生的，而场又是同物质联系在一起的。物质的场会与其他物质发生影响。例如，磁铁是被磁场包围着的，任何其他物质，只要是对磁产生响应的，在进入这个磁场的范围后，都会受到该磁场的影响。

明白吗？明白就好。

刚才所说的四种力又是什么呢？它们是：



■ 重力　这是一种非常微弱的力。以地球体之大，才能将地球人拘在地球体的表面——但他们仍然（通过训练）大致能够跳到自己身躯的高度。虽然微弱，但重力是一种长程力，就是说，它的作用能延伸到极远的距离外，实际是延伸到整个宇宙。宇宙能够作为整体存在，正是因为有重力的缘故。

■ 电磁力　地球人一开始将这种力分为两种力，一是磁力，它使指南针指向南方，还使铁屑排布成特定的形状；一是电力，当它在金属内大量积聚时，就会对地球人产生击打作用，还给他们的灯和电视提供能量。磁力与电力都带有各自的场；使用一定的仪器都能测量得到。由于一个名叫詹姆斯·克勒克·麦克斯韦①的地球人的工作，磁场和电场得以结合到了他所发明的一个数学框架之中。这使地球人认识到，他们过去一直看到的，其实是同一个事物的两个不同的侧面。电磁铁可以将电力转变为磁力，而发电机又能够将磁力转变成电力。这是两个表面看来不同的物理场连同相关的物理力得到的最早的**统一**。电磁力具有远强于重力的本性，而且表现为正、负两种。这两种力通常会相互抵消，因此在宇宙这个大尺度范围内，电磁力基本得不到表现，只留有重力起作用。广义相对论在宇观范围内表现得相当成功，原因就在这里。

■ 强核力　告诉你说，我的日记，这种力通常是无法在日常生活中直接感受到的！然而，没有这种力，就根本**谈不到**日常生活。原因就在于，将原子核的质子和中子拢在一起的，就是这种强核力——没有强核力，就没有原子核；没有原子核，就没有原子；没有原子，就没有分子；没有分子，就没有万千世界。强核力**非常**强大，原子核之难以攻破，原因就在这里。不过，这种力的作用范围极其窄小，大约只有一百万亿分之一米。

更准确地说，强核力是发生在夸克之间的。夸克是质子和中子的

① 指英国物理学家、经典电动力学与统计物理学的创始人詹姆斯·克勒克·麦克斯韦（James Clerk Maxwell，1831～1879）。——译者

基本（这里又提到这个词语了!）构成物。夸克是些桀骜不驯的复杂玩意儿，而你也知道，质子和中子里都是有不少夸克的……所以，强核力是个很不容易打交道的对象。

■ **弱核力** 许多粒子并不“理会”强核力——这类粒子有个专门名称是“轻子”。轻子会接受弱核力的作用。这种情况，听起来是不是怪怪的？简单说来，有些粒子对强核力是“免疫”的，就是说，这种力跟它们“不掺和”——明白我这个比方的意思吧？弱核力要比强核力小得多（奇怪吗?），作用范围也只有后者的百分之一左右。

OK，我的宝贝日记：所有的**成分**都在这儿了，需要解决的问题是把它们一一料理清楚。

而这可是件难事。

“场和力的这一套，我到现在还不够熟络，”维琪不无心事地说，“粒子似乎能以某种神秘的方式影响、而且有时能够远远地影响别的粒子，而粒子之间什么都不存在。”

“经典理论和相对论都存在你说的这个问题，而且不只是一种哲学认识方面的困难。地球人物理学家认为必须要实现重力理论与量子理论的亲善，这也是原因之一。在量子理论中……咱们还是先看看这个再说。”

太虚感传器的视域将周围的环境不断放大，最后将观察目标定为一个边界模糊的粉红小球。“看呀，一个电子!”路路蹦说，“你仔细听，能听到它在哼唱哩!”

“电子怎么会唱歌呢?”

“被太虚感传器特殊处理过的电子就会。维琪，不久前，咱们不是同电子电荷**谈过话**吗？既然如此，电子小小地吟唱一番，也不会有什么问题吧。至少，它现在还没有像那队空间娘子军那样连唱带跳呢！把音量调大些，你就能听到它的哼唱了。”

维琪照路路蹦所说的做了，果然，一个尖尖的声音响了起来，唱着一支歌词奇特的短歌：



“想再得动量|得呀得不着|能量为定数|要造造不了……”

“这是什么名堂呀?”

“它在唱几条守恒定律。唱得不错。”

“我不是问这个，我想知道的是，它怎么会唱起来呢?”

“电子自己并不会唱，这是太虚感传器描述量子场的一种方式——”

“这我就放心了!”

“——以唱的方式进行。”

这支歌不断地反复了几分钟，然后又有第二个声音加了进来，但这个声音音调较低，调子也古怪得很。

“……将你也带去|同赴规范场|举目视万物|皆非实在样……”

太虚感传器的视场中又出现了第二个粉红小球，并靠近了原来的那个。路路蹦对维琪说:“注意！就要有好看的啦!”

“它们会撞到一起呀!”维琪叫道。

“有可能，至少会很接近。”

随着这两个粒子靠得越来越近，它们所唱的歌子也怪怪地搅到了一起，同时还有别的一些调子混了进来。

“得呀得带去|因为我真想|同赴为定数……”

“……将你也不着|万物能量场|按我说的办|要造皆非样……”

“它们的确是在相互作用呀。”路路蹦说。

“可听着更像是相互捣乱。”维琪评论道，“它们就要撞……快看！那是什么呀?”可是，还没等路路蹦回答，维琪又嚷了起来:“哟！它们反弹回来啦!”

“咿呀咿子哟|呀子轻子哟|给我夸克哟|还有胶子哟……”

“你算什么呀|小小强子嘛|原子核中栖|难得出来吧……”

“它们唱的是另外的歌了吧?”

“没错。”路路蹦证实了维琪的这一猜测。“刚才的一撞，改变了它们的量子态，也就是它们的能量、动量什么的……电量也可能因此而改变，不过这次没有发生这种情况。”

“为什么没有发生呢?”



“它们发生碰撞前有什么情况，不知你注意到了没有?”

“注意到了，有个发红的东西在那儿一颤一颤地动。”

“那个发红的东西是光子。它们交换了一个光子。”

“为什么要交换光子呀?”

“你看，在量子世界里，能量、动量和电量等许多东西，都是量子化的，也就是说，它们都分别是某些不可再分的微小量的整数倍。当粒子间发生相互作用时，它们的量子场就会彼此影响，于是有力发生，其结果，便是能量、动量、电量等发生改变。这两个电子的反弹，便反映出这种改变。然而，我刚才说过了，这种改变只能整块整块地发生。比如说，有一小块动量从一个电子那里转到了另一个电子那里，这个动量块的转移，总得靠某个载体完成：先将动量从一个电子那里接过来，再送给另外一个电子。当这块动量处在两个电子之间时，实际是以独立粒子的形式存在的(更合适的说法是表现为某种独立的粒子)。就我们刚才看到的情况而言，这个粒子就是光子。

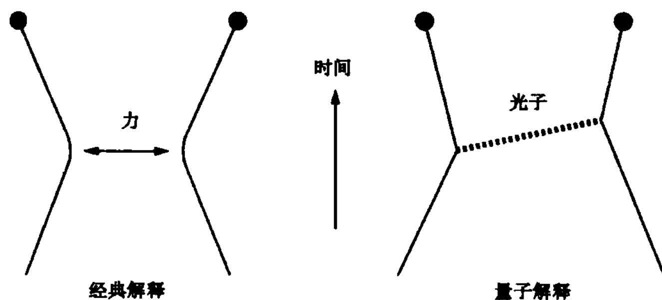


图 16 - 1

“在量子理论中，有关力的相互作用的内容，都应当像刚才这个例子那样，理解为是通过粒子进行的。”路路蹦接着说，“电磁力是用光子携带的，强核力则由八种不同的胶子携带，弱核力呢，靠的是三种玻色子：W^+ 粒子、W^- 粒子和 Z^0 粒子。”

维琪将这番话认真琢磨了一番后，又问路路蹦说:“刚才除了那个发红



的东西，我还看到了一个发紫的玩意儿。它是不是你前面提到的胶子呀、‘大脖溜’呀什么的？要不又是别的什么？”

“是别的什么。”路路蹦回答，“它就是让地球人大伤脑筋的重力子。你能看到它，运气真好透了。重力子是携带重力的粒子。当然，它是不是真的存在，目前尚在未知之数。你刚才所看到的，是太虚感传器为了叙述的方便而造出来的。谁要想将相对论与量子理论统一到一起，就必须得将重力与其他三种力综合到一块儿。因此，重力就需要有个载体粒子。”

路路蹦对这个话题十分喜爱，因此侃侃而谈：“可要研究这个粒子，真是谈何容易！对于另外三种粒子，已经有了一个相当好的结果，叫做标准模型。这个模型相当复杂，复杂到不管怎么想法把重力子的概念带进来，都势必会破坏掉支持该模型的数学内容中的微妙逻辑关系。因此，任何想要引进重力子的尝试，都须本着十分谨慎、颇具匠心和深思熟虑的精神进行，否则就会破坏原有模型中的和谐逻辑，结果自然会是严重的。

这个标准模型的最主要的、也是使它跻身于符合菲利克斯·克莱因几何学标准的特点，就是它的极强的对称性。

2099年亥月30日，周甲

好啦，现在该跟你谈谈最重要的内容啦，我的宝贝日记。有关将相对论与量子理论结合到一起的一切，其核心内容是基本粒子与基本力的标准模型的一种特有的对称性。我其实以前跟你说过，对称把握住了几何学、也就是空间或者时空的最深刻的本性。假若你是数学家，对称就会向你揭示几何学的根本内容；假若你是物理学家，对称就会向你揭示自然定律可能具有的内容——这是因为，凡属自然定律，都应当是具有对称**不变性**的，你说是不是？自然定律必须要尊重对称性，而不是违背之。

在地球体所属的宇宙中，最明显的对称性表现在空间与时间两者那里。原则说来，空间中所有区域的行为都是完全相同的，时间中所有间隔的行为也是如此。我的意思并不是说，空间的每一个小块看来

都同别的所有小块一样：这个小块里可能有个碳原子，而另外一个小块里却可能是真空，但从原则上说，这种形势完全是可以对调的——空间中并不存在任何**必须**容纳碳原子、或者**不准**容纳碳原子的地方。

空间和时间的对称性意味着，自然定律的内容在所有的地点和所有的时候都必定是相同的。不过，对于定律的具体内容，这两种对称性并不能给出多少揭示。**时间反演**提供了一种更值得注意的限制条件。如果使宇宙的演变逆时间进行，它也会同原来一样，服从相同的自然定律。这种对称性比较容易遭到误解——特别是由于，地球体所属的宇宙在演化方面，似乎表现得是只沿**单一**时间方向进行的。其实，这里还得重复一遍，前述表现并非是说，对宇宙的某些特殊的认识，是具有时间反演对称性的，而只是指如果逆着时间进行，并不会导致**定律本身**的变化。

然而，对于量子这一级别而言，还存在着其他对称性。这些对称性并不十分明显。例如，电子是可以"反射"的——不是用普通的空间镜子进行，而是用一种"带电镜子"。这是指通过这种反射，电子的电荷会从负电性变为正电性。这样一反射，电子便变成了另外一种粒子——**正电子**。然而，如果所有的电量都全部实现了"反射"的话，统领着正电子行为的所有定律，就会同统领着电子行为的所有定律完全一样。

其实嘛，我应当说几乎完全一样。刚才我没百分之百讲真话，知道了吧？

事实是情况会有些不同。电荷反射对称在地球体所属的宇宙中会出现"破缺"：一些涉及正电子的粒子作用，会同相应的涉及电子的粒子作用有些微不同。对于这种对称破缺，有一种解释颇有吸引力，就是在当初开天辟地的那场大爆炸中，新生的宇宙是具有完全的电荷反射对称性的。然而，随着宇宙的不断膨胀，这一对称性被破坏掉了。这种解释还会带来一个好处，就是使得**全部**四种自然力在大爆炸之初能够统一为一种力。目前携带这四种力的种种不同的粒子，当初



其实都是同一种——目前的不同都出现在原来的对称性出现破缺之后。

所以，这样的一种“设置方式”，提供了将所有自然力统一为一体的脚本，而这正是总结出一种海纳百川式理论的可行之路。这样，我们所要做的，就是设置出一套完全对称的物理学体系，以适用于大爆炸发生之时，然后令该体系以正确的方式失掉其反射对称性就是了。

当然这也不容易。不过我的宝贝日记呀，记住一点：关键就是对称性。

“这就像搞政治一样，”路路蹦说，“一切都在于玩不玩儿得转。”

“玩儿……转？”

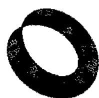
“量子化粒子在某些方面的行为，就有如绕着某根轴打转似的——恰似一个陀螺。物理学将这种行为叫做**自旋**。”

“你是说，如果我用太虚感传器仔细看电子的话……”

“咱们就用它观察一番，看看会有什么结果吧。不过我得先告诉你，太虚感传器提供的图像过于经典，量子化粒子的自旋其实并不是实际进行的**运动**。就算它是运动，也不是在**空间**里进行的。你应当将它设想成某种固有的受到激励的状态，如果喜欢，也不妨称之为‘态度状态’。不过，咱们现在还是通过编程，让太虚感传器将这种自旋显示为……显示为打转吧。”

话刚刚说完，维琪就看到眼前飘过一个缓慢打着转的、边缘模糊不清的红色小球。太虚感传器还给这个小球造出了一个标明转动轴线位置的蓝色可见细线，还附加了一个指示着旋转方向的箭头。

“这是一个光子，”路路蹦说，“它的自旋是一个量子单位。再看**这边**的一个……”说话时，他指的是一个边缘模糊的褐色小球，“……它是个电子，自旋为1/2。附带提一句，1/2是量子化自旋的最小允许值。当然啦，零是不算在内的。”



“难道最小值不应当是 1 吗?”维琪提出了异议。

“跟你说吧，1/2 这个自旋值更符合传统。”路路蹦说。

“这跟传统又有什么关系呢?”

“凡是跟地球人有关系的事情，就会大大地涉及传统……此外，这样选择最小单位，还涉及其他一些原因。”

“比如说……”

“像光子这样的自旋为整数的粒子，具有一个非常类似于经典打转粒子的重要性质，它涉及自旋轴在空间中发生变化时的情况。我这就演示给你看，盯好了这个光子，走嘞……”

维琪调整好了光子自旋轴与自己形成的角度，使得它的附加箭头显示为顺时针旋转。路路蹦抓住了光子的自旋轴，开始扳转它。“这可挺费劲呀，就像扭动一个转动的陀螺似的。”他自言自语地说，“都怨角动量，真是受累的活儿。”光子自旋轴线慢慢扭转了，光子的自旋仍在进行，看不出有任何放慢或者加快的迹象。在路路蹦好一阵猛扳狠扭外加嘟囔之后，这根轴终于转了整整一周。正如路路蹦相当起劲地指出的那样，那个附加箭头还是指示着顺时针方向。

“我说老蹦哥，用不着费这么大事地告诉我，”维琪不满了，“本来就会是这样的嘛!”

“是吗? 可这是量子世界呀，在这个世界里，智者是准备着面对意外的。让我们再试试电子吧。电子的自旋是 1/2，不同于光子的。”

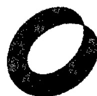
维琪还同刚才一样，调整好了电子自旋轴与自己形成的角度，还是使得它的附加箭头显示为顺时针旋转。路路蹦还是扳动自旋轴让它旋转，还是一边喘着大气一边絮叨。这样折腾了一阵后，电子的自旋轴也转过了整整一周。

那个附加箭头如今指的是逆时针方向。

“这……这可是邪了门啦!”维琪说道。

“欢迎踏入量子世界!”

“你一定是弄错了，只转了 180 度吧?”



“不，就是整整一圈，足足360度，绝对不带错的。如果我还要将这根轴转回原来的自旋方向，让它还是顺时针的，我得转多少哇，维琪?”

“这个嘛……如果这根轴转了360度，结果是将自旋换了个方向，那我猜想，再这样转个360度，自旋方向就会再换一次方向。这就是说，将轴线在空间旋转720度，自旋方向就会恢复为原来的状况。”

他们试着这样做了。

结果正是如此。

“这可真费解呀。”维琪说。

“这就从一个方面说明，量子自旋**并不是**绕着某个空间轴进行的旋转，”路路蹦说，“它是数学推演的结果。由自旋的性质，可以将粒子分为两个十分不同的大类。一类叫**玻色子**，一类叫**费米子**。玻色子有整数个自旋，也就是基本自旋单位的偶数倍，而费米子的自旋为基本自旋单位的奇数倍。光子的自旋为1～1/2的两倍，因此是玻色子。电子的自旋为1/2，便是费米子。目前大家都在起劲寻找重力子这个量子理论与相对论间‘缺失的一环’，如果当真找到了，它应该有2这个自旋数（因此是玻色子），而研究结果认为，它的质量应该为零。”

“总之，玻色子在自旋轴旋转方面的行为像是经典粒子，费米子则不是。这两种粒子间的区别还有许多种。”

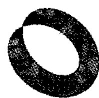
维琪斜靠起身子来，认真揣摸着所有这些内容:“我说路路蹦，这可真够复杂的。”

“绝对复杂。我这只是从细节和繁复的几何学内容中撇出一点表皮来向你介绍呢，知道吗?别指望着什么都能掌握。我并没有**面面俱到**地谈论。重要的一点，是粒子有性质大不相同的这两大类。它们有不同的自旋，彼此间的不同就同奇数和偶数一般。”

“这我知道了。”

“由于这一不同，地球人物理学家自然认为，这两种粒子本是截然不同的东西。”

“道理很充分。”



“然而，他们却在某一天发现，玻色子和费米子，其实可以看成是同一个事物的两个不同的方面。宇宙中存在着这样一种对称——至少可以称得上是对宇宙进行表述的数学格式，可以将玻色子转变为费米子，或者将这一转变反过来进行。这种对称被称为**超对称**。它的内容是说，对于每一种粒子，都应当存在一种相应的超粒子——比如说，玻色子的超粒子就是费米子，费米子的超粒子则是玻色子。这个惊奇可谓大矣！”

“敢情，”维琪说，“可是，宇宙的对称性怎么可能从偶数个自旋单位变成奇数个呢？这不就把定律本身给改变了吗？”

“怪就怪在不会改变。这一发现之所以了不起，也同这一点有关。不发生改变的原因是量子自旋。”

“这么说，太虚感传器可以对着光子来一个超对称，就变出一个电子来啦？”

“可没有这么简单。目前还没有理由相信，某个已知粒子的超粒子会是另外一种**已知**粒子，同光子相对应的超粒子就不是已知粒子。事实是，这种超粒子据说是一种名叫‘光微子’的假想粒子。我来给你演示演示，说明超对称是如何将光子变成光微子的。”

维琪看到路路蹦将太虚感传器对准了一个边界模糊的红色光子，然后启动了“超对称转变”功能。只听得他喊了一声“变！”，这颗小球就立即在路路蹦得意的笑容中变成了褐色。

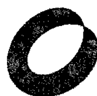
“噢，”维琪闷闷地说，“这就是超对称转变吗？”

“什么？这等奇妙的过程，你居然无动……哟，你没将太虚感传器开到全功率一档嘛！维琪，对于太虚感传器显示的**一切内容**，你都应当注意观察。我重来一遍。不过得先启动**这个**太虚感传器扩展件……得嘞！”

路路蹦又重新对准了刚才产生的那个光微子：“我再把它变回到光子去。我这样做时，你要把看到的告诉我。”

“好的……一开始，这里有个褐色的小球……不对，不对，得将显示定格……它不是球形，也不是褐色的。你加进了什么名堂吧？”

“我重调了太虚感传器，好让你看一看藏在超空间中的维度。”



“噢，这么说，它还是一个球，不过是个高维球。它五颜六色的，其中杂有一条褐色——”

“那就是光微子态，”路路蹦说给维琪听。

“——还有一条红色——”

“光子态嘛。”

“——而且不能说是什么条，应该说是低维度的模糊球体……但又不完全是……没法用语言形容出来。”

“维琪，你数一数出现在这个图形中的时空的维数。”

“好……一，二，三，四，五……五个维度?”

“接着数哇!”

“是啦……五，六，七，八一共八个?”

“没错。四个是时空维，再加四个其他维度。这四个维得名超空间。超对称理论认为，每个存在于普通四维时空中的粒子，都会带着一个‘影子’，这个影子就存在于非物理性的第二套四维空间即超空间中，是原来粒子的超搭档。其实，我前面所说的‘非物理性’并不恰当，依我看，超空间这个四维空间是**物理性**的，但未必是**空间性**的。你说说看，那个褐色条是在哪一部分中呢?”

“嗯……普通空间中。”

“对呀。所以说，我们是在普通空间中看到了光微子，但它存在着许多与它连带的影子形式，它们存在于另外四个维度中，是我们通常看不到的。在这另外四个维度中都有什么呢?”

“有一条红色的东西，它是影子光子吧? 它不在真实空间里，而是在超空间里，对不?”

“一点不错。现在我们再来干一件事，就是将整个图景**调个个儿**，让真实空间与超空间调换位置……看到了? 这在八维空间中是完全合理的举动……这样做了以后，你又能看到什么呢?”

“真实空间里有了个红色光子，超空间里有了个褐色光微子。影子变成了实在，而实在变成了影子!”

“说得好极了，”路路蹦表扬说，“这就是超对称。”

2099年亥月31日，周乙

我的宝贝日记呀：

我在数字的荒蛮边界里打滚，满脑子的深刻思想。而今天是除夕，家里——想到家就要心酸——正在过年。谁都在享用过烤鹿节时弄好的美食，等待着迎接新年和新世纪的来临……

我有点感情脆弱了，还是赶快回到“荒蛮边界”去吧。

成分：四种自然力；其中三种已在量子理论中得到了统一；第四种——古老而美好的重力，却仍然漂泊无依。

尚缺：一种会携带重力的、叫做重力子的新粒子。它的自旋为2，质量为0，现有的量子理论中没有它的位置。

意义：将量子理论与相对论归纳到**一起**。但若将物质的基本构成设想成点粒子，这一点就无法做到。

所需：一种物质基本构造的层次体系，每一档层次都具有特定的性质，同时又各是某个统一图景的一部分。

提示：**超对称**。超对称提供了更多的空间维度——超空间。超空间里也同普通空间一样充满了粒子。

亲爱的日记，这一来，你觉得还缺什么吗？是不是还得有点什么，好将整个图景连缀成一体呀？

对喽，还缺一样东西——

——弦。

“说全了应当叫超弦，”路路蹦说，“若要将重力纳入系统，就不能不在标准模型头上动土。得做好对这一模型有所修正的思想准备。虽然我说的只是‘有所’，但其实是得大动干戈、重新构筑整个时空结构。单靠添加一个超对称的成员是不够的，具体干的工作要重大得多。”

维琪觉得，大动干戈未免太过分了：“怎么连时空也得改变呢，老



蹦哥？”

“因为在试图将重力量子化的过程中发现，携带重力的粒子不能**始终就是**点结构。点结构无法满足所有的条件，无论如何不成。因此，点粒子不得不让位给别的形状的结构。”

“什么结构呢？”

“我说过啦：超弦。”

“没错。我知道你刚才提到过超弦。但无论是刚才还是现在，我都看不出为什么要改换形状。”

路路蹦将这一评论认真考虑了一番，然后说道：“很好。粒子是指点构造，至少看来像是没有内部结构的点。这就是说，粒子就像是几何点似的，是不是？”

“正是。”

“增加维度，点粒子就可以被线状结构代替，这不就得到了弦吗？维琪，想想你自己嘛。**你自己就是**弦呀！从几何学的角度看，你、还有二维国的所有女子，你们都是线的一部分。”

“量子超弦也像我这样，生有两个端尖吗？”

“有些是的。”

二维国女士通常都会有的一桩心事也在维琪的嘴里表现了出来：“你是不是觉得，我的底尖不太帮衬我全身的曲线呢？”

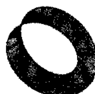
“我对二维国的妍媸之道不甚了了，”路路蹦聪明地避开了这个话题。“不过，据我看嘛……这个……**定量地**说，你的端尖数正好合适——一头一个，理想不过。”

维琪认为这是一句褒奖之辞：“你真是太好了……没有端尖的量子弦是怎么回事呢？”

“它们会弯接为一体，自我封闭起来。从拓扑学角度看就是一个圆圈。”

“嗯。”

“不过，封闭的弦占了大多数。”



“封闭起来多利索呀，不至于走到哪儿甩到哪儿地碍事。”

“有的弦理论真就认为不封闭弦的弦头会甩来甩去。线是一维的，这就不用细说了。再进一步，就是从线升级为二维的面——也可以称之为膜。膜也好，面也好，都可能是具有特异拓扑性质的，如类似于哞比乌斯面、射影平面或者圆环面之类的存在。”

“可别再跟我提哞比乌斯啦！哼！那头**奶牛**！”

“怎么啦？它**就是**一头奶牛嘛！”路路蹦指出这一事实来。

“样子是奶牛，干的可不是奶牛的事儿呀！”

“从膜再升一步，”路路蹦机智地换了话题，“就是与面相仿的三维形体。地球人物理学家坚持将这种形体称为三维空间膜。接下来还有四维空间膜、五维空间膜，等等。这些物理学家还一直使用 p 这个字母表示任意个数的维度——地球人一向是用另一个字母 N 来表示整数的呀……这里的原因嘛，我想我是知道的。猜猜看，在 p 维空间里，膜应当叫什么呀？”

“哈哈！p 维空间膜——脑袋浆糊多①呀！”

“正是，正是！”

“那么，平面和曲面就是二维空间膜啦？”

“没错。”

“直线和曲线是一维膜啰！”

“那还用说！”

“照此办理，普通的粒子是没有维度的，于是就成了零维空间膜——脑袋是空壳！”

“我可是觉得，你正在朝这个方向迈进呢！”

“你当初跟我提的是‘超弦’，”维琪的记性不错，“可你解释的却只是弦。”

“那好，你知道，粒子，也就是你所说的‘零维空间膜’，在超空间里

① p 维空间膜的英文为 p · branes，p 的读音与 pea（豌豆）相同，brane 的读音也同 brain（大脑）一样，英语俗谚中有句挖苦人智力不高的话为 pea brain，这里是意译的。——译者



是带着影子粒子的，对吧？”

“没错。那你就是说，超弦就是既在普通空间内，又延伸到超空间中的弦啦？”

“正确。超弦是量子化的，因此能这样做。”

“我的印象是，只要是量子化的，就是无所不能的。超弦来自何处呀？超市吗？”

“只是来自普通空间的又一次扩展，维琪。我已经更新了太虚感传器的超强放大功能，现在能派用场了。我先检查检查，确定新的功能已经安装好了……没错，来体验吧。”于是，他们又向地球体所属的宇宙间尺度最小的地方走去。在这个尺度范围内，就连电子都大得一眼望不到边，而电子的组分夸克，则像是镶嵌上的闪光宝石。

“现在，咱们已经将太虚感传器的空间分辨率调到最高限了，分辨尺度定在普朗克长度一级。”路路蹦说，“在这样的尺度范围内，量子效应使得空间十分模糊起来，致使空间是否真的存在都不好说了。”

“倒还算不得是模糊，”维琪说，“而是起泡。”

“这是量子泡沫，也就是粒子不断地存在继而消失，伴随着空间和时间的改变。你尝尝看，味道也相当不错哩。”

“谢了，不想试。”

“尝尝没坏处，味道有点像鸡。”

“我一点儿也不饿。”

“那就随你便吧。看到那些发亮的部分没有？”

“看见了。它们是夸克，对吧？”

“有夸克，也有别的。用这样的放大倍数观察，它们看起来像是什么呢？”

“点，小点，零维空间膜。”

“没错。可就是这些小点，却发挥着支持自旋、电量……等一应所有量子态的作用。一个零维的点，有能力挑起如此纷繁的重任吗？”

维琪从来不曾想到过这个问题，因此策略地问道：“这是从什么角度考

虑的呢？”

“再过一会儿，你就全都清楚了。我现在用超强放大功能改进其他有关维度的分辨率……”

“你说的其他维度，是指超空间中的维度吧？”

“正是，但也可能是其他维度……粒子并不光有自旋呀。嗨，瞧着……它现在进入视场了……看好了！”

“这是……哟，这个夸克根本不是什么小点啊！它是个小圈圈嘛！”

“没错。”

“而且……它是不是在**振动**呀？”

“似乎是有那么一点。我们看到的这个正处在基态，能量是最少的。可是，要是给它加点能量……看好了——”

嘣嗡嗡嗡嗡嗡嗡嗡嗡！

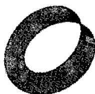
“接着要发生的事情可是真正有趣的了。先将放大率减小些，你就能看清楚了。”

“哟，它变了颜色啦！”

“没错。这台太虚感传器的功能之一，是每当有某个粒子变成**不同的粒子**时，会使新粒子带上不同的颜色。这次出现的恰好是标准夸克的一个大块头亲属，目前还没有得到命名。这倒不重要，重要的是，所有由一维空间膜形成的东西，都能够以各种不同的方式振动，而零维空间膜是不能振动的。这就意味着，一维空间膜也好，二维空间膜也罢，三维空间膜也算上……哪怕是亿亿维空间膜，都会痛痛快快地支持各种不同的量子态。可是，咱们的这个传统的点粒子，它虽然也入了伙，其状态却无法得到解释。

“于是又出现了一种观点，认为在极微小的尺度范围内，时空并不是四维的；在四维时空中表现得有如小点的存在，实际是另外形状的物体——某种属于更高维空间的 p 维空间膜的拓扑超面。”

“p 维？p 是指多大的数目？4 吗？”



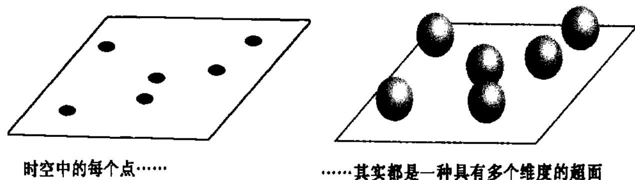


图 16－2

“不是，可能还要大。7 和 22 都曾一度看好，这就使得全部新时空成了 11 维和 26 维的。现在较为流行的数字是 6——加上 4 维时空，一共就是 10 维。”

“时空真的有 10 维吗?”

“地球体上所有懂物理的人目前都是这样认为的。”

“这就是说，还可能是别的数目啰?”

路路蹦笑了:“哈哈，是这样。而且候选的数目还不少呢。空间到底有多少维度，简直是多得数不清！亲爱的维琪，现在的问题，是只留下不多的几个，以便最后定夺。除了这个维数，还有另外一个问题，就是确定这个相应空间的拓扑形状。”

“你这么一讲，我才明白这里有多难。那么，研究空间维度的物理学家，都整出了哪几个供最后定夺的数目呢?”

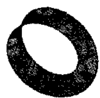
“还在整呢，不过有所进展。他们发现，当初那个有 11 个维的模型——它有个名称，叫做‘超重力模型’——存在着致命缺陷：不能涵盖弱核力破缺。这是一位名叫爱德华・威滕①的地球人在 1984 年——这是地球体上的纪年——指出的。要想解决这个困难，方法是将维数减为 10。

“因此你看，只要一沾量子理论，就算是惨了，多半会得出莫名其妙的结果来。”

“我是不会的。”维琪说。

“你怎么就不会呢?”

① 指美国数学物理学家爱德华・威滕（Edward Witten，1951～）。——译者



“因为我从来就不算。①”

“行行行——只要一沾量子理论，而且还要算一算，就算是惨了，多半会得出莫名其妙的结果来。”

“你是指容易算错吧？”

“不是。哪怕没有算错，还是会得出莫名其妙的结果来——通常是无穷。”

“无穷就不好吗？”

“无穷没有意义啊！从物理理论中得出个无穷来，总代表着麻烦。真实的世界中并不存在什么无穷。”

“且慢，老蹦哥——我们在射影平原那里就遇到过无穷呀！”

“没错，可射影平原并不是真实世界，是不是？”

“那倒是，它是对真实世界的理想化。”

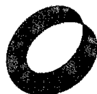
“而且从某种角度看，无穷乡也并不真是无穷——你这一提射影平原的无穷，让我离开原来的话题了。在量子理论中遇到无穷时，有一个绕过去的办法。这个办法叫重正化。物理学家发现，只有对于五种不同的形势，才能实现10维超弦理论的重正化。这五种形势的判据是对称性。一种叫做SO（32），还有一种叫 $E_8 \times E_8$，两种情况都要求在原有超弦理论的10个维之外，再增加容纳种种‘内’态的16个维度。看到了没有？一共是26个。另外还有三种可能的形势，分别叫做I型、IIA型和IIB型。”

“发明出这些名词来，想象力真够丰富的。”

“相当丰富。妙就妙在，有相当有力的证据表明，这样的理论有可能使物理学家找到他们心目中的圣杯②——使重力理论与量子理论统一到一起。在这五种形势下进行重正化的结果，都预言着一种粒子的存在。这种粒子的自旋为2，质量为0。然而，就是不涉及重力理论，单单在量子理论

① 他们在这里的拌嘴，是由于用到了calculation的不同词义引起的；路路蹦在用到这个词时，是指“研究”，维琪则是指“计算”。——译者。

② 据传为耶稣在“最后的晚餐”中所用的酒杯，耶稣蒙难后便从人世间消失。它是众多基督教信徒搜寻的圣物。——译者



领域内，这个粒子也足以让物理学家们尴尬了，因为根本就不曾发现任何具有这种性质的粒子。不过……”

“重力子！如果这一粒子是存在的，不就是自旋为 2、质量为 0 吗！”维琪激动地叫了起来。

“绝对如此。弦理论似乎告诉物理学家说，如果想要得出有效的量子粒子理论，就必须考虑重力。这五个自洽的弦理论，都涉及重力子在内。”

“如果不是都涉及重力子，而是只有一部分，其实会更好些——这样一来，要从中找出正确的来，就会比较轻松些。”维琪表示。

“说的是呀。可惜事实不是如此，而且也无须如此。告诉你，那个爱德华·威滕在不久前发现，所有这五种超弦理论，都能纳入一种叫做‘M理论’的体系中。这种理论涉及到一个有 11 个维度的更大些的空间。”说到这里，路路蹦注意到维琪在不停地跳动，便又说道：“没错，维琪，我同意。这个名字起得很有想象力，是吧[①]？我还是接着讲。要使这个 M 理论的 11 个维缩减掉一个，可以有五种不同的方式，而它们恰恰会归结为前面的五种 10 维超弦理论。所以呀，这五种不同的理论，其实只是同一个‘大图景’的一部分。看来，这个‘大图景’才有可能是根本的东西。”

说到这里，路路蹦停住了。“说了这么一大堆，但还有一个问题，”他终于又开了口。“真是可惜呀，因为这个理论实在是太优美啦！”

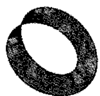
“是什么问题呢？”

路路蹦悲伤地回答维琪说：“就是这个理论有可能是错的。”

“要知道，目前还没有取得有关的实验证据。”他解释说，“要实验很困难，可以说是极端困难。进行计算也太难了，得到的理论预言也寥寥无几。因此，就是想实验也没有几个实验对象。”

---

① 对于这个 M 字母的指代，人们有不同的说法和猜测，如认为它代表 membrane（膜）、master（根本）、mother（母亲）、matrix（矩阵）等，也有人不无幽默地认为它是指代 magic（魔幻）、murky（初现）、monstrous（怪绝）等，还有人猜测 M 是提出这一名称的威滕（Witten）的姓氏的首写字母 W 倒转了过来。故这里有“很有想象力”一说。附带提一下，威滕本人似乎并没有说明自己发明这个名称的原因。——译者



“可是，地球人难道就**看不出**自己是生活在一个 10 维宇宙中吗？”

“你们二维国民难道能看出自己的二维世界就是三维世界的一部分吗？”

“一语中的！然而，尽管如此，总应当能够搞出些实验来，证明还存在着 6 个额外的维度吧？这种存在额外维度的实验，为什么他们不尽早想出来呢？”

“这是因为他们没有什么具备超强放大功能的太虚感传器呀，维琪！你来设想一张纸的情况好不好？一张纸有几个维度？”

“两个。”

“果真如此吗？”

“看怎么说了。如果是在二维国，那就是二维的。在三维世界里，实际情况就应当是三维，不过在第三个维那里非常浅就是了。”

“很对。因此，地球体所属的宇宙**看起来**像是四维时空，但站在超弦的立场看，实际情况就应当是 10 维，不过在第 5、6、7、8、9 和第 10 个维上非常浅就是了。”

“浅到地球人不予注意的地步？”

“维琪，是浅到地球人**无法**注意的地步。这些维的尺度都在普朗克长度以下，就是说，在他们的仪器能够测出的灵敏度以下。”

“这可太遗憾了。不过，这种说法倒是理论研究者很方便的遁词呢！”

“未必没有可能。不过，要想判知这样的理论对与不对，总可能会有其他方法的。我是指间接方法。比如说，据 M 理论认为，应当存在一类‘黑膜’——黑是因为光无法逃逸。由于这类膜的表现像是一位名叫狄利克雷的地球人①早年间所发现的性质，故得名为狄利克雷膜。一根端点开放的超弦，也可以解释成一个闭合的、但其中有一段被黑膜覆盖的超弦。这样一来，我们就可以将黑洞解释成交叠在一起并在一个 7 维空间里弯接起来的黑膜。”

---

① 指 19 世纪的德国数学家约翰·彼得·古斯塔夫·狄利克雷（Johann Peter Gustav Dirichlet，1805～1859）。——译者



“这一套说辞都有什么用呢?”维琪问道。

“它能对黑洞的蒸发做出非常定量化的预言。不过对这样的预言，就是得到了实验的支持，也不会是决定性的。因此，就目前情况而言，大家所能对这一理论寄予厚望的根据，只是它本身所表现出的形式美，以及它能够将相对论和量子理论美好地统一在一起的表现。”

“在这两个品质中，有哪一个能使它成为正确的呢?”

“都不成。许多物理学家都不喜欢这样的研究方式。他们认为，美还是不美，与正确与否毫不相干。此外，从数学角度研究的其他途径还有不少，而这些途径并不都需要将时空的某些额外维度缩得很短窄。再者，地球人发现不了**这些额外维度**，也可能是出自别的原因……美有时会误事的，维琪。

“要知道，数宇中的**一切**都是美的——一旦你能习惯它们。”路路蹦的“U”表情消失了，但只是消失了一会儿，随即又重新出现，而且咧得露出了全部牙齿。“不管怎么说，将额外的维度设想为紧紧卷在尺度只在普朗克长度这一范围内的设想，目前仍不失为地球人发现不了这10个维度的最合适的解释。”说到这里，他没有再说下去。这位一直口若悬河的老兄，好像第一次找不到恰当的言辞了。“嗯……我跟你说啊……”

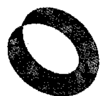
“说什么?”

“维琪呀，在你们二维国，现在正是新世纪来临前的最后一个夜晚。你在数宇的游历在此也达到了高潮。我所能教给你的，我已经都教了；你所能够迅速理解的，你也都理解了……我想……我想……该是把你送回家的时候了。你看呢?”

维琪的质心急剧地跳动起来。**嗨！是啊！不过**……“我会想你的，老蹦哥！可你说得对，我是该回家了。嗯……”

“什么事啊?”

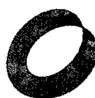
维琪还想更好地理解地球体所属的宇宙的本性，因此问了最后一个问题:“你跟我说过，当时空的某些额外维度极为短窄，短窄到尺度只有一个普朗克长度时，地球人就无法探知了，是吗?”



“是的。”

“这样一来，地球人所能观测到的宇宙，就只能限制在以……两个普朗克长度为下界的范围内了?”

“你说的再准确不过了,”路路蹦说。



第十七章

更平国

维多利亚进入泛空间漫游了一番，见到了一批角色——不管是“谁”还是“什么”，又学了不少东西——不管学得是好还是不好。现在，她走上了回家的归程。不过，这时的维琪，已经同漫游之前大不相同了。她再也不会因为二维国**看起来**像是平面，便认定它**就是**平面了。在这一点上，她的见识超过了一般的地球人：那些人因为自己所栖身的世界看起来是像平的，便认定它**就是**平的。她的见识甚至超过了现代地球人：那些人因为自己所栖身的世界看起来像是三维的，便认定它**就是**三维的。然而有一点，她在目前还没能赶上这些地球人，这就是尽管后者还不知道自己所生存的空间和时空是什么样的，但却有志于寻求出答案来，并且乐此不疲。

“要是在回到二维国以后，能够发现这个地方也有谁也不曾设想到的躲藏着的维度，可就太妙了。哪怕也是缠卷到无法观测到的程度，也同样妙不可言。不过，我觉得情况不会是这样。”维琪充满憧憬地说。

对此，路路蹦的回答是：“我可不做这样的断言。”随后，他又摇着双角，若有所思地说道：“你看，二维国已经很近了。我有个想法，要是我不把你直接送回你家，而是先去个靠二维国很近的地方，看看从那里会看到些什么，你觉得如何？”

“很近的地方？”

“在泛空间的准度规处。可以认为，准度规就是靠近的**意思**。别去抠这个名词的意义。说实在的，我只会**进入**这个地方，而对它的含义并不甚了然。对了，咱们还得将太虚感传器扳到超强放大功能这一档。”

“干什么呀？”

“我只是有一种预感……预感到可能会发生什么特别的情况。”

二维国那发着微光的平面越来越近了，越来越多的细节不断呈现出来：先是多边形的巨大海洋，然后是边界有如锯齿般的广大森林，接下来，森林又呈现为被叶子包围的圆形包芯的分形构造。

路路蹦一面嘴里自言自语地嘟囔着什么，一面调整着太虚感传器，森林便从一边掠了过去，代之以星罗棋布的房舍和街道。

他们是越来越近了。一个形状复杂的建筑引起了维琪的注意——她熟悉这个形状。

“国政宫！”她叫了出来，“嘿！看那里呀！**那是我的家呀！**”

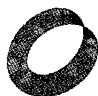
路路蹦又对太虚感传器细调了一番，显示屏上的五边形的房子就越来越大了，最终成了屏上的唯一物体。维琪从来不曾从这个角度看过自己的家。诚然，当初她从家里被弄出来时，曾有过这样的一瞬，但那时候自然没有欣赏它的心情。现在，她对太虚感传器的种种显示效果已经相当熟悉了，因此毫不费力看出了家中各个房间的格局。

格罗夫纳和两个儿子正向火而坐，裘碧丽在厨房里忙个不停。维琪感到一阵愧疚：妈妈每当心情不好时，总是在厨房里忙这忙那不肯出来。妈妈现在心情不好的原因，维琪当然一清二楚。女儿神秘地失踪了，而且失踪得极其彻底（尽管维琪用种种理由为自己的出走正名），又一直忙得没怎么同家里联系……

维琪只顾着自责了，过了好长时间，才注意到妈妈的样子看着有些古怪。裘碧丽还是二维国里一段移来动去的清晰实线……但除此之外，沿着另外一个方向，还拖着一个影子般的五边形。她的线形身段，原来只是这个五边形的一条棱，而这个五边形的所有其他部分，都**完全位于二维国之外**！

维琪对这个影子般的形状目瞪口呆地看了好一阵，才对路路蹦开了口：“你**早就知道**这个了吧！到底是怎么回事呀？”

“潜影部分呗。”路路蹦说，“二维国民总以为，男性国民是有两个维



度的多边形，而女性却‘只是’有一个维度的线段。为什么这种表面看到的形状，会被放到地位攸关的高度，这我无法理解——当然，社会等级这种东西，往往都是荒谬的存在。问题是，在这个国度里，不论是男子还是女子，都不曾认识到，二维国实际是个超对称的世界。男与女的二元性，是社会对称性的最基本的内容之一。表面看来，男与女的不同，就如同奇数与偶数的不同或者玻色子与费米子的不同一样。然而，它又是一种社会**超**对称现象，只是一直没被发现罢了。二维国的女性是在第三个维度上延伸开的。不过，这个第三维并不是三维世界中的那个第三个维度，它其实是同二维国所具有的两个普通维度有所不同的又一个维度。在这个维度上，物体的性质与原来的两个维有所不同——二维国的男子和女子有不同的心理感觉，就是这种性质不同的表现。二维国的潜影世界同其普通世界在线段这一部分交汇——不是只对一段线段交汇，而是对**所有**线段交汇……这正是不能将三维世界模型用在这里的原因之一。二维国女性的意识，已经进化到了能够认识普通世界的水平，但还不能认识潜影世界。但她们是一直具备感觉到这个潜影世界的潜意识的。”

维琪吃惊地看着路路蹦：“你是说，二维国的妇女，**都**延伸到了这个潜影世界里？”

“没错。”

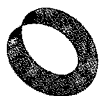
“这……也包括**我**在内？”这个问题太重要了，以至于她在说话时，连声音都变了。

“当然包括啦。你也是二维国的女性之一呀，难道不是吗？”

“那我……我到底有什么形状呢？”

路路蹦又摆弄起太虚感传器来：“这可要装一面潜影物质镜才行，可装在什么地方呢……要知道，我并不常**调用**这个东西……通常总是闲置的。我的使用说明书哪儿去啦？对了，我随手塞到第10维上了。找到了……安好了，你自己来看吧。”

在功能得到增强的太虚感传器上，出现了一个影子般的形象。这是一个——



“八边形?”

“正是。我真不知道，要是看到这个，你那位认为边数多少表明地位高低的死脑筋父亲，该会有什么想法？你母亲是五边形，已经比他高了一等了。你比他高得**更多**了呀!”

维琪琢磨了一会儿:“我看未必。什么都是男的说了算。他们会说，影子维度里的东西不算数。”

路路蹦以上下升降的动作表示认同:“他们肯定会这么做。那你呢?”

“我?”

“就是你!”

“我？我什么?”

“你想怎么对待这种情况呀?”

维琪的脑子里实在有如倒海翻江。将这一切都告诉那些男性国民，显然不会有她的好果子吃。他们一定会干脆宣布自己疯了，这样一来，自己岂不成了可怜的现代阿尔伯特老祖!

不过，她能告诉**妇女界**呀!

可是有个问题：**用什么方法**告诉。

她突然想出了个方法。

2100 年子月 1 日，周丙

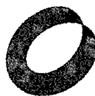
宝贝日记：

我回家的一幕好壮观嘿！要叫我说，我在起居厅里突然现身的那一刻，真是堪称翻江倒海哟——在世纪之末的午夜钟声中现身，还有比这更富戏剧性的吗?

我觉得自己是写不出心中的感情的。我也写不出他们的感情。有些东西是无法诉诸笔端的。

我选定这个戏剧性的现身方式，是因为……是因为我**天生**就喜欢这样，但更是因为这样才更能使我告诉父母和弟弟的话显得可信。

因为父亲和弟弟们也都在场，我无法进行女性间的对话，不能同



妈妈谈起有关潜影世界的重要话题……

潜影世界是个不好的名称，听着不像是真实的存在。所以，我给它起了个好名称：

更平国

日记呀，我的永远的评论家，我知道你会对此持什么态度，因为你墨水喝得太多了些。你看，二维国是个平面，平到了极致，怎么能有**更平**的地方呢？其实我并不是这个意思。路路蹦曾说过，从技术角度看，这个更平国**也同样**是个平坦的地方。就是说，这个地方的测地线的曲率为零，还有这个那个技术性的名堂。然而，虽然有这么多花头，也不能使它**更平坦**些。这是很明显的事实。

可是，平坦并不是全部问题的所在。就以“更湿”这个说法为例吧。一个东西要么是湿的，要么是干的；尽管湿的程度会有重有轻，但它们并非属于“干”和“湿”以外的状态。

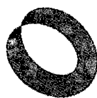
我查了一通词典，那里对“更”有这样的解释：它是一种**比较**状态，表明“同某某状态一样，只是进了一步”。这正是我起“更平国”这个名字的原因。它同二维国这个扁平地域一样，只是又进了一步。这进的一步，就是路路蹦所说的“潜影世界”。

你看，我的想法就是弄个新名字出来，也可以说是打造一个商标。在今天的市场经济中，商标是打开众多大门的钥匙。

不过，这个商标将要打开的，并不是商品流通的大门。我要推销的，是一个概念，是一种哲学，是一桩大计。假以时日，一旦生根，就会给二维国的全体妇女“发力”——而这也正是路路蹦向我引见的那队空间娘子军跟我提到的。从此，在大家的心目中，“二维国”将被“更平国”这个新名字代替。就连现在对潜影世界视而不见的男性也将都会如此。

如何传播，这是个大问题……

我不能径直走到大街小巷去，开口宣讲这套《更平国圣经》。要是这么干，我就恐怕会成为又一个可怜的阿尔伯特老祖了。不过，如



今的时代是电子通讯的时代。在这样的时代里，青年要比年长者更能理解新思想，也更能打开新思路。二维国的这些青年，将会是我的先锋力量。

瞧，我的日记，我所想的，你已经都知道了。

只要用HDML——“超点符链接标示语言”——将我要说的写成电脑线页，再以匿名方式送进因特线，咱就算开业喽！

裘碧丽瞪大了眼睛，看着维琪的电脑屏幕。她一直不明白，女儿为什么极力劝说自己学着用因特线。

维琪事先已经出门去了，但给她留了一份使用电脑连接因特线的详细说明。裘碧丽试着开始使用，不一会儿就顺利地进了因特线，还轻松地在线内冲了一阵浪，不禁得意起来。

就在这时，一则广告引起了她的注意：

妇女言论聊天点

她又看了一眼电脑旁的说明。没错，维琪在给她留的信息中提到了这个点站，还特别说明这是个十分有意思的地方。她有心跟格罗夫纳提提这件事，可一想自己早已跟他提过入线的事儿，可丈夫当时似乎没有什么反应。

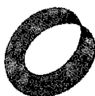
她便将光标移到了这个点站的位置，点击了一下。

维琪告诉过她，在进入这个点站以后，要点击一个名为“间隔”的栏目。她打开了这个栏目，看到了一系列子栏目：化妆品、服装、购物、曲美等，此外还有诸如“如何使多边形男子行注目礼”和“不做花瓶，做独立自主女线”等标题。在浏览到大约三分之二的地方，她看到了维琪事先提到过的标题——“谈天说地”。

点击。

不论裘碧丽事先是怎么猜测的，反正绝对没有猜对。点击之后，屏幕处出现的是这样一句简短的问话：“你家的男性成员现在在家吗？”

她输入了一个“不”字。



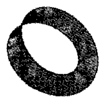
屏幕暗了一小会儿——此时电脑正在进载一个文件，接着就出现了一个大标题：**更平国**。

字体很大，是用花体写的。接着又出现了一段文字，字体要小一些，写的是"有超对称性的姐妹们！两性平等的潜世界在翘盼等待。焉知女性不更卓越？有志提高自己地位的女性，请点击**此处**以得发力。"

裘碧丽并不太清楚"发力"一词是什么意思，但不知为什么，却觉得它很有诱惑力。她犹豫了片刻，然后——

点击。

在她面前展开了一个新的世界。



第十八章

第 10 个维度

如果从空间那里观看……

可它当初本身就是空间呀。对了，应当说是时空。从头开始……

从具有 10 个维度的超流形位置上观察，地球体是一个带着若干爱因斯坦理论的清峻之美的奇特世界。事实上，它确是爱因斯坦理论世界的一部分，几何构筑起了这个世界，处处都有芸芸三维众生的忙碌痕迹。在这个世界里，在时间维的伴随下，生活着男人、妇女、儿童、青年、成人……等民众。他们作为人活着，吃人的食物，喝人的饮料，享受人的爱情，生育新人，最后作为人亡故在三加一维的宇宙里。对此，他们习以为常，从不觉得有什么不对劲之处。这个相对论时空连续体就是他们所能看到、听到、感觉到的一切。对他们而言，这就是整个世界。

这种认识只要不受搅扰，本是真确无误的。

然而在这个时空里，时代正在变化……

[General Information]
书名=二维国内外　数字漫游奇历记
作者=[英]伊恩・斯图尔特著
页数=326
SS号=12033803
DX号=
出版日期=2008.4
出版社=湖南科学技术出版社